



CALIBRACIÓN DE UN MODELO DE TURBULENCIA  
 $k-\varepsilon$  IMPLEMENTADO EN UN CÓDIGO CFD PARA  
APLICACIÓN EN HIDRODINÁMICA NAVAL

TESIS DOCTORAL

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA NAVAL Y OCEÁNICA

PRESENTADO POR: PABLO FARIÑAS ALVARIÑO  
INGENIERO NAVAL Y OCEÁNICO

ESCOLA POLITÉCNICA SUPERIOR DE FERROL

UNIVERSIDADE DA CORUÑA

ABRIL 2004



CALIBRACIÓN DE UN MODELO DE TURBULENCIA  
 $k - \varepsilon$  IMPLEMENTADO EN UN CÓDIGO CFD PARA  
APLICACIÓN EN HIDRODINÁMICA NAVAL

18

**TESIS DOCTORAL**

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA NAVAL Y OCEÁNICA

**PRESENTADO POR:** PABLO FARIÑAS ALVARIÑO  
INGENIERO NAVAL Y OCEÁNICO

**DIRECTOR:** FERNANDO LÓPEZ PEÑA  
DR. INGENIERO AERONÁUTICO

ESCOLA POLITÉCNICA SUPERIOR DE FERROL

UNIVERSIDADE DA CORUÑA

ABRIL 2004



## *Resumen*

Se presenta un procedimiento para la calibración de un modelo de turbulencia  $k-\varepsilon$  estándar sobre un CFD, basado en el método de los elementos finitos. La validación del método se hace en base a resultados experimentales, tanto publicados como propios, de aplicación en hidrodinámica naval. A lo largo del proceso se ha desestimado la presencia de superficie libre para evitar las posibles interferencias que pudiese incluir. Por esto, los casos experimentales presentados lo son sin superficie libre.

Los datos experimentales con los que se ha trabajado son, por un lado, los publicados en la web de KRISO para una carena estándar con un modelo de doble cuerpo. Este es un modelo currentiforme 3D que se utiliza comúnmente como modelo de comparación en CFD's, (Gotemburgo 2000). Por otro lado se utilizan datos experimentales propios, obtenidos en el laboratorio del CIT específicamente a efectos de desarrollar esta calibración. Estos últimos se corresponden con una geometría de un vehículo catamarán submarino que es realmente compleja y que permite valorar mejor el funcionamiento del código. Tanto los ensayos experimentales propios del CIT como los de referencia de KRISO se han realizado en túnel de viento.

Así pues, el trabajo desarrollado en las páginas siguientes consta de una parte numérica, que abarca la generación de los modelos numéricos y las dificultades y limitaciones que implica el trabajo con cálculo numérico. Por otro lado están los ensayos experimentales realizados en el CIT para los que se ha utilizado la técnica de PIV.

### *Agradecimientos*

Especialmente he de referirme a mi director Fernando, de la misma manera que a Julio y a Marisa, con los que he tenido la ventaja y el placer de trabajar, tanto por sus conocimientos como por su siempre buen estado de ánimo.

Gracias también a Nono y a Félix por la ayuda y el soporte técnico prestados.

No puedo terminar este apartado sin pensar en mis padres, en Javi y en Sonia, que en todo momento me han prestado su apoyo.

Ferrol, Abril de 2004



# Índice

<b>INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>3</b>
<i>Introducción.....</i>	<i>5</i>
<b>ESTADO DEL ARTE .....</b>	<b>7</b>
<i>Presentación del problema.....</i>	<i>9</i>
Modelos de 0 ecuaciones .....	12
Modelos de dos ecuaciones ( $k - \varepsilon$ ) .....	14
La Ley de Pared .....	18
<i>Presentación de un modelo teórico en el que implementar el MEF.....</i>	<i>23</i>
Ecuación de $k$ .....	27
Ecuación de $\varepsilon$ .....	28
Integración de las RANSE .....	29
Ecuación de $k$ .....	30
Ecuación de $\varepsilon$ .....	32
Ecuación de la superficie libre .....	32
Criterios básicos de estabilidad.....	33
Movilidad de la malla .....	35
Discretización por elementos finitos .....	36
<i>Objetivos.....</i>	<i>41</i>
<b>CALIBRACIÓN DEL MODELO DE TURBULENCIA K-E .....</b>	<b>45</b>
<i>Backward-Facing Step.....</i>	<i>47</i>
Resultados obtenidos: .....	48
<i>VLCC Tanquer. KRISO.....</i>	<i>61</i>
Ensayos en el túnel de viento y modelo numérico .....	61
Calibración del modelo .....	68
<b>INSTALACIÓN Y RESULTADOS EXPERIMENTALES.....</b>	<b>93</b>
<i>La tecnología del PIV.....</i>	<i>95</i>
<i>Maqueta y túnel de viento: descripción .....</i>	<i>105</i>
<i>Informe de resultados de PIV .....</i>	<i>111</i>
Análisis de errores experimentales.....	116
<i>Resultados experimentales finales .....</i>	<i>121</i>
<b>MODELO NUMÉRICO DEL ENSAYO EN EL TÚNEL DE VIENTO .....</b>	<b>127</b>
<i>Generación del modelo .....</i>	<i>129</i>
<i>Resultados.....</i>	<i>143</i>
<i>Comparación de resultados numéricos y experimentales.....</i>	<i>153</i>
<b>CONCLUSIONES .....</b>	<b>161</b>
<i>Conclusiones.....</i>	<i>163</i>
<b>ANEXO DE RESULTADOS .....</b>	<b>167</b>
<i>Informe de calibración .....</i>	<i>169</i>

<i>Informe de resultados de PIV .....</i>	<i>253</i>
<i>Informe de comparación numérica – experimental PROTECAS.....</i>	<i>267</i>
<b>BIBLIOGRAFÍA .....</b>	<b>313</b>

## **INTRODUCCIÓN**



## Introducción

De sobra es conocida la necesidad del ser humano de conocer el comportamiento de los fluidos ante excitaciones, tanto naturales como forzadas. Esta necesidad surge como consecuencia de diseños preliminares en todo tipo de problemas de ingeniería.

En base a esta necesidad se han realizado las modelizaciones del comportamiento de los mismos, siguiendo los métodos más dispares. Los clásicamente adoptados y aceptados como válidos provienen de tres fuentes diferentes:

- La experimental
- La numérica
- La analítica

La primera opción no consiste más que en analizar en un laboratorio, con todos los parámetros influyentes en el problema controlados, el objeto del problema a tratar. Esto supone una serie de inconvenientes, sobre todo la necesidad de disponer de unas instalaciones voluminosas y muy costosas. Por el contrario, la ventaja que ofrece es que los modelos suelen estar más próximos a la realidad que los numéricos y, como consecuencia, los resultados son más exactos.

El segundo método presenta el inconveniente de la inexactitud de los resultados, a causa de las aproximaciones necesarias para realizar la modelización del problema en un dominio discreto. No obstante, la ventaja de este método es que el estudio se puede realizar en una oficina con una herramienta barata y cómoda de utilizar como es el PC.

El tercer método es la opción teórica, que es la madre de las otras dos y a su vez se sirve de ellas. La exactitud de esta opción está fuera de toda duda, salvando las hipótesis hechas en el modelo matemático.

Históricamente las modelizaciones mediante experimentos físicos son anteriores y más exactas que las numéricas, por esto tradicionalmente se calibran los llamados códigos de CFD con los resultados experimentales de laboratorio, controlando bien todos los parámetros que pueden influir en el problema.

Es aquí donde comienza el presente trabajo. Este surge tras una proposición de CIMNE ([www.cimne.upc.es](http://www.cimne.upc.es)) y COMPASS ([www.compassis.com](http://www.compassis.com)) de calibrar uno de los modelos de turbulencia que incluyen en su CFD, mediante la comparación con resultados experimentales del túnel de viento disponible en la Escola Politècnica Superior de Ferrol de la Universidade Da Coruña.

Así pues, en el presente trabajo se tratará de llegar a calibrar un modelo de turbulencia  $k - \varepsilon$  estándar, de modo que los resultados que se obtengan con un modelo numérico se correspondan lo más fielmente posible con los resultados experimentales.

Esta labor se realizará sobre la base del CFD Tdyn de COMPASS, que es útil para resolver problemas de flujo incompresible, con rotacional, superficie libre y turbulencia. Esto lo convierte en una herramienta utilizable para hidrodinámica naval.

Sin embargo, se decide que la opción más aceptable desde el punto de vista analítico es la de dejar de lado las implicaciones que no estén directamente relacionadas con el problema, como es el caso de la superficie libre. Desde un punto de vista naval esto puede parecer una simplificación excesiva, pero para analizar un problema conviene tratarlo lo más separadamente del resto que sea posible.

Asimismo, se ha de considerar la imposibilidad de hacer un estudio de turbulencia con superficie libre en canal. Es bien sabido que en canal los ensayos se hacen a igualdad de  $F_n$ , lo que supone que el  $R_n$  en el ensayo es menor que el real, al punto de que en ocasiones hay que utilizar estimuladores de turbulencia. Es otro motivo para desestimar trabajar con superficie libre.

Evidentemente, a lo largo de este trabajo no sólo se han presentado problemas en lo concerniente a la generación de los modelos computacionales desde un punto de vista de trabajo laborioso y metódico. También ha habido problemas de convergencia del código que se han tenido que ir solucionando sobre la marcha a medida que han ido apareciendo. Asimismo han ido apareciendo otros problemas de los que más adelante se hablará en más detalle ( $M-m \{k - \varepsilon\}$ ) así como condiciones de contorno “pseudoreales”.

El trabajo desarrollado ha sido realizado mediante un PC. Es entonces perfectamente entendible que la potencia de cálculo es relativamente baja, sin embargo este ha sido uno de los condicionantes de proyecto. Esta cualidad, claramente, da mayor versatilidad al código, si bien es cierto que requiere considerar una serie de limitaciones. Estas limitaciones conciernen básicamente al tamaño de malla con lo que ello implica.

Sin más preámbulos se introduce a continuación el estado del arte.

## **ESTADO DEL ARTE**



## **Presentación del problema**

El problema que se trata de resolver es el de llegar a la solución de las ecuaciones de Navier-Stokes para flujo alrededor de artefactos. Es extremadamente complejo dada la naturaleza de las ecuaciones a resolver, ya que no existe solución analítica de las mismas.

Las ecuaciones a plantear son:

1. Conservación de la masa:

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0 \quad (1.1)$$

2. Conservación de la cantidad de movimiento:

$$\rho \left( \frac{\partial}{\partial t} \vec{V} + \vec{V} \cdot \nabla \vec{V} \right) = -\nabla P + \mu \Delta \vec{V} + \vec{f}_v \quad (2.1)$$

Que en notación tensorial se convierten respectivamente en:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (3.1) \quad \text{y} \quad \rho \left[ \frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial (u_i u_j)}{\partial x_j} \right] = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_i \partial x_j} + f_i \quad (4.1)$$

En estas ecuaciones ya está hecha la suposición de que el fluido es un medio continuo y además responde al modelo newtoniano con viscosidad constante e incompresible [23].

Como se puede observar el problema presentado es un problema cerrado, es decir, se presentan cuatro incógnitas,  $u_x$ ,  $u_y$ ,  $u_z$  y  $P$ . Por otro lado se presentan 4 ecuaciones: la (1.1), que es una ecuación escalar y la (2.1), que es una ecuación vectorial.

Pero surge un problema: la turbulencia. Este problema se trata considerando unas ecuaciones que reflejan un promedio de las ecuaciones (3.1) y (4.1), de manera que las variables a introducir son:

$$u_x \rightarrow \bar{u}_x + u'_x \quad u_y \rightarrow \bar{u}_y + u'_y \quad u_z \rightarrow \bar{u}_z + u'_z \quad P \rightarrow \bar{P} + P'$$

Donde  $\bar{V}$  y  $\bar{P}$  son los valores promediados de la velocidad y de la presión y  $V'$  y  $P'$  son los valores de las fluctuaciones de la presión y la velocidad. Evidentemente las medias de estos valores, en una escala temporal adecuada [2], es nula.

No obstante al plantear las ecuaciones (1.1) y (2.1) con las nuevas variables y hacer la media, se introducen otras variables que surgen del término convectivo de la ecuación de la cantidad de movimiento. Estas nuevas variables son  $\overline{u'_i \times u'_j}$  que son más conocidas como el tensor de tensiones de Reynolds.

Como se puede comprobar, se introducen seis nuevas variables en el problema, pero no se ha introducido ninguna ecuación más; es por esto que el problema queda abierto, es decir, se convierte en un sistema compatible pero indeterminado.

De esta forma parece que el problema es irresoluble, pero se han de tener en cuenta dos cosas:

- En primer lugar, los términos del tensor de tensiones de Reynolds son únicamente una parte de la ecuación que está formada por la influencia de muchos otros fenómenos, de modo que en cierta medida, aun sabiendo que existe un error, se puede obviar y pensar en unos resultados cualitativos.
- En segundo lugar, existen en los barcos zonas donde los fenómenos de turbulencia son bajos; es evidente que en las estelas de popa los fenómenos de turbulencia son acusados, pero en general en zonas de proa e intermedias no hay por qué dudar de los resultados por este motivo.

Las ecuaciones de Navier-Stokes promediadas (RANSE) toman la siguiente forma, [23]:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (5.1) \text{ y } \quad \rho \left[ \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{u}_i \bar{u}_j)}{\partial x_j} \right] = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 \bar{u}_j}{\partial x_i \partial x_j} - \rho \frac{\partial (\bar{u}'_i \bar{u}'_j)}{\partial x_j} + f_i \quad (6.1)$$

Por otro lado hay otro fenómeno que se ha de tener en cuenta y que supondrá incluir más ecuaciones en el problema: es el de superficie libre. Para su análisis se plantea el cumplimiento de la ecuación de conservación de la cantidad de movimiento (6.1) en ella misma, incluyendo así la condición dinámica.

La condición dinámica representa que  $\sum \text{Fuerzas} = m \times \bar{a}$ , pero como se puede observar no se ha incluido nada que muestre cómo se deformará la superficie libre. Luego para dejar el problema de superficie libre resuelto se ha de incluir otra ecuación. Será una ecuación que refleje la condición cinemática de la superficie libre. En esta condición despreciaremos tanto la tensión superficial como la viscosidad del fluido, con lo cual se podrá considerar que el problema está gobernado por un movimiento “euleriano” en las cercanías de la superficie libre, donde  $u_i$  será la velocidad de las partículas fluidas. Asimismo la superficie libre tomará la forma adecuada, que en términos generales responderá a una función dependiente de la posición y del tiempo,  $f(x, y, z, t) = 0$  (7.1), de tal forma que lo único que se impondrá con la condición cinemática es que la velocidad de las partículas fluidas contenidas en la superficie libre no tendrá componente normal a dicha superficie. Así pues la condición cinemática toma la forma:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + u_i \cdot \frac{\partial f}{\partial x_i} = 0 \quad (9.1). \text{ Suponiendo además en esta condición que el fondo es plano y}$$

que está a una profundidad  $-H$ , en la cual  $v_z(x, y, -H, t) = 0$  (8.1), se tiene que

$$v_z|_{z=-H} = 0 \quad (10.1).$$



Si se define una función (8.1) que represente la configuración de la superficie libre en el tiempo, se tendrá que la condición cinemática podrá tomar la forma de la derivada sustancial  $\frac{Df}{Dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + u_i \frac{\partial f}{\partial x_i} = 0$  (11.1) [23]

Este tratamiento de la superficie libre permite una solución sin necesidad de efectuar una linealización de la misma. No obstante, por limitaciones de cálculo en la modelización mediante cálculo discreto, no permitirá el tratamiento de superficies libres en las que  $z$  no esté unívocamente definida. Esto supone que el modelo sólo considerará olas tendidas, es decir, que las olas con crestas rompiendo sobre sí mismas no se representarán. Esto es así por la dificultad que supone el trabajo con superficies en las que para cada par de coordenadas “ $x$ ,  $y$ ” hay más de un valor de “ $z$ ”. Evidentemente esta condición supone la no inclusión en el estudio de olas reales como pueden ser las rompientes en proa y algunas de popa.

Así pues, como en esta condición no se ha introducido ningún parámetro nuevo, se puede decir que el problema de superficie libre está resuelto siempre que se sepa que la aproximación no es perfecta, y la linealización (por el hecho de efectuar el cálculo en dominio discreto), no incluya errores excesivos.

Pero por otro lado surge otro problema, el del tensor de tensiones de Reynolds. Este tensor es el que aparece como consecuencia de realizar el promedio de las ecuaciones de Navier-Stokes en su parte convectiva.  $\tau_{Rij} = \overline{u'_i u'_j}$  (12.1). Esto supone la inclusión de un tensor que es simétrico, que introduce seis incógnitas nuevas.

Para conseguir abordar la solución de este tensor en función de las otras variables del problema se descompone en su parte isótropa y su parte anisótropa (tensor diagonal y tensor sin traza), de modo que se podrá expresar como, [12]:

$$\tau_{Rij} = \overline{u'_i u'_j} = \frac{1}{3} \overline{u'_k u'_k} \delta_{ij} + [\overline{u'_i u'_j}]_D \quad (13.1)$$

Parece lógico además expresar las tensiones anisotrópicas como función lineal de las velocidades de deformación, a través de la llamada viscosidad turbulenta, [5].

$$[\overline{u'_i u'_j}]_D = -2\nu_T \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (14.1)$$

De modo que al final se obtiene el modelo de Boussinesq, que se puede expresar como:

$$\tau_{Rij} = \overline{u'_i u'_j} = \frac{1}{3} \overline{u'_k u'_k} \delta_{ij} - 2\nu_T \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (15.1)$$

O en función de la energía cinética turbulenta y de la disipación:

$$\tau_{Rij} = \overline{u'_i u'_j} = \frac{2}{3} k \delta_{ij} - 2\nu_T \epsilon_{ij} \quad (16.1)$$



Donde  $k = \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i}$  (17.1) es la llamada energía cinética turbulenta y  $\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right)$  (18.1) es la llamada disipación turbulenta.

Lo que falta ahora es el llamado modelo de turbulencia que permita calcular tanto la energía cinética como la disipación en función únicamente de las incógnitas de las RANSE.

Los modelos más básicos son los llamados de cero ecuaciones o algebraicos. Simplemente se trata de igualar el tensor de tensiones de Reynolds a una cantidad mediante una ecuación algebraica. Tradicionalmente son los primeros que se implementan en los códigos CFD por varias razones:

1. Facilidad de implementación.
2. Robustez en los cálculos. No se debe olvidar que otros modelos incluyen los términos convectivos no lineales con los conocidos problemas desde el punto de vista de la convergencia y la estabilización de la solución.
3. Facilidad de calibración para adaptarlos a las particularidades del código en el que se ha de implementar.
4. Fiabilidad de resultados desde el conocimiento de su inexactitud.

Para mejorar este último punto, que evidentemente es crítico, es por lo que se trata de incluir los modelos de una y de dos ecuaciones en las librerías de los códigos.

### Modelos de 0 ecuaciones

Una vez introducido el modelo de Boussinesq falta por calcular la viscosidad turbulenta, que se supondrá como  $\mu_T \propto \rho u_m l_m$  (19.1). (Prandtl)

Donde  $u_m$  es la velocidad media característica del movimiento fluctuante y  $l_m$  es la longitud de mezcla.

El problema pasa ahora por conseguir conocer  $u_m$  y  $l_m$ . Prandtl en 1925 propuso que se considerase que  $u_m \propto l_m \sqrt{2\varepsilon_{ij}\varepsilon_{ij}}$  (20.1). Supuso que los remolinos se mueven en un fluido de la misma manera que las moléculas en un gas, de modo que la longitud de mezcla turbulenta juegue en la transmisión de cantidad de movimiento un papel similar al del recorrido libre medio entre moléculas en un gas. Si se desarrolla la ecuación anterior se obtiene literalmente el enunciado de Prandtl, que dice que la velocidad media característica del movimiento fluctuante es directamente proporcional a la longitud de mezcla por el gradiente de velocidades medias del flujo.  $u_m \propto l_m \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$  (21.1)

Así pues inmediatamente se obtiene que  $\mu_T = C \rho l_m^2 \sqrt{2\varepsilon_{ij}\varepsilon_{ij}}$  (22.1) en el que se incluye una constante de proporcionalidad C.

Por otro lado la longitud de mezcla se puede considerar constante, pero también se pueden aplicar ecuaciones de base empírica para calcularla. La fórmula propuesta por Nikuradse es:

$$l_m = L \left[ 0.14 - 0.018 \left( 1 - \frac{y}{L} \right)^2 - 0.06 \left( 1 - \frac{y}{L} \right)^4 \right] \quad (23.1)$$

Donde  $L$  es una distancia característica en el problema de canales abiertos. Suele tomarse la altura total del flujo.

Surge a continuación el problema de calcular  $l_m$  en la capa límite. Una de las soluciones a este problema la proponen Baldwin y Lomax. En su modelo proponen calcular  $l_m$  en la capa límite  $l_{m_i}$  como:

$$l_{m_i} = \kappa y \left( 1 - e^{-\frac{y^+}{A^+}} \right) \quad (24.1)$$

Esta ecuación puede ser corregida para tener en cuenta los gradientes de la presión de la siguiente forma, [22]:

$$l_{m_i} = \kappa y \left( 1 - e^{-\frac{y^+}{A^+}} \right) \quad (25.1) \quad \text{donde} \quad A^+ = 26 \left[ 1 + y \frac{\left( \frac{\partial p}{\partial x} \right)}{\rho v_\tau^2} \right] \quad (26.1)$$

Donde “ $x$ ” es la coordenada en la dirección del flujo e “ $y$ ” es la coordenada normal a la dirección del flujo, es decir, la normal a la pared;  $v_\tau$  es la velocidad de fricción, que se introduce al hablar de la ley de pared en (39.1).

En cambio, en este mismo modelo de Baldwin Lomax, la viscosidad turbulenta fuera de la capa límite se considera como:

$$\mu_T = \rho C_1 C_2 F_W F_K \quad (27.1)$$

Donde:

$$C_1 = 0.0168 \quad \text{y} \quad C_2 = 1.6$$

De tal forma que:

$$F_W = \min \left[ y_{\max} F_{\max}, C_W y_{\max} \frac{v_{\max}^2}{F_{\max}^2} \right] \quad (28.1) \quad \text{Donde} \quad F_{\max} = \frac{1}{\kappa} \max \left( l_m \sqrt{2 \epsilon_{ij} \epsilon_{ij}} \right) \quad (29.1)$$

Donde:

$$C_w = 0.25 \quad y \quad C_K = 0.3 \quad y \quad F_K = \left[ 1 + 5.5 \left( \frac{C_K}{y_{\max}} \right) \right] \quad (30.1)$$

En esta formulación,  $y_{\max}$  es el valor de “y” donde la cantidad  $(l_m \sqrt{2\varepsilon_{ij}\varepsilon_{ij}})$  toma su máximo, y  $v_{\max}$  es la máxima velocidad dentro de la capa límite.

Se puede decir por lo tanto que con un modelo de cero ecuaciones el problema queda cerrado, ya que la ecuación de la cantidad de movimiento promediada, combinada con la hipótesis de Boussinesq, junto con la hipótesis de que la turbulencia se disipa en el mismo lugar donde se genera, deja únicamente en las RANSE la distribución de viscosidad turbulenta como desconocida, además de la presión y las tres componentes de la velocidad.

Para calcular la viscosidad turbulenta lo que habrá que conocer será la longitud de mezcla y para eso se utilizan las expresiones ya vistas.

Los siguientes modelos, desde un punto de vista de transporte de magnitudes turbulentas, son los de una ecuación. En ellos se sigue también la hipótesis de Boussinesq y se plantea la ecuación de transporte de una de las magnitudes turbulentas. Sin otro tipo de consideraciones, esto debe dotar de mayor precisión a los resultados obtenidos.

Como se ha dicho anteriormente se incluyen los modelos de dos ecuaciones con unas diferencias conceptuales en el tratamiento del problema. Exigen una potencia de cálculo mayor, ya que habrán de resolver un mayor número de ecuaciones, pero la precisión de los resultados, a priori, se incrementará.

### Modelos de dos ecuaciones ( $k - \varepsilon$ )

El modelo que será sometido a estudio será un modelo  $k - \varepsilon$  estándar, de los llamados de dos ecuaciones. Dicho modelo se presenta a continuación, [4]:

$$\frac{Dk}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( v + \frac{v_T}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - \varepsilon + \chi \quad (31.1) \text{ Ecuación de } k$$

$$\frac{D\varepsilon}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( v + \frac{v_T}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{\varepsilon 1} f_1 \frac{1}{T_t} P_k - C_{\varepsilon 2} f_2 \frac{\varepsilon}{T_t} + \xi \quad (32.1) \text{ Ecuación de } \varepsilon$$

$$v_T = C_\mu f_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (33.1) \text{ Ecuación de la viscosidad turbulenta}$$

Donde  $\chi$  y  $\xi$  son funciones correctoras de la ecuación de  $k$  y de  $\varepsilon$  respectivamente para las zonas cercanas a la pared. Se presentan los valores de estas funciones en la “Tabla 2.1” siguiente para modelos de distintos autores.



En (31.1) y (32.1),  $P_k$  es la producción de energía cinética turbulenta,  $P_k = \nu_T \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2$  (34.1)

Asimismo  $f_1$  y  $f_2$  son funciones de amortiguamiento en el modelo. Se detallan sus valores en la “Tabla 3.1” posterior.

Además están los coeficientes de cierre del modelo,  $\sigma_k$ ,  $\sigma_\varepsilon$ ,  $C_{\varepsilon 1}$ ,  $C_{\varepsilon 2}$  y  $C_\mu$ , que se detallan también en la “Tabla 1.1” a continuación.

Modelo	Autor/es	$\sigma_k$	$\sigma_\varepsilon$	$C_{\varepsilon 1}$	$C_{\varepsilon 2}$	$C_\mu$
JL	Jones y Launder	1.00	1.30	1.55	2.0	0.090
LS	Launder y Sharma	1.00	1.30	1.44	1.92	0.090
CH	Chien	1.00	1.30	1.35	1.8	0.090
MK	Myong y Kasagi	1.40	1.30	1.40	1.8	0.090
KTS	Karlsson y otros	1.00	1.30	1.44	1.92	0.090
SZS	So y otros	0.75	1.45	1.50	1.83	0.096
YS	Yang y Shih	1.00	1.30	1.44	1.92	0.090
SSA	Sarkar y So	1.00	1.45	1.50	1.83	0.096
MT	Modelo de Tesis	1.05	1.40	1.50	1.92	0.092

Tabla 1.1. Constantes de cierre del modelo

Modelo	$\mathcal{X}$	$T_i$	$\xi$
JL	$-2\nu \left( \frac{\partial \sqrt{k}}{\partial y} \right)^2$	$\frac{k}{\varepsilon}$	$2\nu\nu_T \left( \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)^2$
LS	$-2\nu \left( \frac{\partial \sqrt{k}}{\partial y} \right)^2$	$\frac{k}{\varepsilon}$	$2\nu\nu_T \left( \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)^2$
CH	$-2\nu \frac{k}{y^2}$	$\frac{k}{\varepsilon}$	$\frac{2\nu\varepsilon e^{\frac{-y^+}{2}}}{y^2}$
MK	0	$\frac{k}{\varepsilon}$	0
KTS	0	$\frac{k}{\varepsilon}$	0
SZS	0	$\frac{k}{\varepsilon}$	$\left[ -2.0 \frac{\varepsilon \varepsilon^*}{k} + 1.5 \frac{(\varepsilon^*)^2}{k} \right] e^{-\left( \frac{\text{Re}_t}{64} \right)^2}$
YS	0	$\frac{k}{\varepsilon} + \left( \frac{\nu}{\varepsilon} \right)^{0.5}$	$2\nu\nu_T \left( \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)^2$

SSA	0	$\frac{k}{\varepsilon}$	$\left[ -0.57 \frac{\varepsilon \tilde{\varepsilon}}{k} + 0.5 \frac{(\varepsilon^*)^2}{k} - 2.25 \frac{\varepsilon}{k} P_k \right] e^{-\left( \frac{\text{Re}_t}{40} \right)^2}$
MT	0	$\frac{k}{\varepsilon}$	0

Tabla 2.1. Funciones correctoras en la pared.

Modelo	$f_1$	$f_2$	$f_\mu$	$\varepsilon_\omega$
JL	1	$1 - 0.3e^{-\text{Re}_t^2}$	$\exp \left[ -\frac{2.5}{1 + \frac{\text{Re}_t}{50}} \right]$	0
LS	1	$1 - 0.3e^{-\text{Re}_t^2}$	$\exp \left[ -\frac{3.4}{\left( 1 + \frac{\text{Re}_t}{50} \right)^2} \right]$	0
CH	1	$1 - 0.3e^{-\left( \frac{\text{Re}_t}{6} \right)^2}$	$1 - e^{-0.0115 y^+}$	0
MK	1	$1 - \frac{2}{9} e^{-\left( \frac{\text{Re}_t}{6} \right)^2}$	$\left( 1 - \frac{3.45}{\sqrt{\text{Re}_t}} \right) \left[ 1 - \exp \left( -\frac{y^+}{70} \right) \right]$	$\frac{4k_1^+}{(y_1^+)^2} - \varepsilon_1^+$
KTS	1	$1 - e^{-0.02(y^+)^2}$	$1 + \frac{0.39}{y^+} \frac{1 - 2.468 y^+}{\exp[-3 \cdot 10^{-5} (y^+)^{2.9}]}$	$\nu \left( \frac{\partial^2 k}{\partial y^2} \right)_\omega$
SZS	1	1	$\left( 1 - \frac{3.45}{\sqrt{\text{Re}_t}} \right) \tanh \left( \frac{y^+}{115} \right)$	$2\nu \left( \frac{\partial \sqrt{k}}{\partial y} \right)_\omega^2$
YS	1	1	$\left[ 1 - \exp(-1.5 \cdot 10^{-4} \text{Re}_y - 5 \cdot 10^{-7} \text{Re}_y^3 - 1 \cdot 10^{-10} \text{Re}_y^5) \right]^{1/2}$	$2\nu \left( \frac{\partial \sqrt{k}}{\partial y} \right)_\omega^2$
SSA	1	1	$\left( 1 + 3 / \text{Re}_t^{3/4} \right) \left[ 1 + 80e^{\text{Re}_t} \right] \cdot \left[ 1 - e^{\left( -\text{Re}_t / 43 - \text{Re}_t^2 / 330 \right)} \right]$	$2\nu \left( \frac{\partial \sqrt{k}}{\partial y} \right)_\omega^2$
MT	1	1	1	0

Tabla 3.1. Funciones de amortiguamiento.

Para la definición de las variables del modelo de turbulencia se han introducido una serie de variables nuevas, como son:

$$\text{Re}_t = \frac{k^2}{\nu \varepsilon} \quad (35.1) \text{ Definición del n}^\circ \text{ de Reynolds turbulento.}$$

$Re_y = \frac{y\sqrt{k}}{\nu}$  (36.1) Definición del n° de Reynolds adimensionalizado con la distancia a la pared.

$Re_\varepsilon = \frac{y(\nu\varepsilon)^{1/4}}{\nu}$  (37.1) Definición del n° de Reynolds adimensionalizado con la disipación turbulenta.

Por otro lado están las magnitudes clásicas  $y^+$  y  $u_\tau$ , que son:

$y^+ = \frac{u_\tau y}{\nu}$  (38.1) y  $u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}$  (39.1) es la velocidad adimensionalizada con el esfuerzo en la pared.

Las condiciones de contorno naturales en la pared son  $k = 0$  y  $u = 0$  y

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right)_{pared}.$$

El problema con un modelo de dos ecuaciones queda entonces cerrado con las siguientes ecuaciones:

RANSE:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (40.1)$$

$$\rho \left[ \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{u}_i \bar{u}_j)}{\partial x_j} \right] = - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 \bar{u}_j}{\partial x_i \partial x_j} - \rho \frac{\partial (\bar{u}_i' \bar{u}_j')}{\partial x_j} + f_i \quad (41.1)$$

HIPÓTESIS DE BOUSSINESQ:

$$\bar{u}_i' \bar{u}_j' = \frac{2}{3} k \delta_{ij} - 2\nu_T \varepsilon_{ij} \quad (42.1)$$

ECUACIONES DEL MODELO:

$$\frac{Dk}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \nu + \frac{\nu_T}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - \varepsilon + \chi \quad (43.1)$$

$$\frac{D\varepsilon}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \nu + \frac{\nu_T}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{\varepsilon 1} f_1 \frac{1}{T_t} P_k - C_{\varepsilon 2} f_2 \frac{\varepsilon}{T_t} + \xi \quad (44.1)$$

VISCOSIDAD TURBULENTO:

$$\nu_T = C_\mu f_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (45.1)$$

Este sistema de ecuaciones formará el sistema cerrado que permitirá resolver el problema en flujo turbulento.



En este modelo se define  $\varepsilon$  como una función de las fluctuaciones de las velocidades, [10], de modo que:

$$\varepsilon = 2\nu \overline{\varepsilon(u')} : \varepsilon(u') \quad (46.1)$$

Parece evidente que después de todo lo visto hay que tener en consideración la distribución de velocidades dentro de la capa límite turbulenta. De entrada para poder conocer los efectos de las tensiones que se produzcan en el fluido que esté en contacto con las paredes que el problema considere, y por otro lado, para poder resolver todo el sistema de ecuaciones dentro incluso de la capa límite. Esta última consideración se verá con más detalle más adelante.

### La Ley de Pared

La figura (1.1) muestra un típico perfil de velocidades en las inmediaciones de la pared en una capa límite turbulenta.

Se distinguen las tres regiones que aparecen representadas en la figura dentro de la zona interior, que son [22]:

- La subcapa laminar
- Una zona de transición
- Una región logarítmica

Por último está la región exterior, que es la que representa el exterior de la capa límite.

La región logarítmica es por tanto la transición entre la zona interior y la exterior.

Si se evalúan la ecuación de cantidad de movimiento promediada, (41.1), en dos dimensiones, en las inmediaciones de la pared, en régimen estacionario y con presión constante, se obtiene lo siguiente, [6]:

$$\rho \left[ u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right] - \frac{\partial}{\partial y} \left[ \mu \frac{\partial u}{\partial y} + \tau_{12}^R \right] = 0 \quad (47.1)$$

Al evaluar los términos en la pared, y considerar la condición de no deslizamiento,

$$u = v = 0 \quad (48.1), \text{ se tiene } \left. \frac{\partial}{\partial y} \left[ \mu \frac{\partial u}{\partial y} + \tau_{12}^R \right] \right|_{pared} = 0 \quad (49.1), \text{ de donde se deduce que la}$$

variación de la suma de los esfuerzos viscosos y de tensiones de Reynolds es suave al alejarse de la pared. Se podrán considerar pues constantes en las inmediaciones de la pared.

Por lo tanto los términos convectivos de la ecuación de cantidad de movimiento se podrán despreciar, quedando la ecuación únicamente indicando que los términos del tensor de esfuerzos y los de tensiones de Reynolds se anulan.

$$\left[ \mu \frac{\partial u}{\partial y} + \tau_{12}^R \right] = C \quad (50.1)$$

Y si se evalúa la expresión anterior en la pared queda:  $\tau_p = C$  (51.1)

$$\tau_p = \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)_p = C \quad (52.1)$$

Porque en la pared no tiene sentido considerar el tensor de tensiones de Reynolds ya que por un lado en la pared el fluido está parado lo que supone que no hay fluctuaciones, y por otro, cerca de la pared está la subcapa laminar, en la que el régimen es, como su nombre indica, laminar.

Dentro de la capa logarítmica las tensiones de Reynolds son mucho mayores que las viscosas, de modo que la expresión queda:

$$\tau_{12}^R \approx Cte. \quad (53.1)$$

Además, al seguir el postulado de Prandtl del modelo de longitud de mezcla, que decía que la velocidad característica media del movimiento fluctuante era proporcional al gradiente de velocidad media por la longitud de mezcla, se obtiene [3]:

$$\tau_{xy}^R = -\rho l_m^2 \left| \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right| \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \quad (54.1)$$

ó

$$v_\tau = l_m \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (55.1)$$

Si se supone que la longitud de mezcla está dada por  $l_m = \kappa y$ , donde  $\kappa$  (Karman) es una constante universal, se obtiene que:

$$v_\tau = l_m \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right) = \kappa y \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (56.1)$$

Integrando, se obtiene la ley logarítmica:

$$\frac{v}{v_\tau} = \frac{1}{\kappa} \ln(y) + C \quad (57.1)$$

O expresando “y” de forma adimensional:

$$\frac{v}{v_\tau} = u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln(y^+) + C \quad (58.1)$$

$\kappa$  se conoce como la constante de Karman y  $C$  es una constante adimensional, que para capas límite incompresibles con gradientes de presión despreciables toman los valores:

$$\kappa = 0.41 \text{ y } C = 5.0$$

La constante de Karman “ $\kappa$ ” varía según el autor, porque se utiliza la experimentación para su obtención. Así pues su valor dependerá de la precisión del método experimental mediante el cual se obtenga. En cualquier caso las variaciones según diferentes autores son pequeñas.

La ecuación (58.1) representa la ley semilogarítmica que se levanta en la gráfica siguiente:

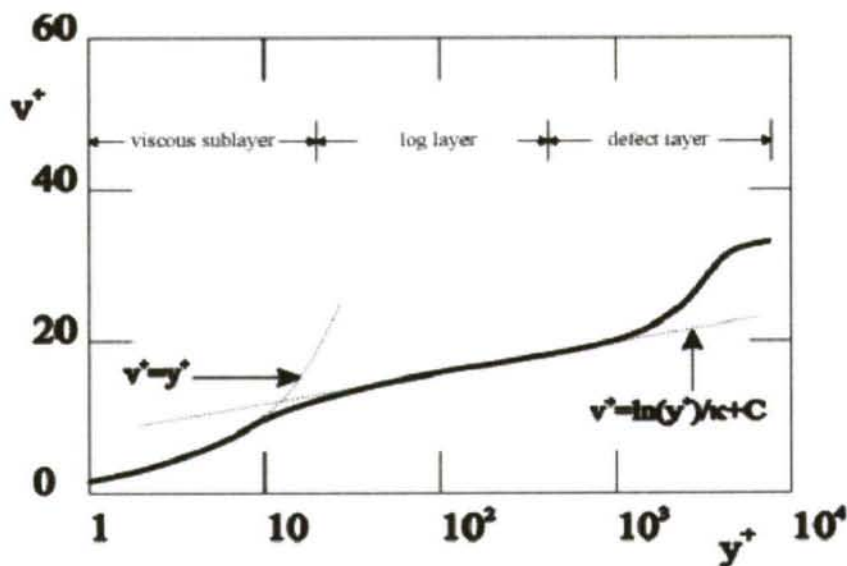


Figura 1.1. Perfil de velocidades en capa límite turbulenta

A la vista de la gráfica, se puede comprobar lo siguiente: el ámbito de aplicación de la ley lineal está entre  $0 < y^+ < 5$ .

De la misma manera se puede decir que la validez de la capa logarítmica está entre  $50 < y^+ < 500$ . La capa de transición, que se encuentra entre las dos, está entre  $5 < y^+ < 50$  y por último, la región exterior se encuentra en el rango en el que se cumple que  $y^+ > 500$ .

Estos valores son orientativos, ya que no se puede decir que los valores sean constantes en todos los casos, ya que entre otras cosas, en el caso más simple de una placa plana, dependerían del número de Reynolds.

Como se ha dicho anteriormente la ley de pared logarítmica tiene un rango de validez entre  $50 < y^+ < 500$ . No obstante, y con la finalidad de extender el rango de aplicación de las leyes de pared lo máximo posible, se incluye otra posibilidad: la llamada ley de pared de Reichardt, que admite un rango de validez de entre  $0 < y^+ < 500$ .



$$u^+ = 2.5 \ln(1 + \kappa y^+) + 7.8 \left( 1 - e^{-\frac{y^+}{11}} - \frac{y^+}{11} e^{-0.33 y^+} \right) \quad (59.1)$$

Sin dejar de ser una ley logarítmica simula bastante bien el comportamiento de flujos desprendidos.

Además, Spalding propuso una ley válida para todo el rango de  $y^+$ . En principio la propuso de una forma teórica y posteriormente fue corroborada de manera experimental. La expresión es la siguiente:

$$y^+ = u^+ + e^{-\kappa B} \left[ e^{-\kappa u^+} - 1 - \kappa u^+ - \frac{(\kappa u^+)^2}{2} - \frac{(\kappa u^+)^3}{6} \right] \quad (61.1)$$

Pero falta otra consideración, y es la de la rugosidad. Esto lleva a introducir otra ley que permite tener en cuenta sus efectos,[17].

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln \left( \frac{y^+ S_R}{100} \right) + 8.4 \quad (62.1)$$

Donde

$$S_R = \begin{cases} (50/k_R^+)^2 & \text{si } k_R^+ < 25 \\ 100/k_R^+ & k_R^+ \geq 25 \end{cases} \quad (63.1)$$

Donde  $k_R^+ = \frac{k_R v_\tau}{\nu}$  (64.1) siendo  $k_R$  la altura de la rugosidad.

Hasta aquí se ha visto la base teórica a implementar. A continuación hay que ver cómo se organizan este conjunto de ecuaciones en un sistema discreto, con las implicaciones que ello conlleva.

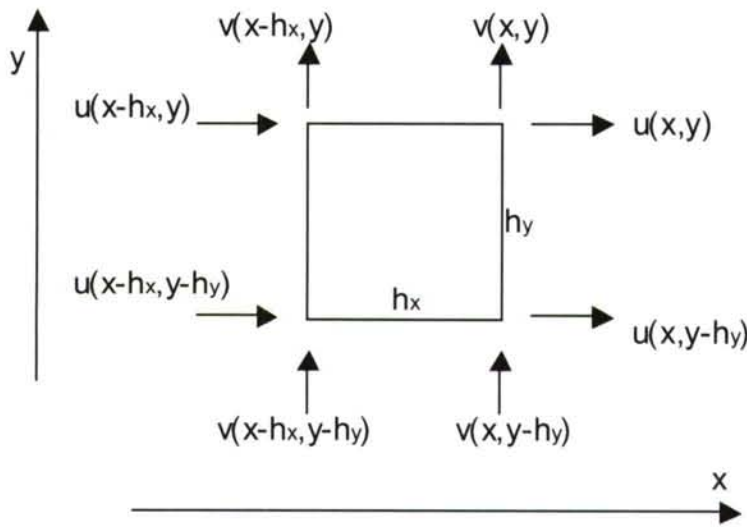
## Presentación de un modelo teórico en el que implementar el MEF

El modelo que se presenta ha sido desarrollado por CIMNE (Centro Internacional de Métodos Numéricos en la Ingeniería) y parte de las ecuaciones de Navier-Stokes Promediadas. (40.1) y (41.1)

Pero estas ecuaciones se han de aplicar en un dominio continuo, así pues se habrá de pensar en un artificio para adaptarlas a un dominio discreto, esto es, una serie de puntos dentro de un dominio a definir.

Para esto lo más inmediato es pensar en hacer un desarrollo en series de Taylor, que precisamente adaptará las ecuaciones para el dominio discreto.

Si, por ejemplo, se desarrolla la ecuación (40.1) en serie de Taylor se tendrá lo siguiente:



Si se plantea para este elemento la ecuación de la conservación de la masa (1.1), la ecuación quedará:

$$0 = \frac{u(x-h_x, y) + u(x-h_x, y-h_y)}{2} h_y - \frac{u(x, y) + u(x, y-h_y)}{2} h_y + \\ + \frac{v(x-h_x, y-h_y) + v(x, y-h_y)}{2} h_x - \frac{v(x-h_x, y) + v(x, y)}{2} h_x \quad (1.2)$$

Hasta ahora aún no se ha hecho ninguna aproximación por Taylor; se hará a continuación, y se truncará la serie en los términos de segundo orden.

Las series de Taylor responden a una forma que se detalla en (2.2).

$$f(x, y) = f(x_0, y_0) + \frac{\partial f(x_0, y_0)}{\partial x} (x - x_0) + \frac{\partial f(x_0, y_0)}{\partial y} (y - y_0) + \frac{\partial^2 f(x_0, y_0)}{\partial x \partial y} (x - x_0)(y - y_0) + \frac{\partial^2 f(x_0, y_0)}{\partial x^2} \frac{(x - x_0)^2}{2} + \frac{\partial^2 f(x_0, y_0)}{\partial y^2} \frac{(y - y_0)^2}{2} + \dots (2.2)$$

Evidentemente para funciones de una variable lo único que hay que hacer es eliminar la variable que sobra del desarrollo.

Así pues las expresiones de tipo:

$$u(x, y) = u \quad (3.2)$$

$$u(x - h_x, y) = u - \frac{\partial u}{\partial x} h_x + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \frac{h_x^2}{2} + \dots (4.2)$$

$$u(x, y - h_y) = u - \frac{\partial u}{\partial y} h_y + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \frac{h_y^2}{2} + \dots (5.2)$$

$$u(x - h_x, y - h_y) = u - \frac{\partial u}{\partial x} h_x - \frac{\partial u}{\partial y} h_y + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \frac{h_x^2}{2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \frac{h_y^2}{2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} h_x h_y + \dots (6.2)$$

Se efectuará un desarrollo semejante para las expresiones en  $v$ .

Tras efectuar el desarrollo de todas estas expresiones, la expresión (1.2) final queda:

$$-\left[\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right] + \frac{h_x}{2} \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y}\right] + \frac{h_y}{2} \left[\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}\right] = 0 \quad (7.2)$$

que se puede poner en notación tensorial de la forma:

$$r_d - \frac{h_j}{2} \frac{\partial r_d}{\partial x_j} = 0 \quad (8.2) \quad \text{Donde} \quad r_d = \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \quad (9.2)$$

Por otro lado es de esperar que la ecuación de conservación de la cantidad de movimiento se comporte de la misma manera [16]:

$$r_{m_i} - \frac{h_j}{2} \frac{\partial r_{m_i}}{\partial x_j} - \frac{\delta}{2} \frac{\partial r_{m_i}}{\partial t} = 0 \quad (10.2)$$

Con la particularidad, como se observa en esta ecuación, de que se incluye otro término del desarrollo en serie, debido a que en este caso, la ecuación de la cantidad de movimiento depende del tiempo además de la posición.  $\delta$  tendrá pues unidades de tiempo.

$$\text{En (10.2)} \quad r_{m_i} = \rho \left[ \frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial(u_i u_j)}{\partial x_j} \right] + \frac{\partial p}{\partial x_i} - \mu \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_i \partial x_j} - f_i \quad (11.2)$$

O bien, si se incluye el término  $f_i$  dentro del gradiente de presiones:



$$r_{m_i} = \rho \left[ \frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial(u_i u_j)}{\partial x_j} \right] + \frac{\partial(p - gz)}{\partial x_i} - \mu \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_i \partial x_j} \quad (12.2)$$

Si se reordena la ecuación de la cantidad de movimiento se puede obtener la siguiente expresión:

$$\frac{\partial r_d}{\partial x_i} = \left[ \frac{\mu}{3} + \frac{\rho u_i h_{m_i}}{2} \right]^{-1} \left[ \bar{r}_{m_i} - \frac{h_{m_k}}{2} \frac{\partial r_{m_i}}{\partial x_k} + \frac{\rho u_i h_{m_i}}{2} \frac{\partial r_d}{\partial x_i} - \frac{\delta}{2} \frac{\partial r_{m_i}}{\partial t} \right] \quad (13.2)$$

$$\text{Donde } \bar{r}_{m_i} = r_{m_i} + \frac{\mu}{3} \frac{\partial r_d}{\partial x_i} \quad (14.2)$$

Así pues, si ahora se combinan las ecuaciones de conservación de la masa con la anterior, se obtiene, [17]:

$$r_d = g_{ii} \frac{\partial^2 p}{\partial x_i \partial x_i} - r_p \quad (15.2)$$

$$\text{Donde } g_{ij} = \left( \frac{4\mu}{3h_{d_i} h_{m_j}} + \frac{2\rho u_i h_{m_i}}{h_{d_i} h_{m_j}} \right)^{-1} \quad (16.2) \text{ y}$$

$$r_p = c_i \left[ \bar{r}_{m_i} - g_{ij} \frac{\partial}{\partial x_j} \left( r_{m_i} - \delta_{ij} \frac{\partial p}{\partial x_i} \right) + \frac{\rho u_i h_{m_i}}{2} \frac{\partial r_d}{\partial x_i} - \frac{\delta}{2} \frac{\partial r_{m_i}}{\partial t} \right] \quad (17.2)$$

Si se asume, como es de esperar, que la malla será la misma para la aplicación de cualquiera de las ecuaciones vistas,  $h_{m_i} = h_{d_i} = h$ , se tendrá que  $g_{ii} = \left( \frac{4\mu}{3h^2} + \frac{2\rho u_i}{h} \right)^{-1}$ , lo cual coincide con el parámetro de estabilización que se introduce en el método de mínimos cuadrados de Galerkin, GLS, tanto para el caso de Euler ( $\mu = 0$ ) [21] como para el caso de un sólido ( $u_i = 0$ ) [20]. No obstante, aquí no se ha hecho más que un desarrollo en serie de las expresiones de las ecuaciones de Navier-Stokes y operaciones algebraicas.

Así pues, se ha conseguido adaptar las ecuaciones de Navier-Stokes para poder aplicar el método de los elementos finitos.

Pero además está el problema de adaptar las ecuaciones de superficie libre para poder aplicar el método. Las ecuaciones van a tomar la forma:

$$r_n - \frac{h_{n_j}}{2} \frac{\partial r_n}{\partial x_j} - \frac{\gamma}{2} \frac{\partial r_n}{\partial t} = 0 \quad (18.2) \quad \text{Donde} \quad r_n = \frac{\partial \eta}{\partial t} + u_i^a \frac{\partial \eta}{\partial x_i} - u_3 \quad (19.2)$$

$\gamma$  es un parámetro temporal, que se incluye por la misma razón que la ya explicada para el caso de la ecuación de la cantidad de movimiento.

Pero en este último caso se ha de tener en cuenta que la posición de los nodos no es fija en el espacio y que como consecuencia, al ir marchando el problema en el tiempo, los nodos también tendrán una velocidad. Es por esto que la velocidad que habrá en el nodo considerado será la suma de los dos efectos, el de la solución obtenida y el de la velocidad de movimiento de la malla. Así pues esto se tendrá en cuenta considerando:

$$u_i^a = u_i - u_i^m \quad (20.2)$$

Donde  $u_i^m$  es la velocidad de deformación de la malla, y  $u_i^a$  es la velocidad aparente, que será la real menos la de la malla. A efectos de desarrollar en serie la ecuación de  $r_n$  lo que interesa es la velocidad relativa, ya que si la malla no se moviese la consideración anterior no tendría sentido, y si se moviese a la misma velocidad que lo que implica la solución, el resultado sería  $u_i = 0$ .

Falta además por introducir el funcionamiento de las ecuaciones del modelo de turbulencia sometido a estudio. Será el  $k-\varepsilon$  y por lo tanto las ecuaciones a desarrollar serán las ya vistas:

$$\frac{Dk}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \nu + \frac{\nu_T}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - \varepsilon + \chi \quad (43.1)$$

$$\frac{D\varepsilon}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \nu + \frac{\nu_T}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{\varepsilon 1} f_1 \frac{1}{T_t} P_k - C_{\varepsilon 2} f_2 \frac{\varepsilon}{T_t} + \xi \quad (44.1)$$

$$\nu_T = C_\mu f_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (45.1)$$

Que conjuntamente con las RANSE forman un sistema cerrado.

El estudio de las Ecuaciones de Navier-Stokes en régimen laminar para un dominio discreto está visto. En el caso de las RANSE la única salvedad que se ha de introducir es que en vez de la viscosidad cinemática se ha de utilizar la suma de las dos, la cinemática y la turbulenta, y además, como ya se ha explicado anteriormente, la parte de la energía cinética turbulenta, que se introduce mediante el modelo de Boussinesq, se puede incluir en el término de las fuerzas volumétricas [5].

$$\nu \rightarrow \nu + \nu_T \quad (21.2) \quad \text{y} \quad f \rightarrow f - \frac{2}{3} \rho \nabla k \quad (22.2)$$

Así pues desde el punto de vista de las ecuaciones de Navier-Stokes el problema de la discretización está resuelto, pero falta por plantear las ecuaciones del modelo de turbulencia propiamente dichas a un dominio discreto.

### Ecuación de $k$

El problema se define de modo que se trate de calcular la distribución de  $k$  para que satisfaga la ecuación del modelo, conocidos el campo de  $u_i$  y de  $\nu_T$ , y con las condiciones iniciales y de contorno que se impongan.

Con respecto a estas condiciones iniciales y de contorno, cabe señalar que cualquier código implementado presenta las siguientes particularidades:

1. En la pared el valor de  $k$  tendría que anularse, porque de entrada hay una capa laminar que implica que los valores de todas las fluctuaciones turbulentas se anulan en esa zona, y además, lo lógico es pensar que en la pared las partículas fluidas están en reposo absoluto, de modo que la energía cinética asociada a esas partículas será nula. Además, en la zona de flujo libre se presenta el mismo problema. Esto supone que, al haber zonas en el dominio considerado en las que  $k = 0$ , al dividir por  $k$  (aplicado a todo el volumen de control) surgirán inestabilidades. Por esto se incluye la necesidad de fijar un valor mínimo de  $k$ , y en las zonas en las que la solución tenga este valor mínimo se sabrá que la energía cinética turbulenta se anula, o lo que es lo mismo, no habrá presencia de turbulencia en dichas zonas. Una de las dificultades que desde el punto de vista de calibración se ha encontrado es precisamente esta, que incluso tiene más implicaciones con respecto a las condiciones de contorno de las magnitudes turbulentas en todo el volumen de control.
2. En las zonas del volumen de control que lo limiten en su parte más alejada de la perturbación se impondrán condiciones tipo  $\bar{\nabla}k = 0$ , y en la cara de entrada tipo Dirichlet, como si hubiese una velocidad impuesta. Se supondrá que  $k$  variará suavemente en los extremos del volumen de control desde su mínimo. El resto de las magnitudes turbulentas funcionan igualmente.

Con respecto a las condiciones de contorno de la ecuación de  $k$  y de  $\varepsilon$ , se realizarán más adelante los comentarios completos, tanto desde el punto de vista de calibración como de pared.

Así pues el problema queda definido, con la dificultad de que la ecuación es no lineal y de que hay que linealizarla, de modo que se pueda llegar a una solución estable y fiable.

El método seguido por TDYN es el de Picard, [5]. No obstante se presentan dos métodos más:

Suponiendo que  $P_k = 2\nu_t \varepsilon_{ij} \varepsilon_{ij}$  (23.2), se puede obtener la linealización de Picard asumiendo que los términos de la ecuación  $P_k - \varepsilon = 2\nu_t \varepsilon(u) : \varepsilon(u) - \varepsilon$  (24.2). Si esto se combina con la definición de la viscosidad turbulenta (33.1):

$$\nu_T = C_\mu f_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \therefore \varepsilon = C_\mu f_\mu \frac{k^2}{\nu_T} \quad (25.2)$$

La consideración en la ecuación de  $k$  únicamente de los términos reactivos queda:



$$P_k - \varepsilon = 2\nu_i \varepsilon(u) : \varepsilon(u) - \varepsilon = 2C_\mu f_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \varepsilon(u) : \varepsilon(u) - C_\mu f_\mu \frac{k^2}{\nu_T} = \left( 2f_\mu \frac{C_\mu}{\varepsilon} \varepsilon(u) : \varepsilon(u) - f_\mu \frac{C_\mu}{\nu_T} \right) k^2 \quad (26.2)$$

Donde  $k^2$  se modelizará como el valor en un paso de tiempo por su valor en un paso de tiempo inmediatamente anterior, luego:

$$P_k - \varepsilon = \left( 2f_\mu \frac{C_\mu}{\varepsilon} \varepsilon(u) : \varepsilon(u) - f_\mu \frac{C_\mu}{\nu_T} \right) k^{i-1} k \quad (27.2)$$

Desde el punto de vista de estabilidad, el hecho de que el término entre paréntesis de la expresión anterior pueda tomar un valor negativo representa un problema [5]. Es por esto que en el proceso iterativo de integración se supone que  $P_k$  permanece constante y positivo. En vista de la definición de  $P_k$  en (27.2), es una suposición aceptable.

Así pues la ecuación completa para  $k$  queda:

$$\frac{\partial k^i}{\partial t} + (u \cdot \nabla) k^i - \nabla \left[ \left( \nu + \frac{\nu_T}{\sigma_k} \right) \nabla k^i \right] + \frac{C_\mu f_\mu}{\nu_T} \left[ (\lambda + 1) k^{i-1} k^i - \lambda (k^{i-1})^2 \right] = P_k \quad (28.2)$$

Donde  $\lambda$  toma los valores 0, 1, -1, según se linealiza con los métodos de Picard, Newton – Raphson ó RHS respectivamente.

Con respecto al cálculo del resto de los términos de esta ecuación no presenta ningún tipo de particularidad desde el punto de vista de su integración, ya que son todos términos “cuasilineales”. Más adelante se verá cómo se integran las ecuaciones, conjuntamente con las RANSE.

### Ecuación de $\varepsilon$

La ecuación presentada en el modelo para  $\varepsilon$  (44.1), se discretizará de una manera similar a la de la energía cinética, es decir, el problema de las linealizaciones del término reactivo se repite, de modo que en este caso se partirá de la suposición de que se conoce  $u_i$ ,  $\nu_T$  y  $k$ , y que el problema consiste en encontrar la  $\varepsilon$  que cumpla la ecuación (44.1).

El término reactivo se corresponde con:

$$C_{\varepsilon 1} f_1 \frac{1}{T_i} P_k - C_{\varepsilon 2} f_2 \frac{\varepsilon}{T_i} \quad (29.2)$$

que si se combina con la ecuación (23.2), que define  $P_k$ :

$$P_k = 2\nu_i \varepsilon(u) : \varepsilon(u) = 2C_\mu f_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \varepsilon(u) : \varepsilon(u) \quad (30.2)$$

Se obtiene, para  $T_i = k/\varepsilon$  (Modelo tesis):

$$C_{\varepsilon 1} f_1 \frac{1}{T_i} P_k - C_{\varepsilon 2} f_2 \frac{\varepsilon}{T_i} = C_{\varepsilon 1} f_1 2 C_{\mu} f_{\mu} k \varepsilon(u) : \varepsilon(u) - C_{\varepsilon 2} f_2 \frac{\varepsilon^2}{k} = P_{\varepsilon} - \frac{C_{\varepsilon 2} f_2}{k} \varepsilon^2 \quad (31.2)$$

El problema se considerará, como en el caso de la ecuación de la energía cinética turbulenta, de modo que el término  $P_{\varepsilon}$  se mantenga constante y se pasará al otro lado de la ecuación y así, al final, la ecuación para  $\varepsilon$  discretizada se podrá escribir como:

$$\frac{\partial \varepsilon^i}{\partial t} + (u \cdot \nabla) \varepsilon^i - \nabla \left[ \left( \nu + \frac{\nu_T}{\sigma_{\varepsilon}} \right) \nabla \varepsilon^i \right] + \frac{C_{\varepsilon 2} f_2}{k} \left[ (\lambda + 1) \varepsilon^{i-1} \varepsilon^i - \lambda (\varepsilon^{i-1})^2 \right] = P_{\varepsilon} \quad (32.2)$$

Con los valores de  $\lambda$  exactamente iguales a los del modelo de  $k$ , según el tipo de discretización que se adopte.

El término de cuasilinealidad se refiere a la parte convectiva tanto de la ecuación (32.2) como de su homóloga de  $k$  planteada anteriormente. Esto es así porque en el tratamiento de ambas ecuaciones se parte de que se conoce  $u$ , luego la parte convectiva deja de ser un problema y las dificultades se centran en los términos estudiados en las ecuaciones (31.2) para  $\varepsilon$  y (27.2) para  $k$ .

### Integración de las RANSE

Pero falta por hacer una descripción de cómo trabaja el ordenador para realizar los cálculos de resolución de las ecuaciones de Navier-Stokes promediadas conjuntamente con el modelo de turbulencia. En este trabajo se utiliza el llamado Método de Pasos Fraccionados [8]:

Se parte de las expresiones (8.2) y (10.2) aplicadas a un dominio.

Si se toma  $\frac{\partial u_i}{\partial t} = \frac{u_i^* - u_i^n}{\Delta t}$ , donde  $u_i^n$  es el campo de velocidades en el paso de tiempo  $n$  y  $\Delta t$  es el paso de tiempo, se tendrá una expresión para la ecuación (10.2) tal como:

$$\rho \left[ \frac{u_i^* - u_i^n}{\Delta t} + \frac{\partial(u_i u_j)}{\partial x_j} \right] - \mu \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_i \partial x_j} - f_i - \frac{h_{dij}}{2} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \rho \left[ \frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial(u_i u_j)}{\partial x_j} \right] + \frac{\partial p}{\partial x_i} - \mu \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_j \partial x_j} - f_j \right]^n - \frac{\delta}{2} \frac{\partial}{\partial t} \left[ \rho \left[ \frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial(u_i u_j)}{\partial x_j} \right] + \frac{\partial p}{\partial x_i} - \mu \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_i \partial x_j} - f_j \right]^n = 0 \quad (33.2)$$

En (33.2) ya se consideran las indicaciones de (21.2) y (22.2).

Se ha de destacar que en esta última ecuación se ha eliminado el término de presión, es decir, que  $u_i^*$  no es la velocidad en el paso de tiempo posterior al  $n$ . Se podría enfocar como que es un artificio matemático para llegar a la velocidad en el paso de tiempo  $n+1$ .

Para conseguir  $u_i^*$  lo único que hay que hacer es despejarla de la fórmula, ya que todo el resto es conocido.

Si se quiere conseguir la velocidad del paso inmediatamente posterior al “n” se deberá incluir el término de presión, esto es:

$$u_i^{n+1} = u_i^* - \frac{\Delta t}{\rho} \frac{\partial p^n}{\partial x_i} \quad (34.2)$$

Esta será la formulación que se aplica para el cálculo de la velocidad en un paso posterior de tiempo, conocidas la velocidad y la presión en el paso inmediatamente anterior.

Para calcular el campo de presiones en un paso de tiempo a partir del campo de velocidades en este mismo paso de tiempo se procede de la siguiente forma:

Se combina la ecuación anterior con la ecuación de la conservación de la masa estabilizada (8.2) y (15.2):

$$\frac{\partial u_i^{n+1}}{\partial x_i} = \frac{\partial u_i^*}{\partial x_i} - \frac{\Delta t}{\rho} \frac{\partial^2 p^n}{\partial x_i^2} = g_{ii} \frac{\partial^2 p^n}{\partial x_i^2} - r_p \quad (35.2)$$

reordenando queda:

$$\left( \frac{\Delta t}{\rho} + g_{ii} \right) \frac{\partial^2 p^n}{\partial x_i^2} = r_d^* + r_p \quad (36.2)$$

que no es más que la ecuación del laplaciano de la presión en función de las velocidades. Por eso, si se conoce el campo de velocidades se puede conocer de este modo el campo de presiones en el mismo paso de tiempo. La ecuación que queda a resolver es una ecuación de Poisson, que es una ecuación típicamente resuelta por el método de elementos finitos.

Este algoritmo es el aplicado para integrar las ecuaciones de Navier-Stokes en régimen laminar. Como se ha comentado anteriormente, lo único que habrá que hacer en el caso de las RANSE será incluir el término de la viscosidad turbulenta en la viscosidad cinemática, y el término de  $k$  con el de presión.

Por otro lado, falta por introducir la resolución de las ecuaciones del modelo de turbulencia, tanto la de  $k$  como la de  $\varepsilon$ .

### Ecuación de $k$



El algoritmo implementado exige conocer en el primer paso de tiempo el valor tanto de  $k$  como de  $\varepsilon$ . El procedimiento para resolver las dos ecuaciones es el mismo, con la única salvedad de que cambian las entradas y las salidas según se trate de una ecuación o de otra.

Para integrar la ecuación de  $k$  y realizar su cálculo se parte de la ecuación (28.2).

De tal manera que de lo que se trata es de conocer  $k^i$  una vez conocido  $k^{i-1}$ . El problema es que este conocimiento se realizará de modo iterativo, dentro de un mismo paso de tiempo, dentro del cual se realizarán las iteraciones. Así pues se realizarán las iteraciones en un subpaso temporal, de modo que la ecuación se podrá reescribir como:

$$\frac{k^{n+1,i} - k^n}{\Delta t} + (u \cdot \nabla)k^{n+1,i} - \nabla \left[ \left( \nu + \frac{\nu_T}{\sigma_k} \right) \nabla k^{n+1,i} \right] + \frac{C_\mu}{\nu_t} \left[ (\lambda + 1)k^{n+1,i-1}k^i - \lambda(k^{n+1,i-1})^2 \right] = P_k \quad (37.2)$$

con las condiciones de contorno ya mencionadas para  $k^{n+1,i}$ . Así pues se procederá iterando según la ecuación anterior en “i” hasta la convergencia, y una vez el proceso haya convergido, el nuevo valor de  $k^{n+1,N}$  será el valor buscado para  $k^{n+1}$ . El proceso continúa dentro de los pasos principales de tiempo en el método de resolución de las RANSE hasta la convergencia final total.

Como se ha mencionado anteriormente, con respecto a las condiciones de contorno de  $k$ , se ha de hacer especial hincapié sobre todo en la pared. La situación a la hora de resolver se complica por el hecho de que dentro de la capa límite el CFD no calcula el problema. Luego las condiciones se han de imponer en el exterior de la capa límite, que es lo que representa el nodo inmediatamente pegado a la pared.

Teniendo en cuenta lo anterior, lo lógico es que la condición de contorno impuesta dependa directamente de la ley de pared seleccionada, así como la zona seleccionada de la ley de la capa límite turbulenta (laminar-logarítmica-exterior), que está íntimamente relacionada con la ley de la pared.

A modo de ejemplo, se ilustra para tres leyes de pared las condiciones de contorno impuestas. Como extensión y para tratarlo conjuntamente también se incluyen las condiciones de  $\varepsilon$ . Estas condiciones en el contorno se introducen en combinación con la ley de pared logarítmica, [5].

1. Ley de pared “Vfix”

- $k_{pared} = k_{min} \quad (38.2)$
- $\varepsilon_{pared} = \varepsilon_{min} \quad (39.2)$

2. Ley de pared “Y plus”

- $k_{pared} = \frac{u\tau^2}{\sqrt{C_\mu}} + a \quad (40.2)$



- $\varepsilon_{pared} = \frac{u_r^4}{\kappa y^+ \nu} + a \quad (41.2)$

### 3. Ley de pared “Delta”

- $k_{pared} = \frac{u_r^2}{\sqrt{C_\mu}} + a \quad (42.2)$

- $\varepsilon_{pared} = \frac{u_r^3}{\kappa y} + a \quad (43.2)$

Donde  $a$  es un número mínimo que se emplea para no permitir valores inferiores de estas magnitudes de un cierto valor. El resto de las magnitudes ya han sido introducidas con anterioridad.

Como se ha explicado anteriormente, estas condiciones de contorno surgen de la necesidad de ser impuestas fuera de la capa límite. Como no se imponen en la pared dejan de ser las naturales y se ha de buscar una forma artificial de adecuarlas. Las ecuaciones de cantidad de movimiento en el seno de la capa límite (zona logarítmica en el caso de la ley  $y^+$ , combinadas con las ecuaciones de cierre [24] suponen que en la capa límite se cumplen (40.2), (41.2), (42.2) y (43.2).

Se deduce de lo anterior que con esta imposición de condiciones de contorno el comportamiento en los límites no es todo lo deseable que cabría esperar. No obstante en la zona de utilización se darán como buenos.

### Ecuación de $\varepsilon$

Para integrar la ecuación se procede también del mismo modo que con la ecuación de  $k$ , es decir, el paso de tiempo en el que se está trabajando se subdivide en pasos de tiempo menores, de modo que el procedimiento para calcular el valor de  $\varepsilon$  en el paso considerado será el siguiente:

$$\frac{\varepsilon^{n+1,i} - \varepsilon^n}{\Delta t} + (u \cdot \nabla) \varepsilon^{n+1,i} - \nabla \left[ \left( \nu + \frac{\nu_T}{\sigma_\varepsilon} \right) \nabla \varepsilon^{n+1,i} \right] + \frac{C_{\varepsilon 2} f_2}{k} \left[ (\lambda + 1) \varepsilon^{n+1,i-1} \varepsilon^{n+1,i} - \lambda (\varepsilon^{n+1,i-1})^2 \right] = P_\varepsilon \quad (44.2)$$

De tal manera que ahora los superíndices “n” representan el paso de tiempo principal y los “i” los llamados subpasos de tiempo dentro del principal. De este modo se procede iterando en “i” dentro de cada paso de tiempo hasta conseguir la convergencia.

Por otro lado las condiciones de contorno para  $\varepsilon$  vienen definidas por los comentarios ya hechos para la ecuación de  $k$ . El sistema queda ahora cerrado.

### Ecuación de la superficie libre

No obstante surge otro problema, el de la integración de la ecuación de la superficie libre.

$$r_n - \frac{h_{nj}}{2} \frac{\partial r_n}{\partial x_j} - \frac{\gamma}{2} \frac{\partial r_n}{\partial t} = 0 \quad (45.2) \quad \text{Donde} \quad r_n = \frac{\partial \eta}{\partial t} + u_i^a \frac{\partial \eta}{\partial x_i} - u_3 \quad (46.2)$$

A la vista de las ecuaciones de la condición de contorno de la superficie libre (11.1), la integración se realizará del modo siguiente, [22] y [13]:

$$\beta^{n+1} = \beta^n - \Delta t \left[ (u_i^a)^n \frac{\partial \beta^n}{\partial x_i} - u_3^n - \frac{h_{\beta}}{2} \frac{\partial r_{\beta}^n}{\partial x_j} - \frac{\gamma}{2} \frac{\partial r_{\beta}^n}{\partial t} \right] \quad (47.2)$$

Así se van consiguiendo las posiciones de la superficie libre en los sucesivos pasos de tiempo.

Por supuesto la condición de contorno de la superficie libre obligará a anular la componente normal a la frontera del gradiente de su valor de elevación en ella.

### **Criterios básicos de estabilidad.**

Es evidente, dada la formulación, que el tamaño del elemento así como el tamaño del paso de tiempo son determinantes para llegar a una convergencia del proceso, de modo que su selección se hará atendiendo a unas bases generalmente ya implementadas en los programas.

La estabilidad del proceso dependerá en gran medida, dentro de lo que es el método implementado, del tamaño del elemento así como del paso de tiempo que se le aplique. Si bien es cierto que esto es un tema que no será tratado aquí con el rigor que merece dada la vital importancia en la consecución del resultado, sí se tendrán en cuenta las siguientes consideraciones, que son interesantes para la visualización del modelo implementado.

En principio parece lógico asumir que el parámetro que rige el tamaño del elemento es el mismo en la ecuación de conservación de la masa y en la de conservación de la cantidad de movimiento. Lo que supone:

$$h_m = h_d = h \quad (48.2)$$

El problema reside ahora en conocer el valor de  $h$ , para poder generar una malla que permita desarrollar un proceso de cálculo fiable, sin olvidar que además es un parámetro de una importancia vital para obtener resultados.

Parece lógico que el tamaño de malla sea función tanto de la velocidad (debido a la deformación que esta sufrirá) como del cambio de velocidad en el espacio, esto es, de los gradientes de velocidad, para poder llegar a soluciones más precisas.

A la vista de lo anterior se puede concluir que el tamaño de malla dependerá incluso de que se esté considerando la dirección del flujo o cualquier dirección transversal, de modo que el tamaño varíe en función de la dirección espacial considerada.

Así pues se puede decir que:

$$h_{m_i} = h_s \frac{\bar{u}}{\|\bar{u}\|} + h_c \frac{\nabla u}{\|\nabla u\|} \quad (49.2)$$

Donde  $h_s$  y  $h_c$  son las contribuciones al tamaño según la línea de corriente “s” y sus direcciones perpendiculares (cross wind) “c”.

Con:

$$h_s = \max(l_j^T \bar{u}) / \|\bar{u}\| \quad (50.2)$$

$$h_c = \max(l_j^T \nabla u) / \|\nabla u\| \quad (51.2)$$

y donde  $l_j$  es el vector asociado a cada una de las caras del elemento considerado, cuatro caras en el caso de tetraedros.

De la misma manera en el estudio de la superficie libre, el parámetro de estabilización del tamaño de malla se compondrá de

$$h_\beta = h_s \frac{\bar{u}}{\|\bar{u}\|} + h_c \frac{\nabla \beta}{\|\nabla \beta\|} \quad (52.2)$$

En este caso el valor de  $h_s$  coincide con el anterior, pero el valor de  $h_c$  se tomará como:

$$h_c = \max(l_j^T \nabla \beta) / \|\nabla \beta\| \quad (53.2)$$

Esta es una propuesta de encontrar un tamaño de malla adecuado al problema a resolver que se iría cambiando en cada iteración temporal, de modo que el problema fuese convergiendo a una solución, al mismo tiempo que se consigue un tamaño de malla que dota al problema de mayor robustez.

De la misma manera que se tiene en cuenta la malla para controlar la estabilidad del problema, es de vital importancia el control del paso temporal que se incluye en la formulación anteriormente presentada.

Con respecto al paso de tiempo  $\Delta t$  no se realizará ningún otro tipo de comentario más que el de que cuanto más pequeño sea tanto mejor desde el punto de vista de la estabilidad. No obstante, si su valor es muy bajo el proceso de convergencia puede incrementarse innecesariamente, debido a que necesitará un número de iteraciones elevado.

Por el contrario, si el paso de tiempo es demasiado grande el proceso no será estable y tenderá a diverger, de modo que no se alcance solución alguna.

Un orden de magnitud orientativo para este paso de tiempo será:



$$\Delta t = \frac{h}{2|u|} \quad (54.2)$$

### Movilidad de la malla

Por otro lado existe otro problema, y es el de dotar a la malla de una cierta movilidad, de modo que ella misma se adapte a las necesidades que la solución le vaya dictando. Para hacerse una idea, baste decir que parece lógica una mayor concentración de nodos allí donde la solución tenga mayores gradientes y la malla podrá ser más grosera donde no los haya.

Además hay otra necesidad y es la de dotar al problema, que será dinámico, cinemático y, en términos generales, transitorio (la solución de vórtices tras un cilindro será transitoria), de la posibilidad de deformar el volumen de control para adaptarse a la forma que la solución de las RANSE impongan.

En general cuando hay una superficie libre, la posición que esta adopte al final del proceso iterativo no tendrá nada que ver con su situación inicial (perfectamente plana). Así pues el volumen de control inicial se irá deformando en la parte del dominio en la que se haya impuesto la condición de contorno de superficie libre.

Se concluye entonces que la solución al problema ha de permitir que la malla generada en primera instancia se deforme para que su forma final se adapte a la solución.

El problema reside ahora en adoptar un algoritmo adecuado que permita que la malla se deforme lo suficiente, pero sin dejar, por otro lado, que la deformación sea tal que los elementos adopten formas muy distorsionadas con respecto a su forma original, ya que el sistema se volvería singular en el mejor de los casos. La otra posibilidad es que al dividir por cantidades próximas a 0 (consecuencia de invertir matrices en las que sus filas guardan dependencia lineal) el problema diverja y no se llegue a una solución estable o que se llegue a una solución falsa. Así pues la deformación de los elementos ha de ser tal que les cree una distorsión mínima con respecto a su forma original.

A continuación se describe un método que no es el utilizado por el CFD actualmente, pero que se corresponde a una versión anterior de este mismo código. Ha sido propuesto por Chiandussi, Bugada y Oñate, [5], y propone considerar el fluido como un medio continuo en el que se guarde una relación lineal entre esfuerzos y velocidades de deformación (Newtoniano), de tal modo que cuanto mayor sea la tensión a la que se someta un elemento, tanto mayor será su rigidez, es decir, la constante de proporcionalidad entre tensión y “deformación” variará en el dominio según el elemento del que se trate. Así se consigue que los elementos más solicitados “aguanten” más frente a solicitaciones externas que los menos solicitados. Así pues se seguirá el siguiente algoritmo:

Se considera en un principio la conocida relación en mecánica de medios continuos entre tensiones y deformaciones:

$$\sigma_i = \bar{E} [\varepsilon_i - \nu(\varepsilon_j + \varepsilon_k)] \quad i,j,k = 1,2,3 \text{ para 3D} \quad (55.2)$$



Donde  $\sigma_i$  son las tensiones según los tres ejes coordenados del elemento en el centro del mismo,  $\bar{E}$  es el módulo de Young del elemento y  $\varepsilon_i$ ,  $\varepsilon_j$  y  $\varepsilon_k$  son las deformaciones unitarias según los tres ejes coordenados del elemento.

Si ahora se asume un campo de deformaciones homogéneo en todo el dominio considerado, se tendrá que la expresión anterior queda:

$$\sigma_i = E\bar{\varepsilon}(1 - 2\nu) \quad (56.2)$$

Donde ahora E será la constante de proporcionalidad desconocida que variará en cada elemento.

Para calcularla, se obligará a que la energía de deformación del elemento sea la misma calculada con las dos expresiones anteriores, de modo que:

$$U_1 = \frac{1}{2} \sigma_i \varepsilon_i = \frac{1}{2} \bar{E} \left[ (\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \varepsilon_3^2) - 2\nu(\varepsilon_1 \varepsilon_2 + \varepsilon_2 \varepsilon_3 + \varepsilon_1 \varepsilon_3) \right] \quad (57.2)$$

$$U_2 = \frac{1}{2} \sigma_i \varepsilon_i = \frac{3}{2} E \bar{\varepsilon}^2 (1 - 2\nu) \quad (58.2)$$

Al igualar las dos ecuaciones anteriores queda que:

$$E = \frac{\bar{E}}{3\bar{\varepsilon}^2(1 - 2\nu)} \left[ (\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \varepsilon_3^2) - 2\nu(\varepsilon_1 \varepsilon_2 + \varepsilon_2 \varepsilon_3 + \varepsilon_1 \varepsilon_3) \right] \quad (59.2)$$

Así pues el procedimiento a realizar será el expresado, es decir, se caracterizará el dominio como un medio continuo caracterizado por las constantes  $\bar{E}$  y  $\nu$  y se resuelve el problema con la malla ya conocida. Con el problema resuelto se conocen las deformaciones de los elementos,  $\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}$  (60.2) y se calculan los nuevos valores de E

de los elementos. Esto se realiza para cada paso de tiempo y así la malla se va deformando en iteraciones sucesivas.

Otra solución más burda para el problema del movimiento de la malla es rehacer toda la malla en cada iteración temporal, pero resulta ser un procedimiento mucho más caro desde el punto de vista computacional y, por extensión, de los tiempos de cálculo.

### Discretización por elementos finitos

La discretización de volúmenes se realizará mediante tetraedros con sus correspondientes funciones de forma, que serán lineales entre los nodos. Igualmente en las superficies la discretización se realizará con triángulos, con funciones de interpolación también lineales.

Así pues, tanto las velocidades como la presión ya de forma continua, se podrán expresar como [21] y [19]:

$$u_i = \sum_j N_j(\bar{u}_i)_j \quad \text{con } i = 1, 2, 3 \quad (61.2)$$

$$P = \sum_j N_j(\bar{P})_j \quad (62.2)$$

Donde  $N_j$  son las funciones de forma y  $\bar{u}_i$  y  $\bar{P}$  son las velocidades y la presión nodales.

De la misma manera se discretiza la altura de ola de la superficie libre:

$$\beta = \sum_j N_{\beta_j}(\bar{\beta})_j \quad (63.2)$$

Donde  $N_{\beta_j}$  son las funciones de forma del triángulo considerado en la superficie libre, y  $\bar{\beta}$  es la altura de ola en los nodos.

Si se discretiza mediante el método de Galerkin, se ha de generar la matriz de las funciones de forma de todo el dominio, de modo que:

$$M_{ij} = \int_{\Omega} N_i N_j d\Omega \quad (64.2)$$

Que será la matriz del sistema, de tal manera que lo que haya que generar a continuación sea la matriz que permita conocer las velocidades, a las que se podría llamar fraccionales en el paso “n” de tiempo, para cada uno de los nodos “k” y para cada una de las tres componentes de la velocidad “i”. Esta matriz se generará de la siguiente manera:

$$f_{ki}^n = \int_{\Omega} N_k \left[ u_i - \frac{\Delta t}{\rho} \left( \rho u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{h_{m_i}}{2} \frac{\partial r_{m_i}}{\partial x_i} - \frac{\delta}{2} \frac{\partial r_{m_i}}{\partial t} \right) \right]^n d\Omega + \int_{\Omega} \frac{\Delta t}{\rho} \frac{\partial N_k}{\partial x_j} \tau_{ij}^n d\Omega - \int_{\Gamma} \frac{\Delta t}{\rho} N_k t_i^n d\Gamma \quad (65.2)$$

Donde  $t_i$  es la condición de contorno de tracción impuesta, que en general será una ley de pared en el dominio superficial  $\Gamma$ , pero no tiene por qué ser así necesariamente.

Las condiciones de contorno de las RANSE se especificarán imponiéndose en todas las fronteras del dominio, bien sea en términos de velocidad, en términos de presión dinámica o en términos de superficie libre. Desde este punto de vista sólo se dirá que estas condiciones las determinará el problema a tratar.

En esta formulación no se ha hecho más que seguir la ecuación (33.2) multiplicada escalarmente por las funciones de forma, que es el origen del M. E. F.

Es evidente que a continuación se podrá generar la matriz que, para cada una de las tres componentes de la velocidad en el paso de tiempo “n”, representa las velocidades fraccionadas, de modo que:

$$f_k^n = \begin{Bmatrix} f_{k_1} \\ f_{k_2} \\ f_{k_3} \end{Bmatrix}^n \quad (66.2)$$

Y a continuación representar las velocidades de cada uno de los pasos de tiempo como:

$$f^n = \begin{Bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_k \end{Bmatrix}^n \quad (67.2)$$

Así pues se podrá afirmar que  $M\bar{u}^* = f^n$  (68.2) y por tanto que  $\bar{u}^* = M^{-1}f^n$  (69.2)

Con este paso quedan resueltas las velocidades fraccionales, pero falta por calcular la presión en el dominio discreto. Partiendo de la formulación (36.2) se puede conseguir la siguiente matriz de funciones de forma:

$$H_{kl} = \int_{\Omega} \frac{\partial N_k}{\partial x_i} \left( \frac{\Delta t}{\rho} + g_{ii}^n \right) \frac{\partial N_l}{\partial x_i} d\Omega \quad (70.2)$$

Que será la matriz de la composición de las funciones de forma corregida con el factor de estabilización visto anteriormente. Además en ella se incluye ya el concepto del laplaciano mediante las derivadas de las funciones de forma.

De lo que se trata ahora es de conseguir modelizar el término de la derecha de la ecuación (36.2), que es posible con la siguiente expresión:

$$q_k^n = \int_{\Omega} \frac{\partial N_k}{\partial x_i} u_i^* d\Omega - \int_{\Omega} N_k r_p^n d\Omega + \int_{\Gamma} N_k \frac{\rho}{\Delta t} \left( \frac{\Delta t}{\rho} + g_{ii}^n \right) u_i^n n_i d\Gamma \quad (71.2)$$

Claramente la última de las integrales de esta expresión se anula en las paredes sólidas y en las superficies libres estacionarias, ya que la velocidad en estos casos siempre se ha de mantener paralela a la frontera. De la misma manera que en la ecuación del apartado anterior (65.2), se incluía un término para introducir las condiciones de contorno, en esta última integral se introducen los caudales que van a afectar, a través de la presión dinámica, al campo de presiones resultantes.

Lo que se ha de calcular ahora son las tres componentes de la velocidad en los nodos de la malla en el paso de tiempo siguiente, de modo que desde el punto de vista de velocidades y presiones el ciclo iterativo quede cerrado.

Para esto se incluye la ecuación (34.2), que expresa que las velocidades fraccionadas han de ser corregidas por el gradiente de presión. Así pues se tendrá que:



$$\bar{f}_{k_i}^{n+1} = \int_{\Omega} N_k \left( u_i^* - \frac{\Delta t}{\rho} \frac{\partial p^n}{\partial x_i} \right) d\Omega \quad (72.2)$$

Donde  $\bar{f}_{k_i}^{n+1}$  expresa el valor de las componentes “i” de las velocidades en cada uno de los nodos “k” y en cada uno de los pasos de tiempo “n”.

En esta ecuación se han de imponer las condiciones de contorno cinemáticas adecuadas al problema considerado. Así pues, ahora se podrá generar la matriz M, que responde a la expresión (64.2). Posteriormente y operando de la misma manera que en la obtención del sistema de ecuaciones de las velocidades fraccionales se llega a la ecuación:

$$\bar{u}^{n+1} = M^{-1} \bar{f}^n \quad (73.2)$$

Pero falta ahora por resolver la posición de la superficie libre en el paso de tiempo n+1.

Si se define la altura de la superficie libre según la ecuación (47.2) se tendrá que:

$$\bar{\beta}_i^{n+1} = \int_{\Gamma_\beta} N_{\beta_i} \left[ \beta^n - \Delta t \left( u_k^{a^n} \frac{\partial \beta}{\partial x_k} - u_3^n - \frac{\gamma}{2} \frac{\partial r_\beta^n}{\partial t} \right) \right] d\Gamma - \int_{\Gamma_\beta} \frac{h_{\beta_i}}{2} \frac{\partial N_{\beta_i}}{\partial x_j} r_\beta d\Gamma \quad (74.2)$$

Y definiendo a continuación como en (64.2) pero ahora para la superficie libre:

$$M_{ij}^\beta = \int_{\Gamma} N_i^\beta N_j^\beta d\Gamma \quad (75.2)$$

De modo que se obtenga que  $\bar{\beta}^{n+1} = (M^\beta)^{-1} \bar{s}^n$  (76.2)

Así pues se cierra el bucle de operaciones a realizar en el proceso de resolución de las RANSE, desde el paso inicial en el que todo empieza con una asunción de velocidad uniforme conocida, pero que a todas luces no será la solución, hasta que los valores de velocidad y presión nodales se van modificando, de modo que se alcance una estabilidad y el proceso se vuelva estable.



## Objetivos

Al hilo de los comentarios realizados en la introducción de esta tesis se puede concluir que uno de los fines fundamentales de la misma es calibrar un modelo de turbulencia  $k-\varepsilon$ . Con este objetivo se persigue una mejora en la solución de las magnitudes turbulentas, lo que supondrá una mejor aproximación de los resultados numéricos de velocidades.

Otro de los objetivos es contrastar y validar el trabajo realizado para geometrías que presenten problemas de separación de capa límite, y conseguir asimismo que los resultados sean aceptables utilizando potencias de cálculo reducidas. Es este el punto que genera un valor añadido al trabajo realizado, ya que si se consiguen unos buenos resultados para una geometría complicada se podrá afirmar que el trabajo realizado es realmente versátil.

La disponibilidad de datos experimentales sobre geometrías complejas publicados es pobre, por ello, una de las consecuencias inmediatas del párrafo anterior ha sido la necesidad de ensayar experimentalmente una de estas geometrías. Para esto se ha seleccionado la geometría del sumergible resultado del proyecto PROTECAS, que se ensayó en túnel de viento.

Dicho esto, se ha de señalar que para alcanzar estos fines ha habido que rebasar las dificultades inherentes al trabajo con cálculo numérico y experimental que han ido aflorando. Dichas dificultades se pueden resumir:

1. Inexactitudes en lo referente a la propia calibración del modelo, que será el trabajo más analítico de la tesis.
2. Inestabilidades en los resultados del código de cálculo en cada iteración temporal.
3. Problemas en la obtención, interpretación y tratamiento de los resultados experimentales de la maqueta en el túnel de viento.
4. Limitación en cuanto a que uno de los requerimientos de diseño es que el código tenga un PC como plataforma de trabajo.

Con respecto al primero de los problemas, para solucionarlo no se ha exigido más que la realización de un trabajo laborioso de prueba para poder comparar resultados numéricos con experimentales, así como una capacidad de tratamiento digital de datos.

Desde un punto de vista de tiempo, un problema mayor son los puntos 2 y 3, es decir, ha habido que solucionar los problemas de convergencia sobrevenidos, así como los problemas de tratamiento de datos experimentales. De este modo, a lo largo de esta tesis el plan de trabajo se ha ido modificando en función de las necesidades para mantener el fin último de la calibración del modelo.

El último de los puntos introduce una limitación clara en cuanto a la magnitud del problema a considerar. Al trabajar con un PC el número de nodos abordable se reduce considerablemente con respecto al asumible mediante una estación de trabajo, y con ello todo lo concerniente a difusión, inestabilidades, etc... Esto introduce otra dificultad añadida con respecto a la interpretación de los resultados obtenidos.

El método de trabajo que se ha seguido para la calibración ha sido el siguiente: como mediante el cálculo numérico se ha desarrollado la posibilidad de trabajar con varias leyes de pared, se ha tratado de enfrentar varios resultados del modelo (comparación de mapas de energía cinética turbulenta) con distintas leyes de pared y con el modelo sin calibrar. Para comparar los resultados numéricos y los experimentales se ha tratado de comparar los picos de los mapas tanto por coordenadas como por valores. Asimismo se han realizado comprobaciones sobre los mapas de la  $\nu_T$  y  $\varepsilon$ .

A continuación, tras escoger la ley de pared que a priori parece la más adecuada, se procede a modificar los parámetros de la turbulencia. Dichos parámetros están íntimamente ligados a las condiciones de contorno, de modo que la definición de los mismos se ha de realizar con sumo cuidado para guardar una consistencia. Estos parámetros son básicamente los valores mínimos admisibles de  $k$  y de  $\varepsilon$  en las zonas alejadas de las perturbaciones. Estos valores han de ser lo suficientemente bajos como para poderse considerar nulos y que no tengan incidencia sobre los resultados de los mapas de las magnitudes turbulentas, y por otro lado, según (33.1) definen la  $\nu_T$  en la zona alejada de la perturbación. Nótese que si el valor de  $\varepsilon$  se hace nulo el resultado de (33.1) se vuelve imprevisible con los consiguientes problemas de convergencia.

Además, también se han de seleccionar los valores máximos admisibles de las magnitudes turbulentas. La coherencia de estos valores es de una importancia vital para la obtención de unos resultados fiables, como se pone de manifiesto en el anexo de resultados del modelo numérico del PROTECAS.

Por otro lado, otros de los llamados parámetros de la turbulencia serán las condiciones de contorno impuestas en la pared sólida. Como es sabido, en la misma pared el valor de  $k$  es nulo. Pero esta sería una imposición difícil de adoptar por dos motivos: El primero sería el comentado en el párrafo anterior, y el segundo es que lo que interesa es imponer la condición justo en la frontera de la capa límite, dado que el tratamiento del CFD no considera las velocidades internas a la capa límite, y sustituye la condición de contorno de la  $u = 0$  en la pared por la de la tracción que la pared imponga en el fluido en ese punto.

Así pues lo que se buscará será el modo de imponer la condición de contorno en la forma adecuada para que el valor de  $k$  y de  $\varepsilon$  en la pared sólida se pueda asimilar a su valor fuera de la capa límite.

Finalmente lo que se realizará será un cambio en las constantes de cierre del modelo comparando los resultados con la solución experimental. El modelo se considerará calibrado al finalizar esta labor.

La filosofía de trabajo en el proceso de calibración será la siguiente:

1. Conocimiento de los problemas y ventajas que presenta el modelo de turbulencia mediante un caso sencillo "Backward-Facing Step". Este caso se desarrollará únicamente como presentación del modelo y como una introducción conceptual.
2. Calibración y comparación de resultados obtenidos con el modelo de turbulencia de forma computacional y resultados de túnel de viento en dos casos.



- Carena de un petrolero, KLVCC. del KRISO (Korean Research Institute of Ships and Ocean Engeneering). Los resultados experimentales se han obtenido y están disponibles en la página web siguiente: ([www.ihr.uiowa.edu/gothenburg2000/KVLCC/kvlcc\\_g&c.htm](http://www.ihr.uiowa.edu/gothenburg2000/KVLCC/kvlcc_g&c.htm)).
- Carena adoptada en el proyecto PROTECAS de catamaranes sumergibles ensayada como trabajo de esta tesis en el túnel de viento de la E.P.S. de la U.D.C.

En ambos casos el procedimiento experimental se realiza en ausencia de superficie libre. En principio puede parecer que desde el punto de vista naval es una limitación, ya que se podía pensar que el trabajo no estaría finalizado hasta conseguir incluir el problema de superficie libre. No obstante se ha de tener en cuenta que la superficie libre presenta la inclusión de problemas que pueden falsear los resultados obtenidos con el modelo de turbulencia, de modo que también desde el punto de vista naval lo más adecuado es separar los dos efectos. Por extensión, en cualquier disciplina lo más conveniente será separar o desmenuzar el problema lo máximo que se pueda para poder atacar los problemas de forma particular y poder así resolverlos también de una forma particular. En Mecánica de Fluidos lo normal sería hacerlo así, pero el problema es que no se pueden separar unos términos de otros, es decir, no se puede separar el problema de la solución de las ecuaciones de N-S de la turbulencia, y muy difícilmente de la estabilización de las ecuaciones, de modo que si se puede dejar fuera del problema la superficie libre, será algo menos a considerar y añadirá precisión al trabajo realizado.

Además y como ya se ha comentado, los resultados en canal de un modelo con superficie libre se obtienen, en general, a igualdad de  $F_n$ . Esto supone que el  $R_n$  es mucho menor que el que le correspondería y como consecuencia puede que la turbulencia no esté plenamente desarrollada. Este es otro motivo por el cual se desestima trabajar con superficie libre.

El procedimiento para selección de las mejores alternativas ha sido un punto importante desde el inicio del trabajo. Cómo seleccionar los mapas y cómo hacer las comparativas y el tratamiento de resultados.

Este problema se ha solucionado atendiendo a los requerimientos para participar en el congreso de Gotemburgo del año 2000 “A Workshop on CFD in Ship Hidrodynamics”.

Los resultados experimentales disponibles en la página web de KRISO son los mapas de las tres componentes de la velocidad y los de  $k$ , en una sucesión de cortes transversales al flujo.

Para comparar se utilizarán serán estos resultados experimentales. Lo que en el congreso se requería era comparar y validar los mapas en el plano en el que se situaría el propulsor. En este plano, que más adelante se definirá como CORTE 4, se realizaban las comparaciones entre numérico y experimental de las tres componentes de la velocidad y  $k$ .

Además sobre este plano se realizaba una comparación de  $k$  en una arista horizontal que pasase por el eje del propulsor.



En un principio se pensó en hacer únicamente una comparativa en ese sentido, pero como los resultados experimentales son conocidos en otros cortes, se ha optado por considerar la comparación en todos los cortes donde se disponga de datos experimentales.

El procedimiento seguido para la calibración consta de los pasos ya mencionados. En primer lugar la obtención de una ley de pared que dé buenos resultados con el modelo corrido, comparando mediante las gráficas y el procedimiento ya explicado.

Posteriormente, las modificaciones se realizan sobre los máximos y mínimos de las magnitudes turbulentas. Las comparaciones con el experimental se hacen siguiendo las pautas anteriores.

Al final, para calibrar el modelo de turbulencia se observará que las gráficas de  $k$  en la horizontal del propulsor son decisivas, si bien es cierto que las oscilaciones de los resultados producidas por la modificación de las constantes de cierre son pequeñas.

Además, desde un punto de vista formal se han analizado los mapas de resultados numéricos, tanto de  $\varepsilon$  como de  $\nu_T$ , para controlar los valores obtenidos. Se ha tratado de mantener la coherencia de estos valores y realmente se ha conseguido, sin embargo, no se han presentado estos mapas porque se estima que los resultados numéricos presentados ya son suficientemente voluminosos como para presentar más mapas que no serán decisivos en la toma de decisiones.

En resumen, se compara entre los resultados numéricos y experimentales de manera que se tenga idea de las tendencias de los mapas, así como los máximos – mínimos de las tres componentes de la velocidad y de  $k$ . Simultáneamente se comprueba que los mapas de  $\varepsilon$  y  $\nu_T$  son coherentes.

Por último, y tras la modificación de las constantes de cierre del modelo y análisis de resultados, se propone incluir una nueva gráfica paramétrica. En ella se visualizarán las tendencias de las soluciones numéricas con las modificaciones de las constantes de cierre. Esto se realiza al objeto de minimizar diferencias con los resultados experimentales, pero también de dar robustez al código.

**CONTENIDO:**

**CALIBRACIÓN DEL MODELO DE TURBULENCIA K-E**

### Backward-Facing Step

En primer lugar se presenta un caso para el modelo de turbulencia  $k - \varepsilon$ . Dicho caso es el conocido “Backward-Facing Step” para calibración, que se ha discretizado con una malla de 2048 nodos en todas las variantes presentadas. Este problema se introduce únicamente a efectos de presentar el modelo de turbulencia, de modo que se pueda visualizar el resultado de modificar las variables puestas en juego en el modelo.

El problema está tratado como bidimensional, y las condiciones de contorno impuestas son las siguientes:

- Campo de velocidades en la entrada = 1 m/s.
- Densidad del fluido considerado = 1 kg/m<sup>3</sup>.
- Viscosidad del fluido considerado = 7.143 e-6 kg/m-s.
- Presión dinámica nula en la salida.
- Ley de pared estándar (logarítmica) en las caras superior e inferior.
- Altura del escalón = 0.5 m.

Este problema está preparado para ser corrido de modo turbulento. Se define el número de Reynolds como:

$$Re = \frac{uD\rho}{\mu} \quad (1.3)$$

Donde D es la dimensión de altura en el escalón, de modo que el Re correspondiente al caso que se está corriendo será:  $Re = \frac{uD\rho}{\mu} = 70000$ . Como en este problema se estima que el valor del Re en la zona de transición a régimen turbulento está en el margen  $1200 < Re < 6600$ , se concluye que al régimen en el que está el problema, el flujo debe estar completamente incluido en la zona turbulenta.

Por otra parte, es evidente que en los resultados del problema tendrán una importancia nada despreciable los campos iniciales de  $k$  y de  $\varepsilon$  que se fijen, ya que esta se asociará a los valores nulos del problema en estos campos. Así pues, se tomarán como constantes para poder realizar comparativas entre distintos valores de las constantes de cierre del modelo de turbulencia propiamente dicho.

En todos los casos presentados, salvo en el último, los valores de  $k$  y de  $\varepsilon$  presentados son:

- Campo de energía cinética turbulenta inicial 0.003 m<sup>2</sup>/s<sup>2</sup>.
- Campo de  $\varepsilon$  inicial de 0.000493 m<sup>2</sup>/s<sup>3</sup>.

En el último de los casos presentados se ha escogido unos campos de:

- Campo de energía cinética turbulenta inicial 0.006 m<sup>2</sup>/s<sup>2</sup>.
- Campo de  $\varepsilon$  inicial de 0.001 m<sup>2</sup>/s<sup>3</sup>.



Asimismo se corre el caso con un paso de tiempo de 0.1 s. Este parámetro no debe influir nada más que en la estabilidad del problema. Evidentemente, en función de este parámetro, la convergencia puede ser más rápida o más lenta.

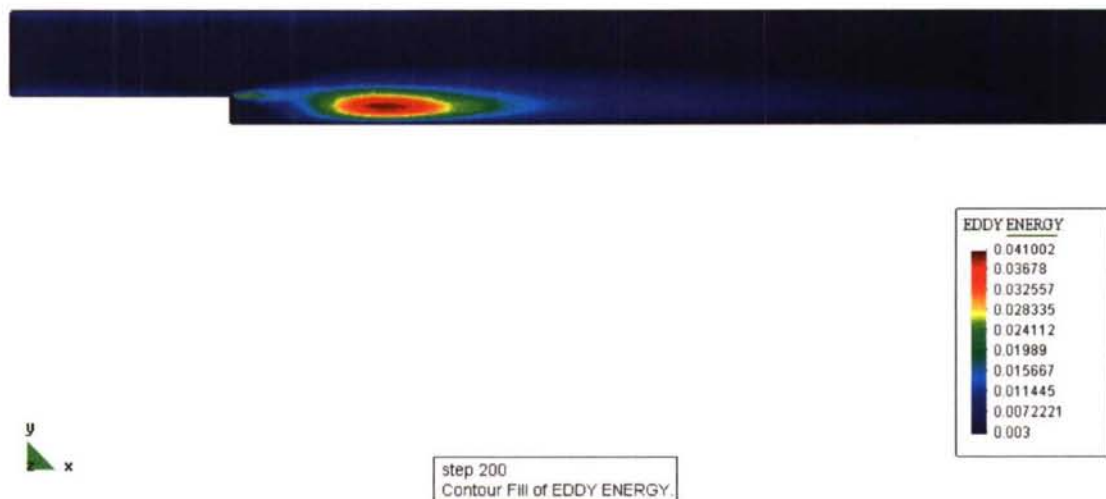
A efectos de calibración en este caso se procederá de la siguiente manera:

El problema está planteado con un escalón de 0.5 m. y como este caso es un modelo muy conocido en la literatura [16], la calibración se realizará atendiendo únicamente a la longitud de la burbuja o vórtice de recirculación. Dicho vórtice ha de tener una longitud de  $7 \pm 1$  m. No obstante, se procederá también a verificar de una forma somera los mapas de presiones y de velocidades, de modo que los valores que surjan sigan una analogía básica con respecto a resultados experimentales publicados, [4].

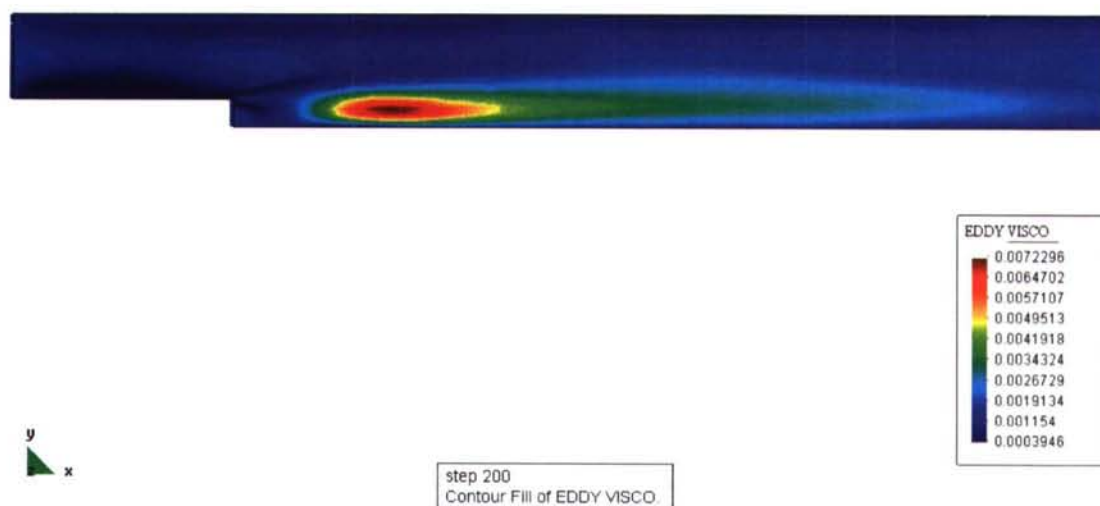
Asimismo se presentan los resultados de los campos de energía cinética turbulenta, de disipación  $\varepsilon$  y de viscosidad turbulenta resultantes, de modo que mantengan la coherencia con los valores mínimos seleccionados. Se presentan también zonas en las que se visualiza bien a las claras que estos valores toman sus máximos en la zona de mayor vorticidad.

A continuación se muestran los resultados obtenidos con los parámetros implementados en el modelo de turbulencia de modo que se correspondan fielmente con lo expuesto anteriormente.

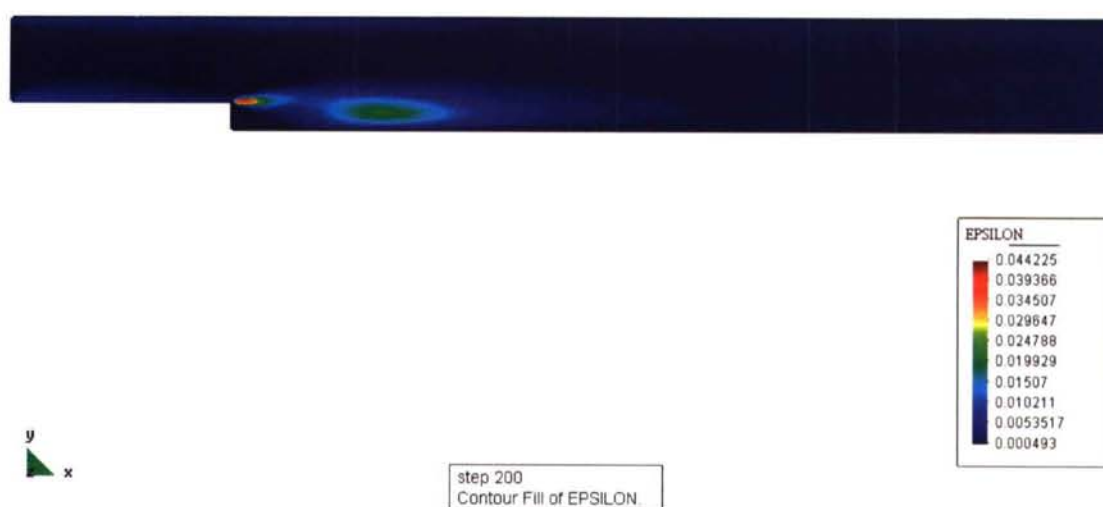
### Resultados obtenidos:



En este mapa de energía cinética turbulenta se observa que el 0 ha de ser asimilado al 0.003 que se ha marcado de origen, y que los valores de  $k$  más altos se concentran cerca del vórtice.

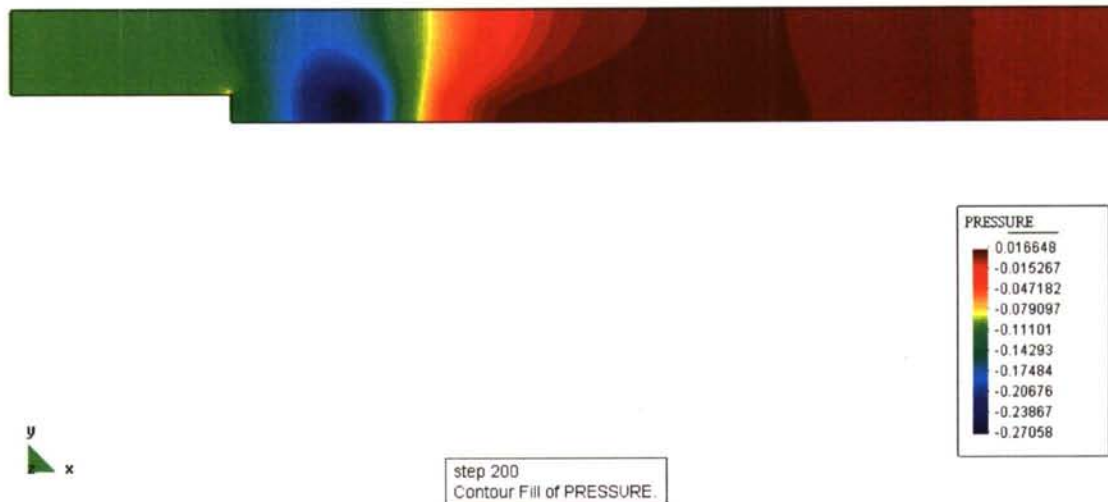


En el mapa anterior se muestran los valores de la viscosidad turbulenta. Como se observa, en cualquier caso su valor es de tres órdenes superior al de la viscosidad cinemática del fluido considerado. De esto se desprende que en la zona de la burbuja de circulación, los efectos de difusión y disipación están gobernados en su mayor parte por la viscosidad turbulenta, ya que es sustancialmente mayor al valor de la viscosidad considerada.

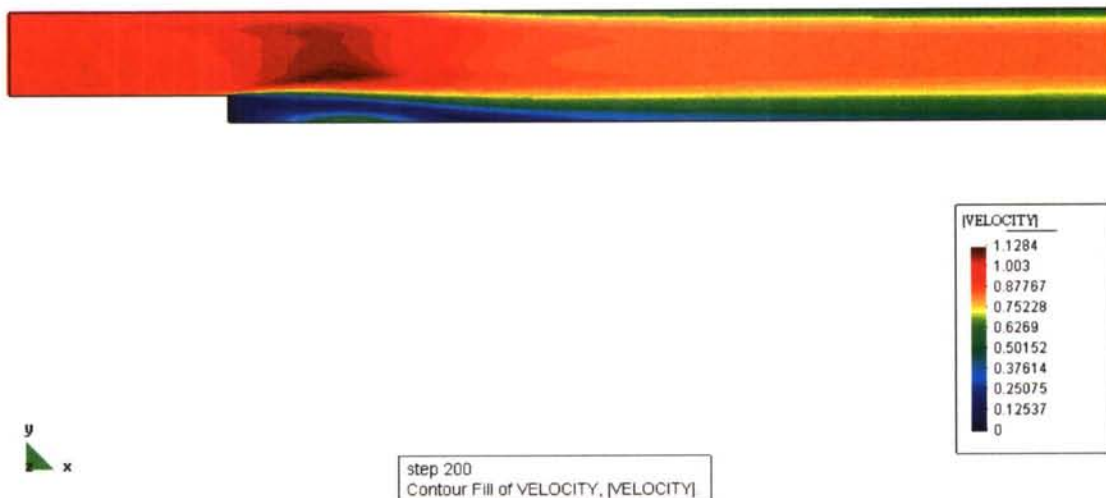


El anterior es el mapa de la disipación viscosa  $\varepsilon$ , de tal modo que se puede observar además del mínimo seleccionado, como ya se ha explicado, que los valores más pronunciados de  $\varepsilon$  se dan en las zonas con mayores gradientes de velocidades, es decir,

las disipaciones se producirán en las zonas donde mayor sea la deformación del fluido (18.1).

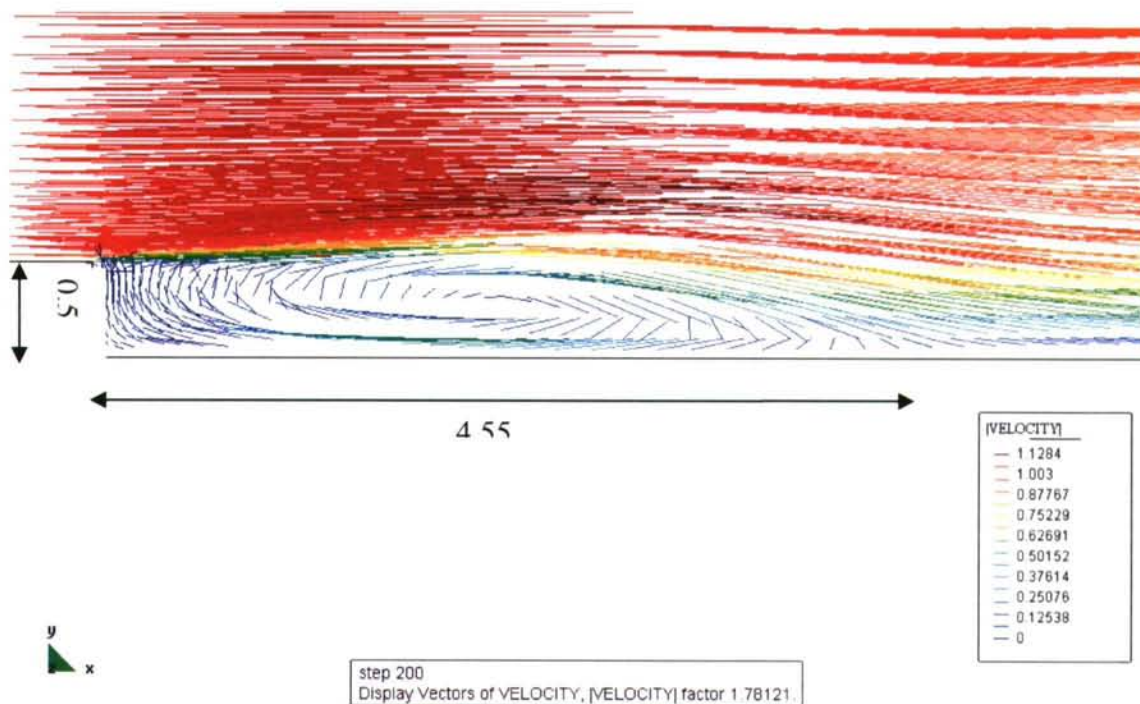


El mapa de presiones ilustra, como es lógico, una zona de depresiones justo en la zona del vórtice para ir aumentando progresivamente a medida que se va a la cara de salida. Se observa además un pequeño punto de alta presión en el borde superior del escalón. Esto se debe a que hay una condición de contorno impuesta de velocidad nula en la pared vertical del escalón, de modo que en su parte superior se produce un punto de remanso. Si bien es cierto que esta no es una condición real, su imposición no dista demasiado de la realidad y permite conseguir unos resultados más realistas.





Este mapa es el del módulo de velocidades medias de las RANSE. Se observa una zona de bajas velocidades tras el escalón (propia del vórtice) para posteriormente, a la salida, presentar un perfil únicamente condicionado por la ley de la pared y la estela del escalón.

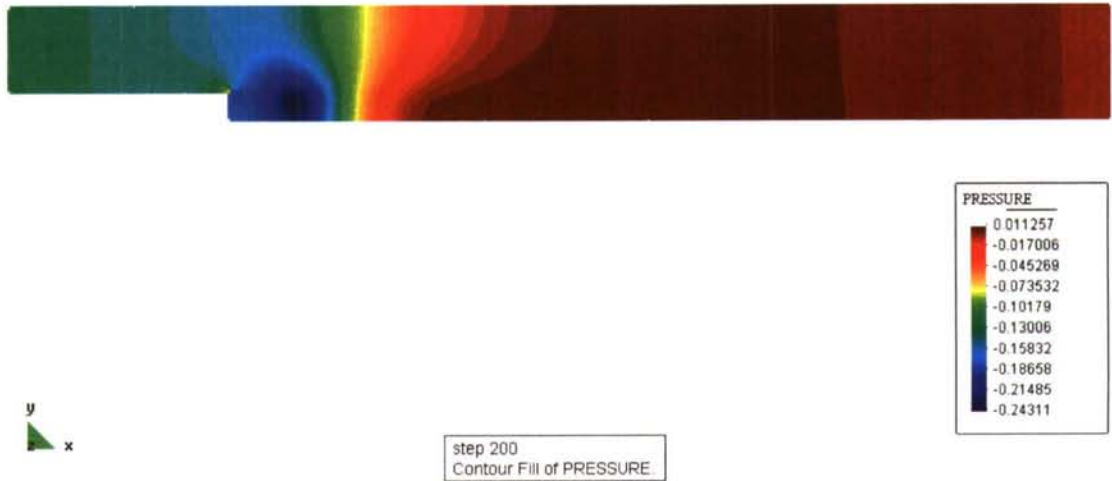


Se presenta en este último gráfico de este caso un grupo de módulos vectoriales de la zona de la burbuja de recirculación. Se trata de observar en detalle esta zona para poder controlar la longitud del vórtice. En este caso el vórtice sale proporcional al ofrecido en las figuras de varios autores [16], con una longitud total de 4.55 m.

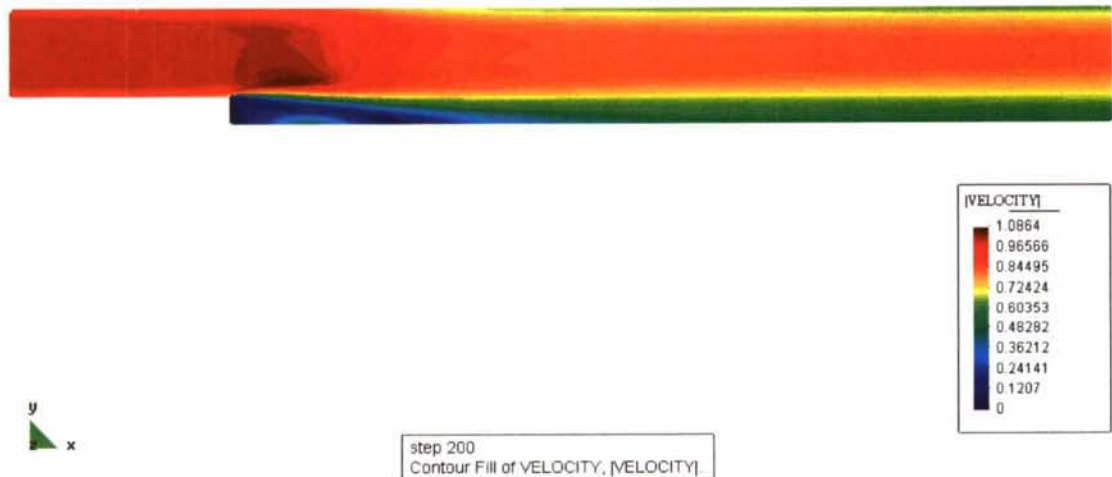
La llamada burbuja de recirculación sale menor de la que los resultados experimentales ofrecen. Esto puede ser debido a que la malla es demasiado grosera o que simplemente el modelo está desajustado. No obstante, a los efectos que en este capítulo interesan (presentación del modelo), los resultados obtenidos se considerarán suficientemente ilustrativos.

A continuación se presentan una batería de resultados obtenidos como consecuencia de la modificación de las constantes de cierre del modelo, de tal forma que se puedan comparar los resultados de unos casos con otros.

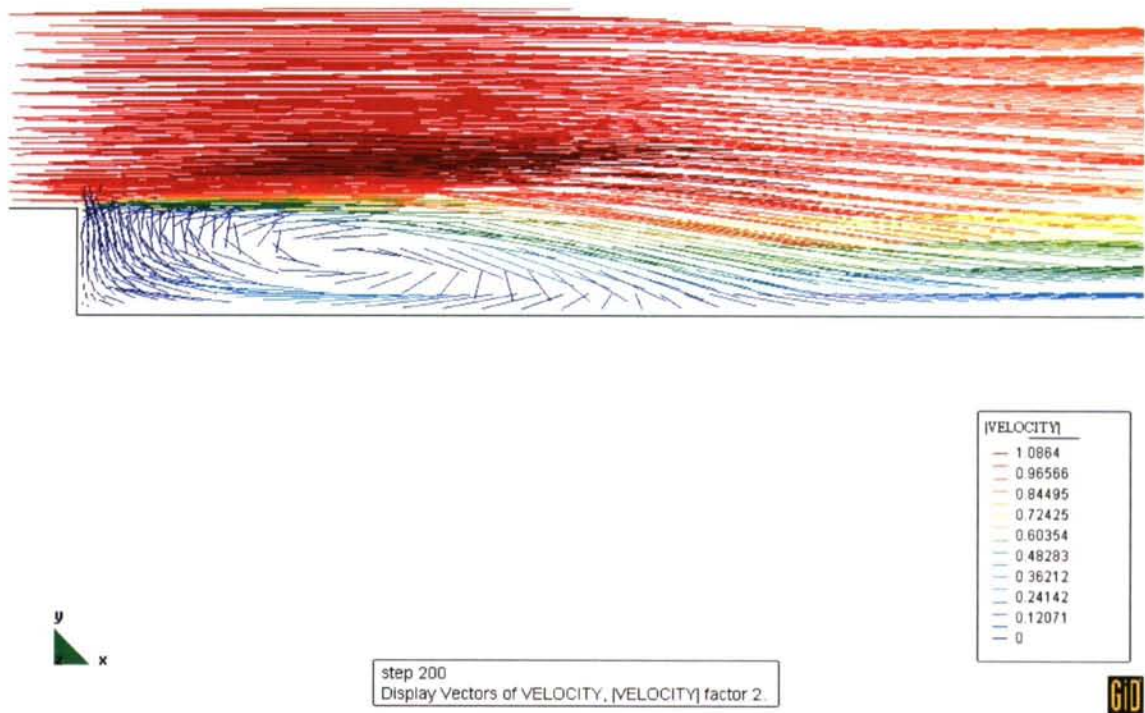
El caso corrido será exactamente el mismo que el anterior, con la salvedad de que el valor de la constante  $C_\mu$  del modelo de turbulencia pasa ahora a tomar el valor de  $C_\mu = 0.2$ . Este es uno de los coeficientes que más afecta al modelo, [1]. Con esta diferencia se observan los siguientes resultados:



En el mapa de presiones se observa una diferencia sustancial con respecto al caso anterior, y es el acercamiento al escalón de todo el mapa de presiones.



Con respecto al mapa de velocidades pasa exactamente lo mismo que con el mapa de presiones, es decir, el vórtice está desplazado a la izquierda con respecto al mapa anterior.



Con respecto al diagrama vectorial se puede obtener exactamente la misma conclusión que con los dos anteriores: el vórtice es menor que en el modelo de referencia.

A continuación se presenta otro caso que trata de modelizar el mismo problema que los dos anteriores. La diferencia será que en este caso el modelo se mantiene con las constantes de cierre del modelo de referencia,  $C_\mu$  vuelve a su valor original,  $C_\mu = 0.09$ , pero ahora el paso de tiempo será menor, de modo que el proceso sea más estable pero a consecuencia de necesitarse un número de iteraciones mucho mayor. Si se conserva el número de iteraciones, lo más lógico es que el problema no converja.

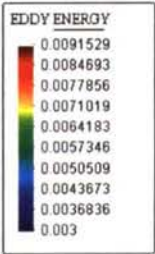
Así pues en este nuevo caso se va a fijar el paso de tiempo en 0.001 s. con el resto del modelo idéntico al primero de los casos corridos.





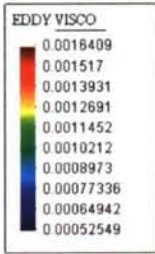
y  
x

step 2  
Contour Fill of EDDY ENERGY



y  
x

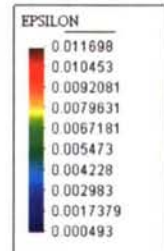
step 2  
Contour Fill of EDDY VISCO.





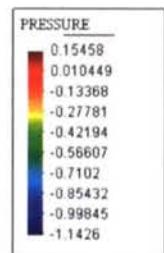
y  
x

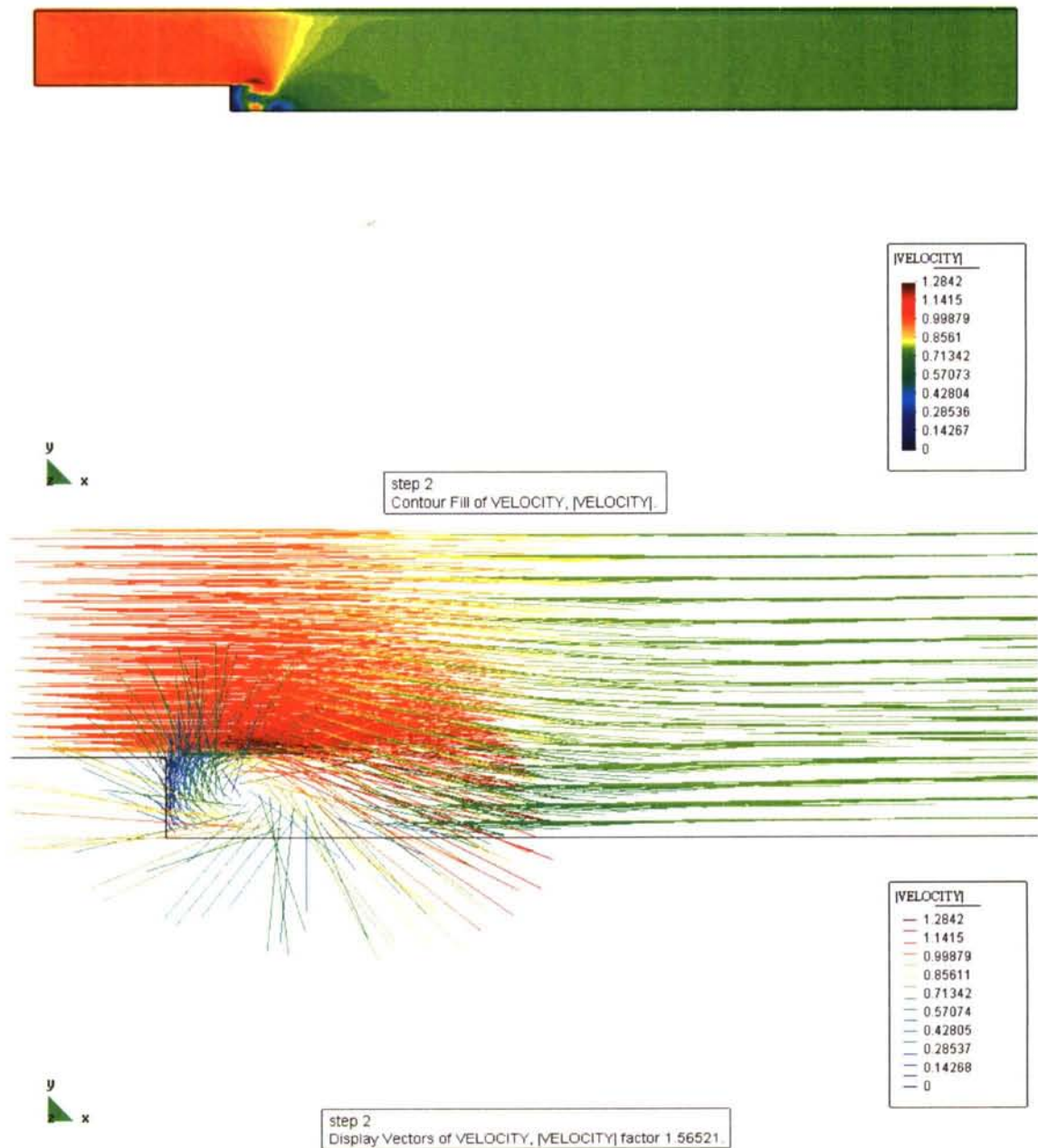
step 2  
Contour Fill of EPSILON.



y  
x

step 2  
Contour Fill of PRESSURE.



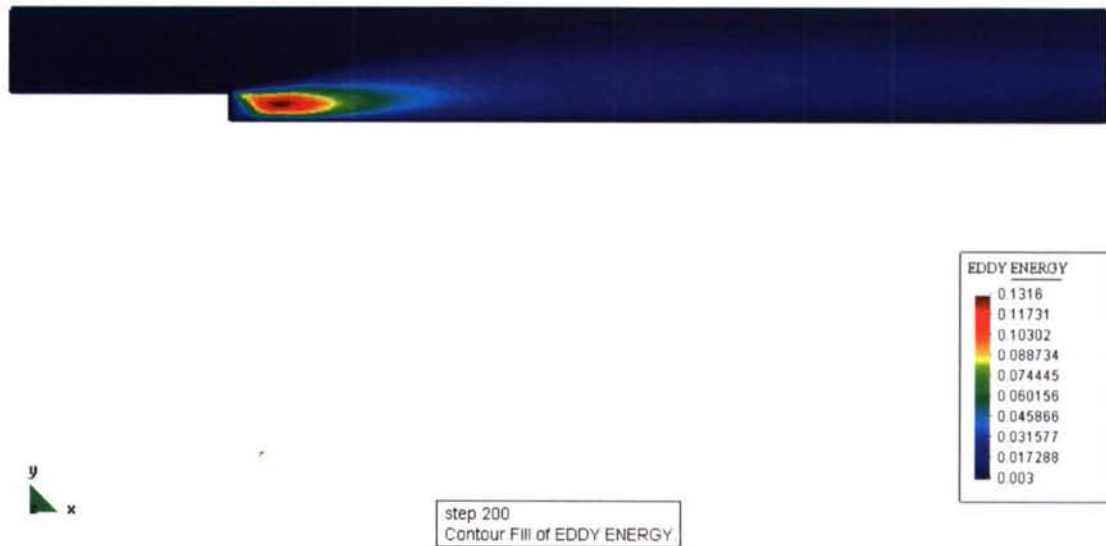


En cualquiera de los gráficos de este último modelo queda bien a las claras que el proceso iterativo no ha llegado al final, de modo que lo que procedería sería o bien incrementar el número de iteraciones o bien aumentar el paso de tiempo. Evidentemente, no se ha desarrollado ni el vórtice ni perfil de velocidad alguno.

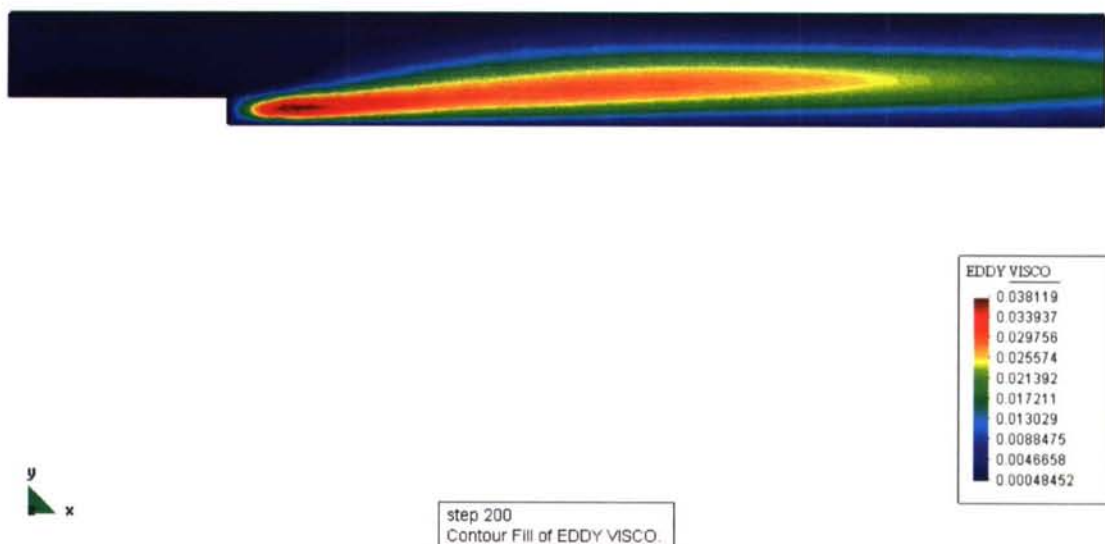
A continuación se procede a correr otro caso del mismo modelo cambiando únicamente otra de las constantes de cierre, la  $C_{e2}$ , que afecta directamente a la viscosidad turbulenta. Esta constante debe ser determinante ya que es uno de los factores de proporcionalidad de la viscosidad turbulenta, y consecuentemente de la disipación.



El nuevo valor de  $C_{\varepsilon 2}$  se fija en  $C_{\varepsilon 2} = 4$ . Por el resto el modelo está exactamente igual al del primer caso.



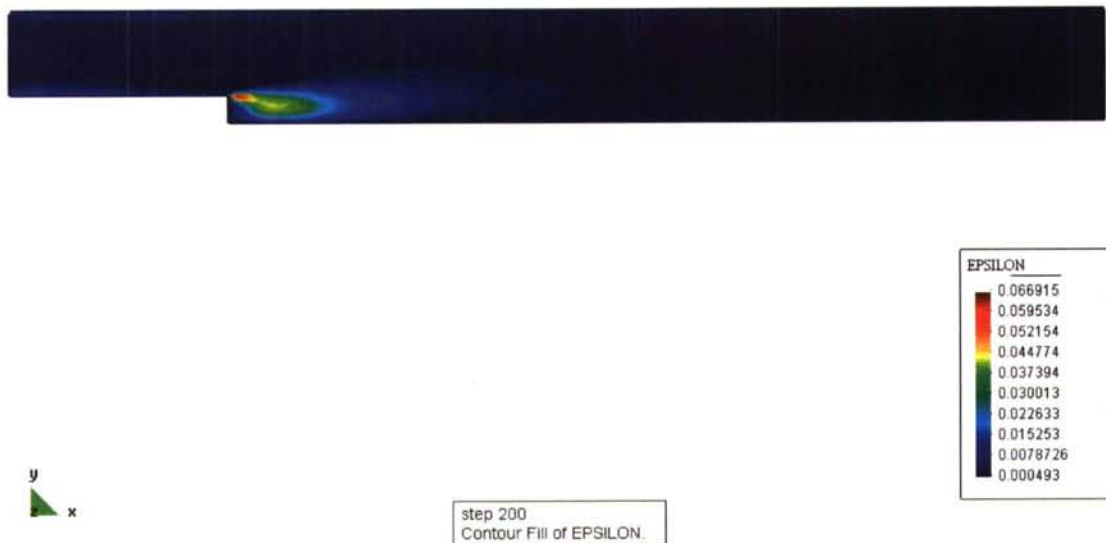
La energía cinética turbulenta se ve muy retrasada con respecto al primero de los casos. En cualquier caso su valor es muy superior al del primero de los casos corridos, de modo que la comparación únicamente por color no es posible. Lo que sí queda claro es que el vórtice se va a desplazar a la izquierda.



Los valores de la viscosidad turbulenta se disparan. Si bien es cierto que no es lo inmediatamente esperado, al resolverse las ecuaciones de forma acoplada un cambio en

una de las magnitudes directamente toca a las demás. Es lo que ocurre al multiplicar  $C_{\varepsilon 2}$ .

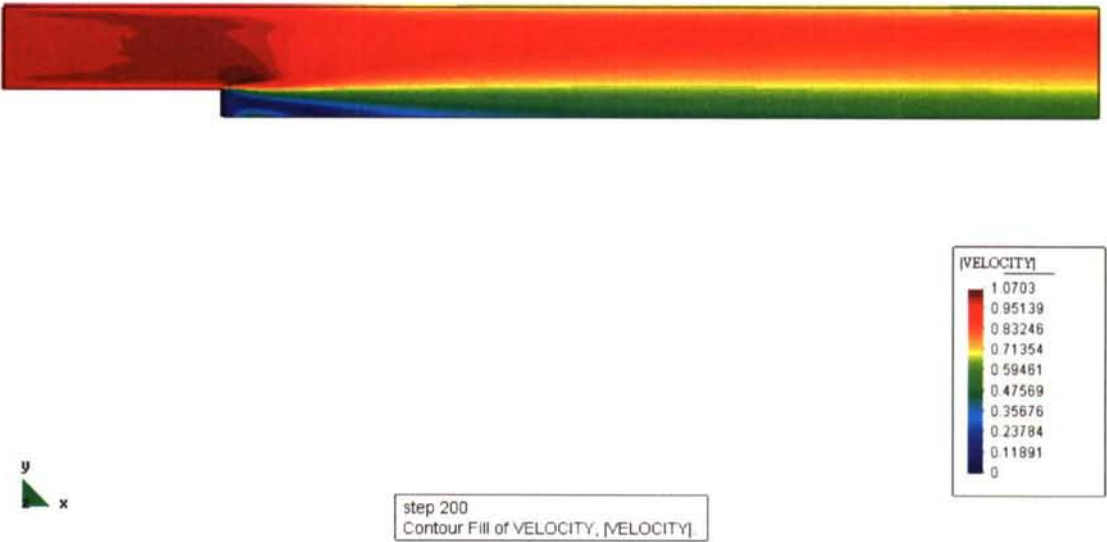
Así pues, si se toma como resultado el valor de la viscosidad turbulenta, este caso estaría tan desviado de los valores aceptables que no tendría sentido ni la comparación. La realidad es que la viscosidad turbulenta no es más que un artificio (Boussinesq) para obtener la solución de las RANSE, pero no es un output del código que sea lo que se busca en principio. Básicamente lo que se tratará de conocer será la distribución de velocidades y no se debe perder de vista que las ecuaciones de cierre no son más que un modelo que ayudan a la solución de las RANSE; pero no son un fin en sí mismas. En base a esto y como consideración futura, se controlará que la distribución de la  $\nu_T$  sea racional y aumente en las zonas de mayor  $l_m$ , pero al considerarse que la solución a las ecuaciones es acoplada, se entenderá que un resultado aceptable desde el punto de vista de energía cinética turbulenta, velocidad y presión, supone un resultado coherente desde el punto de vista de  $\nu_T$  y de  $\varepsilon$ . Desde el punto de vista de informes de resultados, esto hace bastante más llevadera la lectura de este trabajo, y se entiende que lo contrario no aporta rigurosidad.



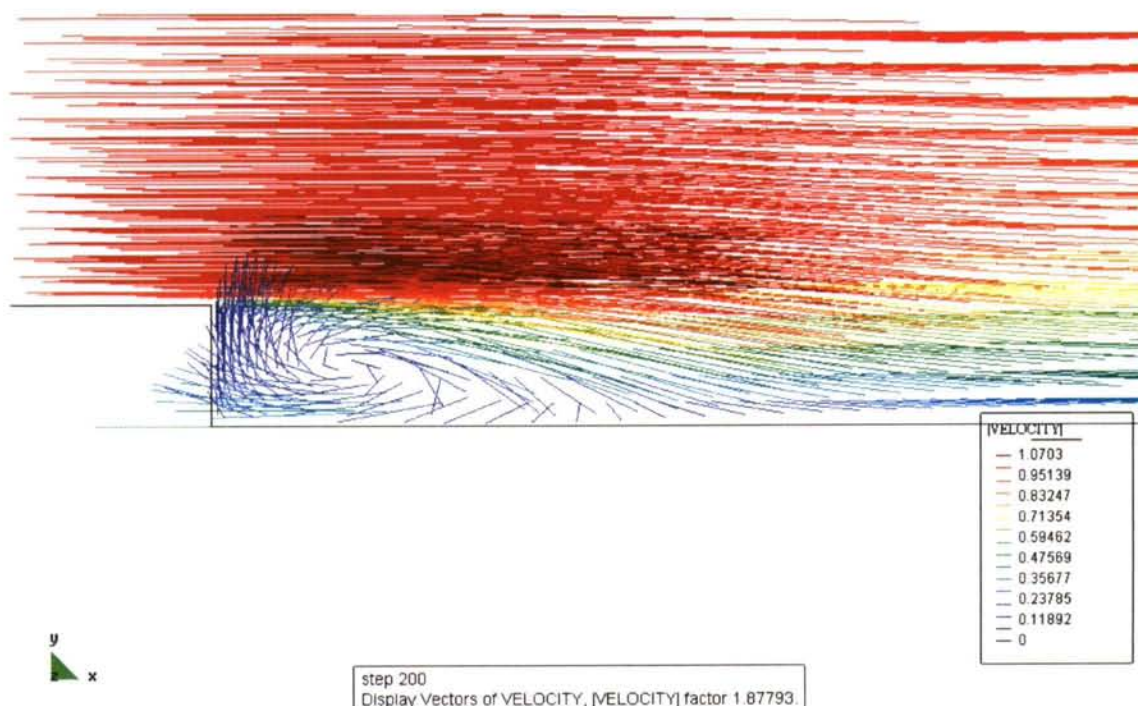
A la vista del diagrama de la disipación turbulenta se podrá decir exactamente lo mismo que a la vista del diagrama de energía cinética turbulenta.



El diagrama de presiones muestra también que los valores se desplazarán a la izquierda.







En el diagrama vectorial se observa efectivamente que el vórtice está muy desplazado a la izquierda y además tendrá un tamaño menor que en el primer caso.

Como conclusión se obtiene que el modelo más conveniente, de una forma somera, a efectos de cálculo en este caso, es el primero. Esta conclusión es bastante lógica teniendo en cuenta que el modelo utilizado es el modelo teórico estándar, de modo que cualquier variación podrá suponer un desajuste del mismo.

En esta primera aproximación no se persigue, por supuesto, una calibración completa del modelo de turbulencia; lo que sí se pretende es presentar el problema de la turbulencia desde un punto de vista computacional, mostrando además los problemas que ofrece desde el punto de vista de calibración. No obstante la tarea de la calibración no sólo residirá en las constantes y funciones de cierre del modelo, ya que los valores de partida de  $k$  y de  $\varepsilon$  podrán modificar los resultados. Es por esto que se presenta este primer caso de una forma preliminar, para plantear los posibles problemas que la calibración ofrecerá.

### **KVLCC Tanquer. KRISO**

Desde el punto de vista de la calibración del modelo de turbulencia, se persigue obtener unos resultados de CFD lo más parecidos posible a un caso empírico conocido.

Se trata de correr un caso ensayado en KRISO, Korean Research Institute of Ships and Ocean Engineering ( [www.kriso.re.kr/english/index.html](http://www.kriso.re.kr/english/index.html) ). Este caso es la carena del buque llamado KVLCC2, de la que se muestran los datos en la página [www.ihr.uiowa.edu/gothenburg2000/KVLCC/kvlcc\\_g&c.htm](http://www.ihr.uiowa.edu/gothenburg2000/KVLCC/kvlcc_g&c.htm), de modo que los resultados experimentales para dicha carena resultan conocidos.

No obstante en dicha página no se ofrecen los resultados de la carena real, si no que corresponden a un modelo de doble cuerpo ensayado en túnel de viento. Estos serán los resultados a utilizar, por tres motivos:

1. Reducen la complejidad del problema al eliminar la superficie libre del mismo y se puede, al ser un modelo simétrico en puntal, imponer una condición de contorno de simetría en el modelo a correr en el plano donde estaría la superficie libre (idem. en crujía).
2. La segunda ventaja es que si se pretende calibrar un modelo de turbulencia, será conveniente dejar la mayor parte de problemas complementarios de la mecánica de fluidos de lado, entre ellos el de la superficie libre (no linealidad, tensión superficial).
3. En tercer lugar se ha de considerar la dificultad de realizar un ensayo con superficie libre con  $F_n$  moderados. Los ensayos en canal se acostumbran a hacer a igualdad de  $F_n$ , por lo que el  $R_n$  suele ser bajo, con lo que ello conlleva desde el punto de vista de la turbulencia.

Las condiciones de simetría en el modelo numérico, tanto en el plano horizontal como en el vertical suponen una simplificación del mismo que se puede asumir en base a las siguientes consideraciones:

- Claramente el modelo es simétrico en manga y en puntal. Esto viene definido por la geometría del modelo utilizado.
- Si bien es cierto que en cuerpos cilíndricos simétricos el plano de simetría geométrica no es un plano de simetría de la solución (calle de Karman), claramente esta falta de simetría en la solución se aminora a altos números de Reynolds, donde las fuerzas de inercia dominan. Como el modelo a ensayar tiene un  $R_n = 4.6 \cdot 10^6$ , se entiende que las oscilaciones en la estela son mínimas.

Los resultados empíricos que se ofrecen corresponden a un modelo del casco que responde a los siguientes parámetros:

#### **Ensayos en el túnel de viento y modelo numérico**

##### Condiciones de ensayo y simulación.

- $U_0=25$  m/seg.
- $L=320$  m.



- $\lambda=116$ .

Para el factor de escala dado tenemos que los datos del problema son:

- $L' = \lambda^{-1}L = 2.759 \text{ m}$ .
- $U_0' = U_0 = 25 \text{ m/seg}$ .

Los valores de la viscosidad y la densidad se fijan teniendo en cuenta que las condiciones de ensayo marcan  $Rn = 4.6 \cdot 10^6$ , de forma que fijando  $\rho=1.16 \text{ Kg/m}^3$  queda  $\mu = 1.739 \cdot 10^{-5} \text{ kg/m-s}$ .

En cuanto a las condiciones de contorno y materiales, cabe mencionar que ahora no hay superficie libre, por lo que se fija condición de simetría en el plano  $z=0$ . El modelo de turbulencia usado es  $k-\varepsilon$  para el cálculo de las velocidades  $U$ ,  $V$  y  $W$ , así como para el cálculo de la energía cinética turbulenta  $k$  y la viscosidad turbulenta  $\nu_T$ .

La simulación se muestra sobre las secciones que se indican a continuación, figura (1.4):

Posición en planta de los planos de corte.

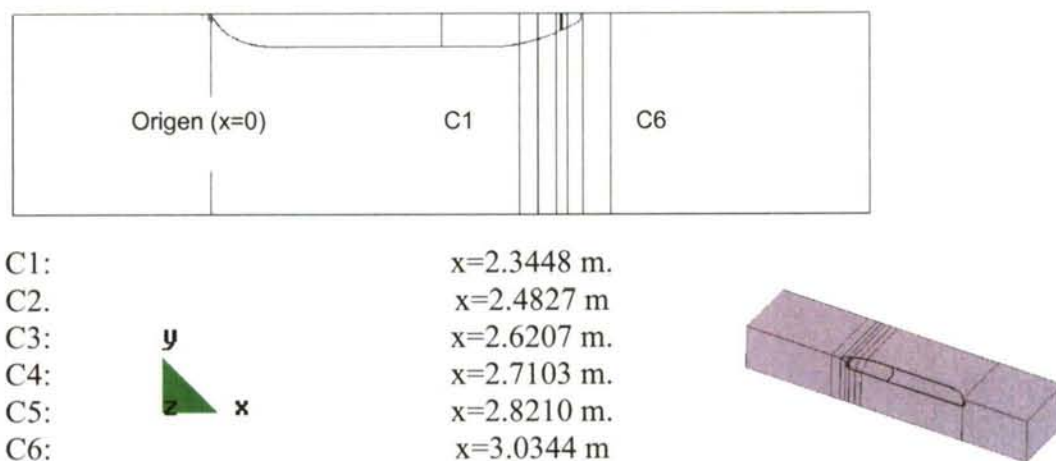


Fig (1.4)  
Cortes de comparación en el VC

El sistema de referencia para los offsets es distinto al de los archivos de datos experimentales, lo que implica la necesidad en muchos casos de cambios de escala o traslaciones. Por otra parte, para facilitar la visualización de los resultados y la comparación entre simulación y datos experimentales, se ha unificado en un mismo postproceso ambos resultados, realizando una simetría especular respecto del plano de crujía de los experimentales, de forma que la visualización está referida a un mismo sistema de coordenadas así como a una misma escala de colores.

Esto supone que en el lado izquierdo de la imagen se encontrará el mapa numérico y en la parte derecha el mapa experimental.



Por supuesto el mapa experimental es un poco menor que el numérico, no obstante a efectos de comparación de resultados, los mapas tienen una extensión más que suficiente.

En cualquier caso y para no incrementar la extensión de este capítulo de manera exagerada, se ha optado por presentar un anexo de resultados en capítulo aparte. En el presente capítulo se ha optado por presentar sólo las tablas resumen de los resultados obtenidos en cada caso, así como las modificaciones del modelo numérico realizadas en cada uno de ellos.

El procedimiento para calibrar el código será el siguiente:

1. Tratar de variar los parámetros de la turbulencia. Este es un proceso del que no se presentan resultados porque, en gran medida, es inherente a la estabilidad del proceso.
2. Buscar las diferentes opciones que ofrece el código en cuanto a leyes de pared.
3. Con los resultados así obtenidos tratar de optimizarlos variando las constantes de cierre del modelo.

En lo referente al primer punto, como ya se ha comentado anteriormente, debido a los problemas de inestabilidad encontrados en los casos corridos se incorpora en el código la posibilidad de jugar con los parámetros de las ecuaciones  $k-\varepsilon$ . Debido a que la viscosidad turbulenta es inversamente proporcional a  $\varepsilon$ ,  $\nu_T = C_\mu f_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}$ , en las zonas donde no hay turbulencia (zonas no perturbadas del flujo), como  $\varepsilon = 0$  se pueden producir singularidades. Así pues hay que incluir una primera aproximación. Se truncará el valor de  $\varepsilon$  en un límite inferior fijo. A efectos de cálculo cualquier solución que adopte un  $\varepsilon$  inferior será truncada en el valor señalado.

Inevitablemente esto incluye problemas a la hora de seleccionar los mínimos de los otros parámetros de la turbulencia, ya que si en ninguna zona del dominio la disipación es nula, para que las ecuaciones se cumplan tendrá que haber energía cinética que disipar; esto supone que la  $k$  también ha de ser truncada en un mínimo.

Así pues el valor de la  $\nu_T$  en la zona exterior también quedará fijado. Con respecto a la adopción de estos parámetros hay que tener un cierto cuidado, ya que si están mal elegidos puede llevar al proceso a la divergencia.

Por otro lado se ha de tener especial cuidado en no cometer errores sustanciosos en la selección de estos parámetros, porque en el límite pueden llevar a resultados de los mapas erróneos, incluso tras alcanzarse la estabilización del problema. A lo largo de este trabajo ha ocurrido esto en varias ocasiones.

Asimismo, y para que los valores de los parámetros turbulentos no se disparen, también se pueden modificar los máximos de estos valores en sus respectivos cálculos. Del mismo modo en este caso hay que tener un cierto cuidado para que los valores adoptados como máximos sean congruentes unos con otros.

En lo que se refiere al segundo punto, parece obvio que la energía cinética turbulenta en las proximidades de la pared, así como su transporte al resto del dominio dependerá muy directamente de las condiciones impuestas en aquella. Así pues parece lógico tratar de conseguir resultados con varias leyes de pared.

Por último, el tercer punto incluye la necesidad de hacer varias pruebas variando las constantes de cierre del modelo. A priori los modelos deben estar ya calibrados y la solución ser muy próxima al punto de partida. No obstante las pruebas han sido realizadas con los resultados expuestos más adelante.

Cabe resaltar que los resultados más dispares, así como los más inestables son los de la energía cinética turbulenta, la viscosidad turbulenta y epsilon. En cuanto a los valores de las tres componentes de la velocidad, los resultados en cualquiera de los casos corridos son bastante estables. Como quiera que sea, las ecuaciones de Navier Stokes se han de cumplir siempre que el proceso se estabilice, de modo que los aspectos de los mapas de presiones y velocidades son muy estables incluso variando las constantes de cierre del modelo de turbulencia. Así pues, a efectos de comparación y de calibración lo más interesante será comparar los resultados de la energía cinética turbulenta con los empíricos. Asimismo se incluirán cuantos mapas se considere necesario para explicar las particularidades que surjan.

#### Características generales de la simulación.

La geometría del casco ha sido generada directamente a partir de los archivos de offset de Kribo, figura (2.4).

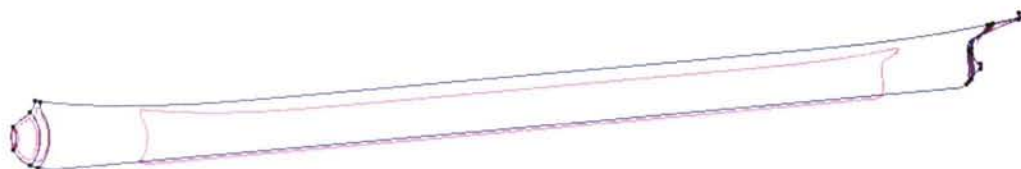
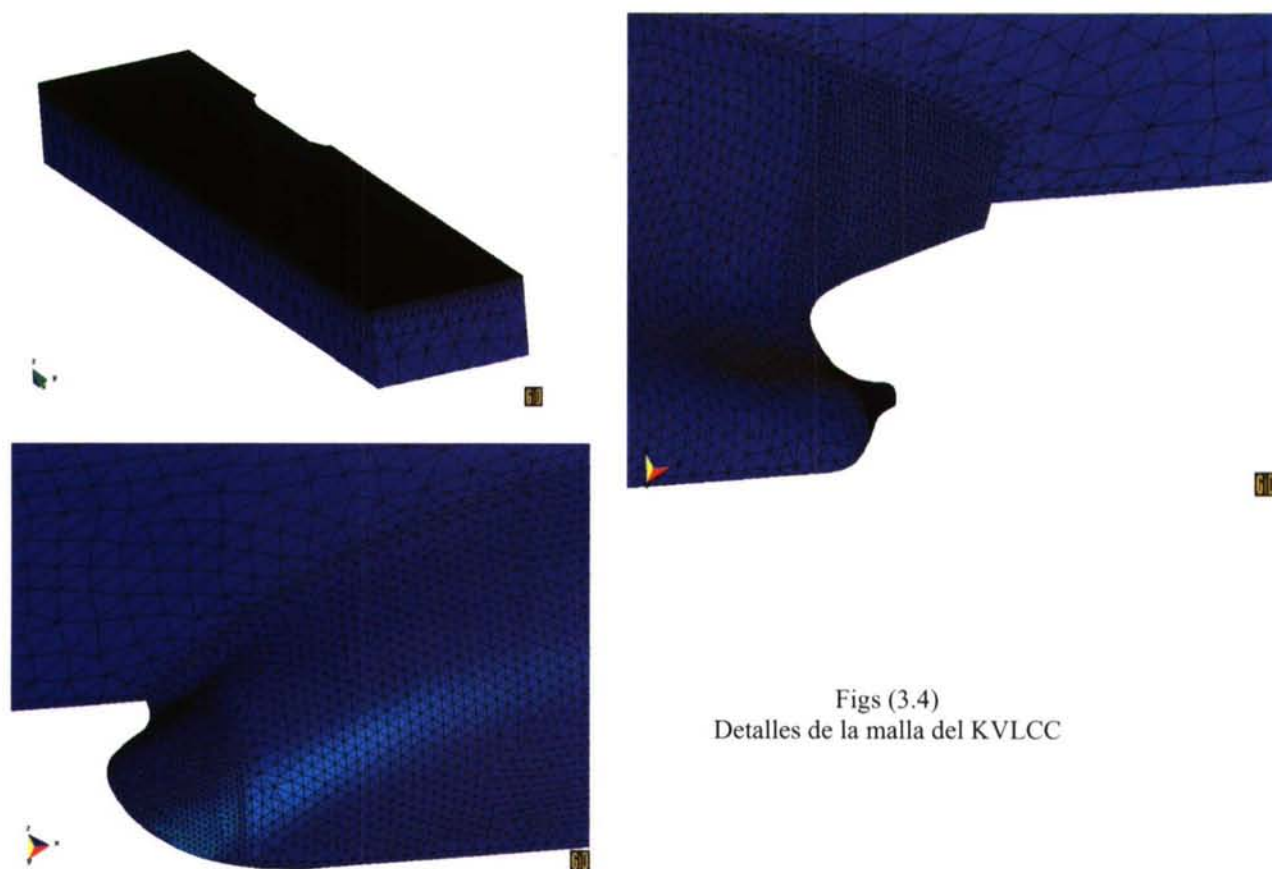


Fig (2.4)  
Detalle de la geometría del KVLCC

Para los resultados de ensayos numéricos se han empleado dos mallas, una de 412.658 elementos y 74.900 nodos y otra de 697.325 elementos y 121.832 nodos, de la que se muestran algunos detalles a continuación, figuras (3.4):



Figs (3.4)  
Detalles de la malla del KVLCC

En cuanto a los resultados de estela, se ha añadido un subdominio rectangular en el entorno de la popa para disminuir en él el tamaño de elemento, de forma que se pueda captar mayor nivel de detalle. Como los ensayos experimentales se han realizado con modelo doble ya no es precisa una superficie libre.

No obstante, a lo largo de la realización de este trabajo se ha hecho palpable la existencia de difusión numérica artificial. Es evidente que la calibración del modelo debe ser lo más aséptica posible en lo que toca a este problema, de modo que para controlar esta difusión artificial que claramente depende del tamaño de malla, se ha optado por introducir otro subdominio dentro del anterior, en la zona de popa del casco, figura (4.4).



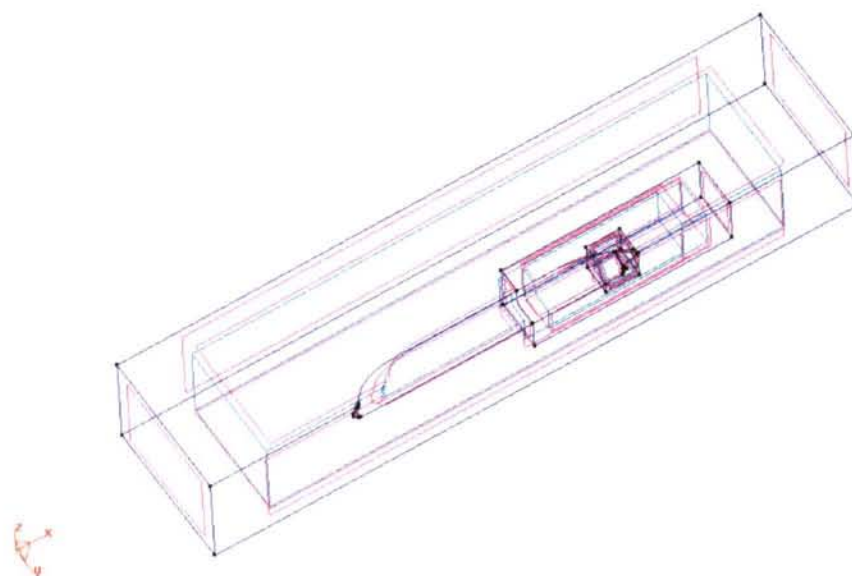


Fig (4.4)  
Detalle de los volúmenes de control auxiliares

A este nuevo subdominio se le ha asignado una malla más fina que la del primer subdominio en un intento de conocer hasta dónde influye el efecto de esta difusión numérica. Esta nueva zona de malla más fina incluye a los cortes 1, 2, 3, 4 y 5, pero deja fuera al corte 6. Los tamaños de malla finales adoptados son:

- Volumen auxiliar genérico 0.030 m.
- Volumen auxiliar pequeño 0.010 m.
- Casco 0.010 m.
- General 0.300 m.

A continuación se presenta una visualización de la malla en esta zona, figura (5.4).

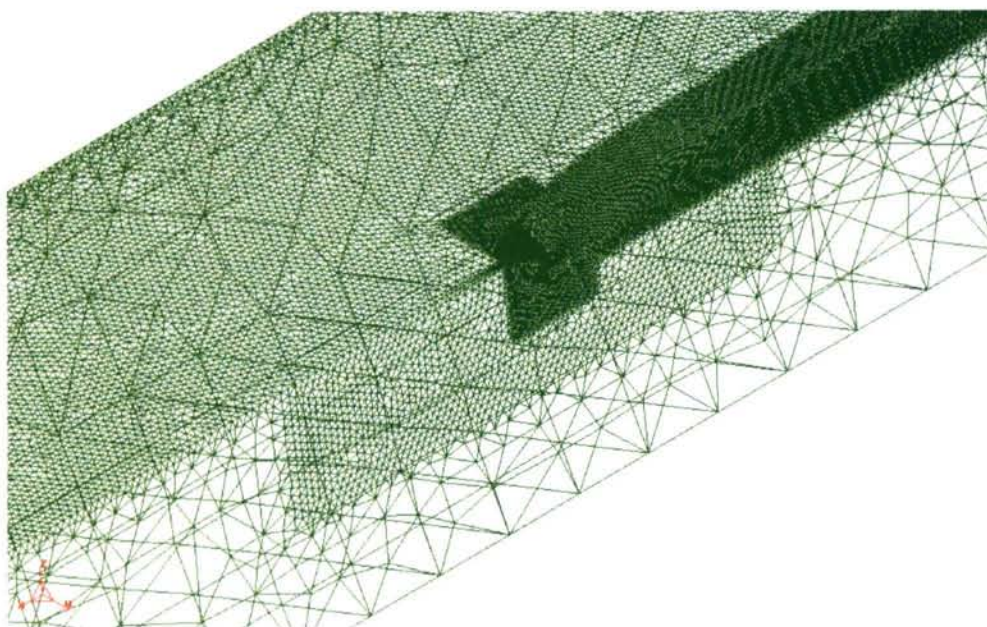


Fig (5.4)  
Detalle de la malla de los volúmenes auxiliares

Si los resultados hasta el corte 5 son aceptables y en el corte 6 se vuelven mucho más difusivos, lo que se puede concluir es que la malla tiene una influencia clara en los resultados obtenidos. Como se puede constatar a la vista del anexo de resultados, esto es claramente lo que se observa en todos los casos.

El problema reside ahora en que si bien la malla adoptada es bastante fina en esta zona, podría no serlo suficiente y los resultados obtenidos se viesen afectados de una difusión artificial. Esto es en realidad lo que ocurre, ya que a la vista de los resultados se observa claramente su incidencia.

Como consecuencia inmediata lo que se puede afirmar es que no se puede esperar una coincidencia de los resultados de modo exacto. No obstante la calibración se podrá justificar en base a una comparación de resultados coherente con lo mencionado anteriormente.

A continuación se explican los pasos seguidos en la calibración punto por punto y se comentan la elecciones asumidas.

El caso 0 es el de una malla relativamente grosera. Simplemente se ha llevado a cabo como un primer estudio del problema. La única diferencia entre el caso 0 y el 1 es la malla adoptada. En el caso 1 aparece el subdominio pequeño de popa que es el que hace incrementar considerablemente el número de nodos. Como claramente se mejora a la vista de resultados con la malla del segundo caso, será la que se adopte en lo sucesivo. No se entrará aquí en consideraciones sobre las necesidades de potencia de cálculo. Se ha de observar que con una malla más fina parece que el código empieza a captar la lengua de  $k$  que hay en la zona de la hélice.

La segunda consideración a tener en cuenta es la de la ley de pared. A la vista de los resultados presentados como anexo, claramente se observa la necesidad de bajar el espesor de capa límite. Esto se ve, sobre todo, en la gráfica siguiente, figura (6.4):



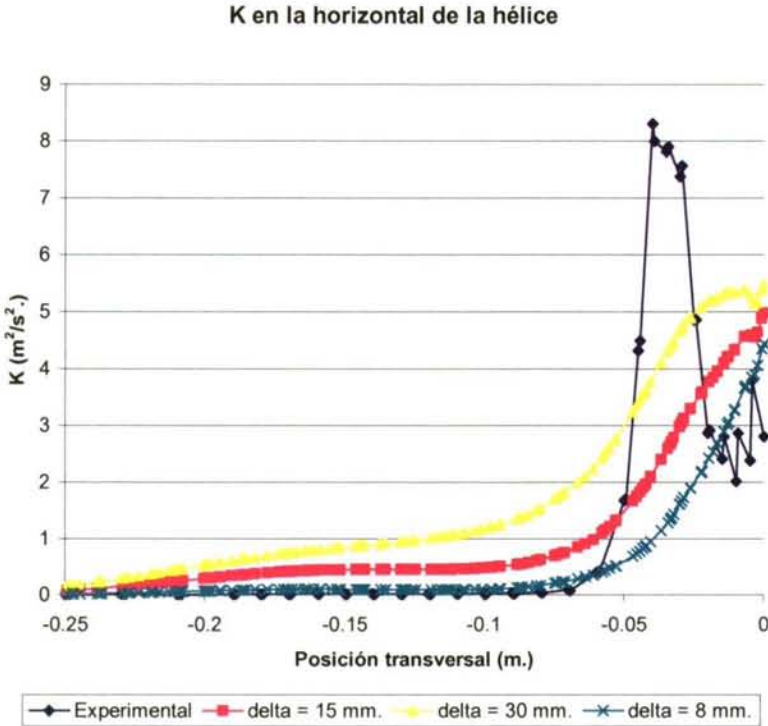


Fig (6.4)  
Variación de k con la ley de pared

Parece que al bajar el espesor de capa límite,  $k$  se ajusta bastante más en la zona de flujo libre. En la zona central, (-0.05), se observa que la subida se ve claramente disipada, como se hace evidente al ver el último corte, debido a la difusión numérica. En lo sucesivo se adoptará un espesor de capa límite de 8 mm. Con respecto al espesor que le correspondería a una placa plana a esa distancia del borde de ataque a esta misma velocidad de 25 m/s. en régimen laminar sería de 5-7 mm. en la zona de popa. Esto supone que bajar más el espesor de la capa límite puede ser excesivo. Teniendo en cuenta que en una capa límite turbulenta el espesor será mayor, así como en una capa límite con forma, parece que no se podrá bajar más el espesor. Así pues, tendiendo en cuenta que la capa límite no se debe hacer más fina y que cuanto más espesor se le dé peor modeliza el flujo libre, se fija un espesor de 8 mm.

**Calibración del modelo**

Así pues con la ley de pared completamente definida se procederá a la modificación de las constantes de cierre. Para esto se han de tener en cuenta las siguientes consideraciones:

- En base a la Tabla 1.1, en la que se introducen diferentes modelos con sus respectivas constantes de cierre, se toma la decisión de variar dichas constantes sólo en un determinado rango, que es el abarcado en la tabla mencionada. Esto supone una variación admisible de las constantes como se detalla en la siguiente tabla:

	$\sigma_k$	$\sigma_\epsilon$	$C_{\epsilon 1}$	$C_{\epsilon 2}$	$C_\mu$
Variaciones	0.75-1.40	1.30-1.45	1.40-1.55	1.80-2.00	0.090-0.096

Tabla 1.4. Variaciones admisibles de las constantes de cierre del modelo



El modelo de partida con el que se han corrido todos los casos antes de empezar a calibrar es el que asume los siguientes valores de las constantes del cuadro anterior:

	$\sigma_k$	$\sigma_\varepsilon$	$C_{\varepsilon 1}$	$C_{\varepsilon 2}$	$C_\mu$
Valores Origen	1.00	1.30	1.45	1.92	0.090

Tabla 2.4. Constantes de cierre del modelo iniciales

- Existe una dependencia entre unas constantes y otras del modelo. Si se plantean las ecuaciones que gobiernan el comportamiento del fluido incompresible en la zona logarítmica de la capa límite para un caso de placa plana (bidimensional), y además se considera la ecuación de cantidad de movimiento estacionaria, en el seno de la capa logarítmica en una zona donde los gradientes de presión son despreciables, se obtiene la siguiente expresión:

$$0 = \frac{\partial}{\partial y} \left[ \nu_T \frac{\partial U}{\partial y} \right] \quad (1.4)$$

ya que es precisamente en la zona logarítmica donde imperan los fenómenos de difusión de la turbulencia.

Si a esta se le incluyen las tres ecuaciones del modelo con los mismos condicionantes que para (1.4) se obtiene:

$$0 = \frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{\nu_T}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial y} \right] + \nu_T \left( \frac{\partial U}{\partial y} \right)^2 - \varepsilon \quad (2.4)$$

$$0 = \frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{\nu_T}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right] + C_{\varepsilon 1} C_\mu k \left( \frac{\partial U}{\partial y} \right)^2 - C_{\varepsilon 2} f_2 \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (3.4)$$

$$\nu_T = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (4.4)$$

La solución a las ecuaciones (1.4), (2.4), (3.4) y (4.4) es la siguiente, [24]:

$$U = \frac{u_\tau}{\kappa} \ln y + Cte ; \quad k = \frac{u_\tau^2}{\sqrt{C_\mu}} ; \quad \varepsilon = \frac{u_\tau^3}{\kappa y}$$

De donde se obtiene un valor de la constante de karman en función de las de cierre del modelo.

$$\kappa^2 = \sqrt{C_\mu} (C_{\varepsilon 2} - C_{\varepsilon 1}) \sigma_\varepsilon \quad (5.4)$$

Así pues las modificaciones de las constantes se realizarán tomando en consideración la ecuación (5.4).

La filosofía de variación de las constantes de cierre se realizará de la siguiente manera: los valores iniciales de las mismas serán los detallados como origen en la Tabla 2.4; se irán variando las constantes de cierre una por una. En la modificación de la constante “i” del modelo permanecerán fijas en los valores óptimos las “i={0, ..., i-1}” mientras que permanecerán en los valores origen de la tabla 2.4 las “i={i+1, ..., 5}”

Al final del proceso todas las constantes tomarán su valor óptimo. La modificación de las constantes sigue el orden:  $\sigma_k$ ,  $C_\mu$ ,  $C_{\varepsilon 1}$ ,  $C_{\varepsilon 2}$ , y  $\sigma_\varepsilon$ . En dicho proceso se han considerado los siguientes casos que se detallan en el anexo de resultados:

- Caso 0: Este caso se refiere al modelo numérico corrido con 74900 nodos, ley de pared delta y espesor de capa límite 30 mm.
- Caso 1: Este caso se refiere al modelo numérico corrido con 121832 nodos, ley de pared delta y espesor de capa límite de 30 mm.
- Caso 2: Este caso se refiere al modelo numérico corrido con 121832 nodos, ley de pared delta y espesor de capa límite de 15 mm.
- Caso 3: Este caso se refiere al modelo numérico corrido con 121832 nodos, ley de pared delta y espesor de capa límite de 8 mm.
- Caso 4: Este caso se refiere al modelo numérico corrido con 121832 nodos, ley de pared delta y espesor de capa límite de 8 mm, sin prescribir  $\varepsilon$  en la pared.
- Caso 5: Este caso se refiere al modelo numérico corrido con 121832 nodos, ley de pared delta y espesor de capa límite de 8 mm. con  $\sigma_k = 1.40$
- Caso 6: Este caso se refiere al modelo numérico corrido con 121832 nodos, ley de pared delta y espesor de capa límite de 8 mm. con  $\sigma_k = 0.75$
- Caso 7: Este caso se refiere al modelo numérico corrido con 121832 nodos, ley de pared delta y espesor de capa límite de 8 mm. con  $\sigma_k = 1.05$
- Caso 8: Este caso se refiere al modelo numérico corrido con 121832 nodos, ley de pared delta y espesor de capa límite de 8 mm. con  $\sigma_k = 1.05$  y  $C_\mu = 0.092$
- Caso 9: Este caso se refiere al modelo numérico corrido con 121832 nodos, ley de pared delta y espesor de capa límite de 8 mm. con  $\sigma_k = 1.05$  y  $C_\mu = 0.094$
- Caso 10: Este caso se refiere al modelo numérico corrido con 121832 nodos, ley de pared delta y espesor de capa límite de 8 mm. con  $\sigma_k = 1.05$  y  $C_\mu = 0.096$
- Caso 11: Este caso se refiere al modelo numérico corrido con 121832 nodos, ley de pared delta y espesor de capa límite de 8 mm. con  $\sigma_k = 1.05$  y  $C_\mu = 0.092$  y  $C_{\varepsilon 1} = 1.50$
- Caso 12: Este caso se refiere al modelo numérico corrido con 121832 nodos, ley de pared delta y espesor de capa límite de 8 mm. con  $\sigma_k = 1.05$  y  $C_\mu = 0.092$  y  $C_{\varepsilon 1} = 1.55$
- Caso 13: Este caso se refiere al modelo numérico corrido con 121832 nodos, ley de pared delta y espesor de capa límite de 8 mm. con  $\sigma_k = 1.05$  y  $C_\mu = 0.092$  y  $C_{\varepsilon 1} = 1.40$
- Caso 14: Este caso se refiere al modelo numérico corrido con 121832 nodos, ley de pared delta y espesor de capa límite de 8 mm. con  $\sigma_k = 1.05$  y  $C_\mu = 0.092$  y  $C_{\varepsilon 1} = 1.50$  y  $C_{\varepsilon 2} = 1.96$

- Caso 15: Este caso se refiere al modelo numérico corrido con 121832 nodos, ley de pared delta y espesor de capa límite de 8 mm. con  $\sigma_k = 1.05$  y  $C_\mu = 0.092$  y  $C_{\epsilon 1} = 1.50$  y  $C_{\epsilon 2} = 2.00$
- Caso 16: Este caso se refiere al modelo numérico corrido con 121832 nodos, ley de pared delta y espesor de capa límite de 8 mm. con  $\sigma_k = 1.05$  y  $C_\mu = 0.092$  y  $C_{\epsilon 1} = 1.50$  y  $C_{\epsilon 2} = 1.88$
- Caso 17: Este caso se refiere al modelo numérico corrido con 121832 nodos, ley de pared delta y espesor de capa límite de 8 mm. con  $\sigma_k = 1.05$  y  $C_\mu = 0.092$  y  $C_{\epsilon 1} = 1.50$  y  $C_{\epsilon 2} = 1.84$
- Caso 18: Este caso se refiere al modelo numérico corrido con 121832 nodos, ley de pared delta y espesor de capa límite de 8 mm. con  $\sigma_k = 1.05$  y  $C_\mu = 0.092$  y  $C_{\epsilon 1} = 1.50$  y  $C_{\epsilon 2} = 1.92$  y  $\sigma_\epsilon = 1.35$
- Caso 19: Este caso se refiere al modelo numérico corrido con 121832 nodos, ley de pared delta y espesor de capa límite de 8 mm. con  $\sigma_k = 1.05$  y  $C_\mu = 0.092$  y  $C_{\epsilon 1} = 1.50$  y  $C_{\epsilon 2} = 1.92$  y  $\sigma_\epsilon = 1.40$
- Caso 20: Este caso se refiere al modelo numérico corrido con 121832 nodos, ley de pared delta y espesor de capa límite de 8 mm. con  $\sigma_k = 1.05$  y  $C_\mu = 0.092$  y  $C_{\epsilon 1} = 1.50$  y  $C_{\epsilon 2} = 1.92$  y  $\sigma_\epsilon = 1.45$

Básicamente la selección de los valores de las constantes de cierre del modelo se ha realizado atendiendo al valor que toma  $k$  en el plano diametral a la altura del propulsor.

Las gráficas que representan estos valores en función de la posición en manga son las siguientes (bajo cada tabla se comentan las consideraciones realizadas para cada selección):



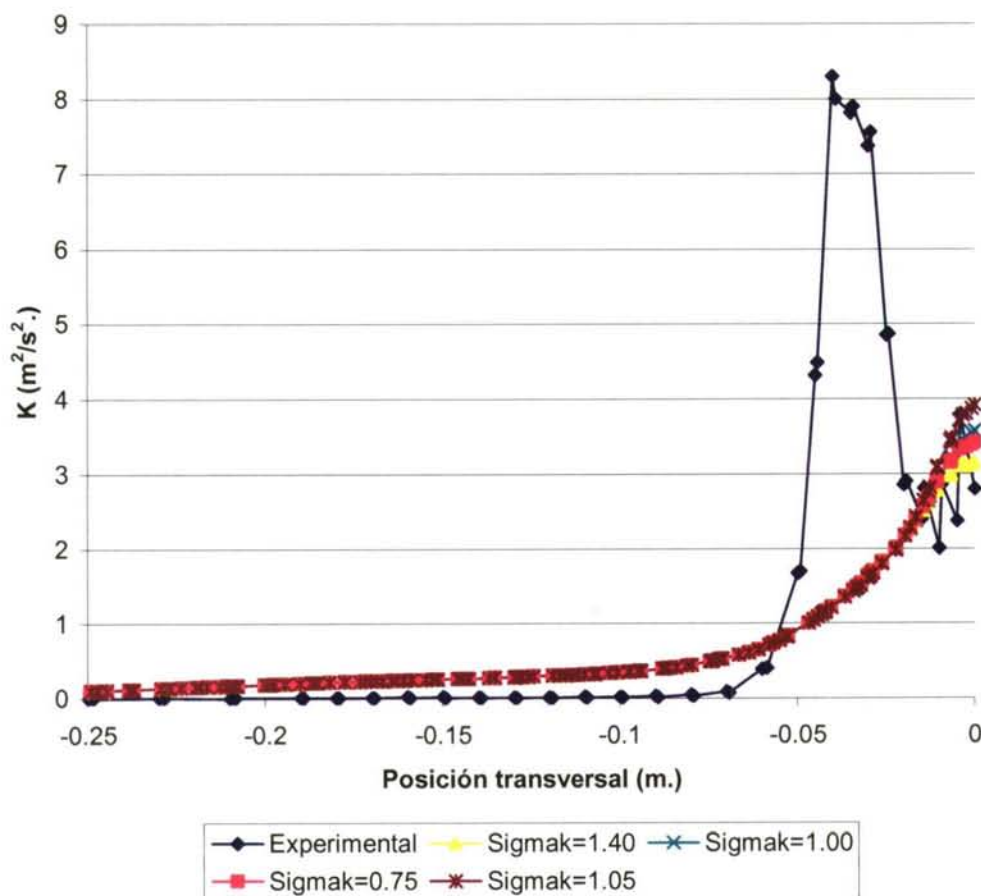
**K en la horizontal de la hélice**


Fig (7.4)  
Variación de  $k$  con  $\sigma_k$

Si se considera que las variaciones en el valor de  $k$  a lo largo de toda la horizontal del propulsor son casi nulas con la modificación de  $\sigma_k$ , salvo en la zona del plano diametral, parece lógico establecer la selección con el valor de  $k$  en el plano de crujía. No obstante en la figura (7.4) queda bien a las claras que la constante de cierre  $\sigma_k$  no tiene mucha influencia en el valor absoluto de  $k$ , que sólo se llega a modificar en  $1 \text{ m}^2/\text{s}^2$ . Dado el valor que se obtiene en este punto, supone que modificando muy poco  $\sigma_k$  se puede obtener una diferencia significativa en la gráfica (25%). No obstante esta diferencia se estima que cuantitativamente es suficientemente pequeña, en este caso, como para no poder establecer la selección en función del valor numérico obtenido.

Como  $\sigma_k$  es la constante de cierre que más afecta a los resultados obtenidos, conjuntamente con  $C_\mu$ , y no parece lógico realizar la calibración con un sistema cuantitativo, se realizará atendiendo a la cualidad del valor obtenido en función de las posibles oscilaciones que se realicen con la modificación de la constante. Esto supone seleccionar la constante que dé un valor en torno a un máximo o un mínimo. Este esquema dotará incluso de más estabilidad al modelo.

Desde este punto de vista parece acertado tomar un  $\sigma_k$  óptimo como el que produce el máximo de la gráfica anterior en el plano diametral, esto es,  $\sigma_k = 1.05$  (ver figura (12.4)).

La siguiente gráfica sirve para seleccionar  $C_\mu$ .

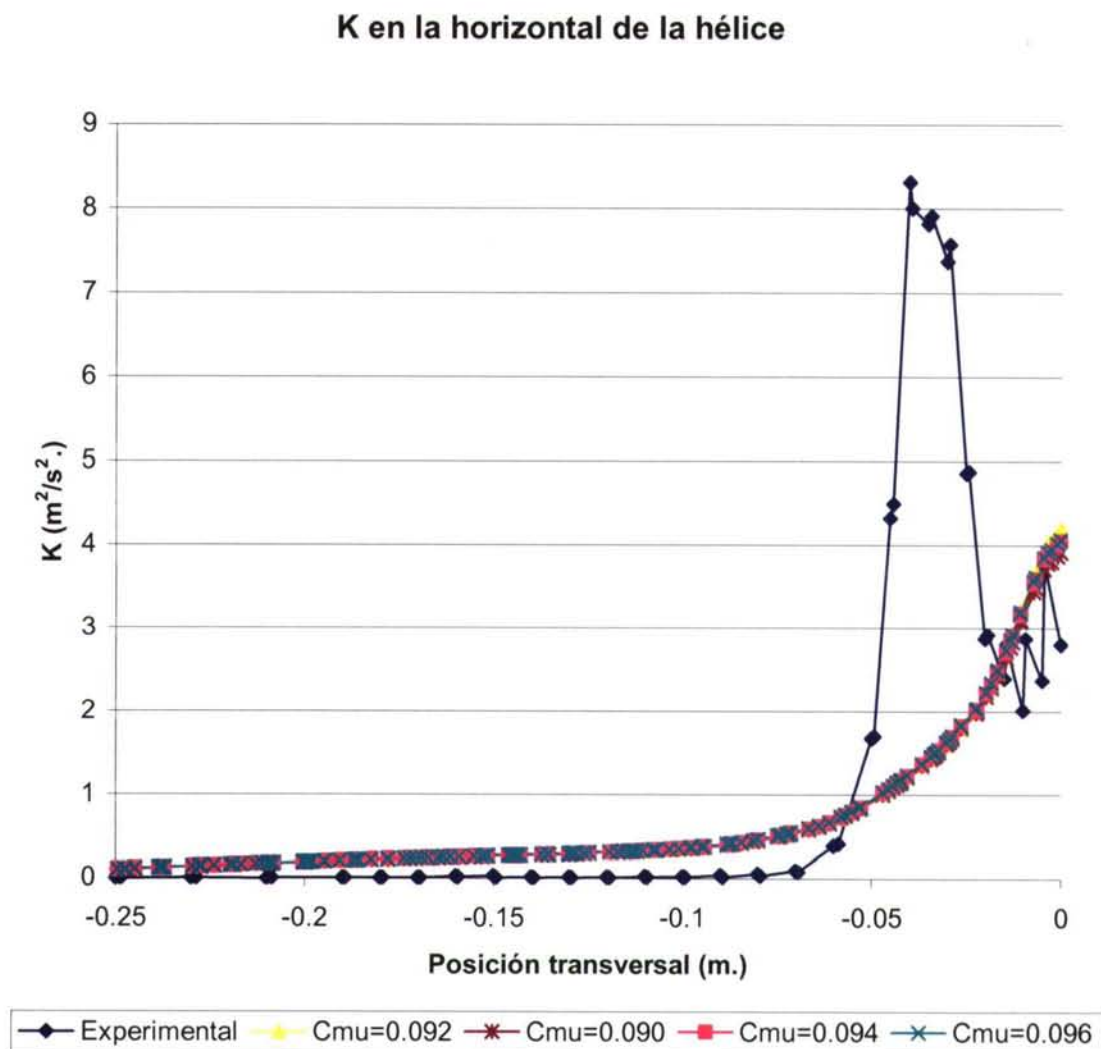


Fig (8.4)  
Variación de  $k$  con  $C_\mu$

Si se representa una gráfica de  $k$  en el plano diametral frente a  $C_\mu$  se encuentra un máximo en  $C_\mu = 0.092$  (ver figura (12.4)). Debido a la poca variación de la gráfica con  $C_\mu$  se optará por tomar el anterior como el valor óptimo de esta constante.

A la vista de los mapas del anexo de resultados, no parece que haya diferencias sustanciosas entre los diferentes valores de esta constante.

En la gráfica siguiente se evalúa la constante  $C_{e1}$ :

### K en la horizontal de la hélice

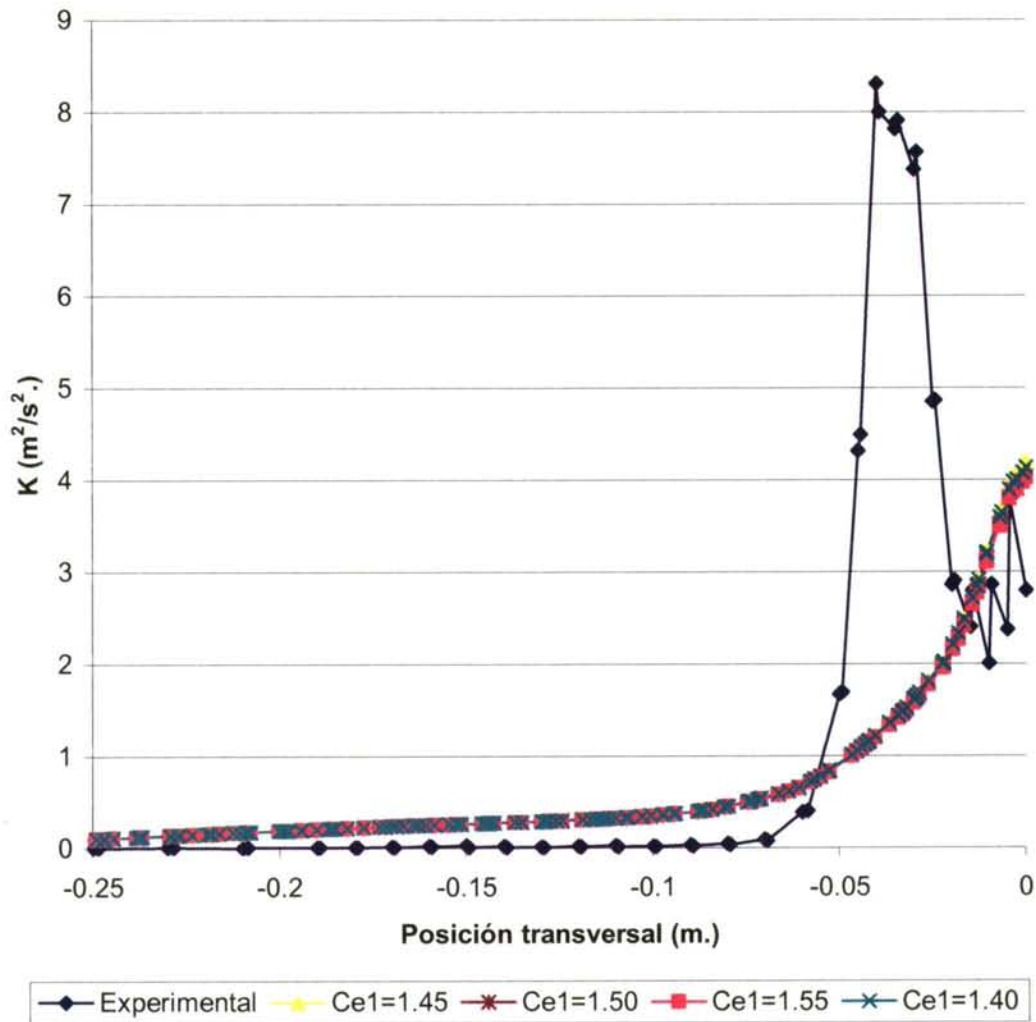


Fig (9.4)  
Variación de  $k$  con  $C_{\epsilon 1}$

La variación con la constante de cierre va siendo cada vez más pequeña y se impone cada vez más el criterio cualitativo, figura (9.4). De esta manera en la figura (12.4) se observa que el mínimo está en  $C_{\epsilon 1} = 1.55$  que será el valor que a priori se adoptaría como óptimo. No obstante, debido a que para un valor de  $C_{\epsilon 1} = 1.50$  el valor no difiere mucho del mínimo y que ofrece un poco más de libertad para modificar las otras constantes de cierre siguiendo la ecuación (4.5) y que en este caso siguiendo esa misma ecuación rebasa el límite inferior asumible para  $\kappa = 0.399$  [24], se optará por seleccionar  $C_{\epsilon 1} = 1.50$  como el óptimo (ver figura (12.4)).

A continuación se presenta la gráfica que representa la variación de  $k$  con  $C_{\epsilon 2}$ .



### K en la horizontal de la hélice

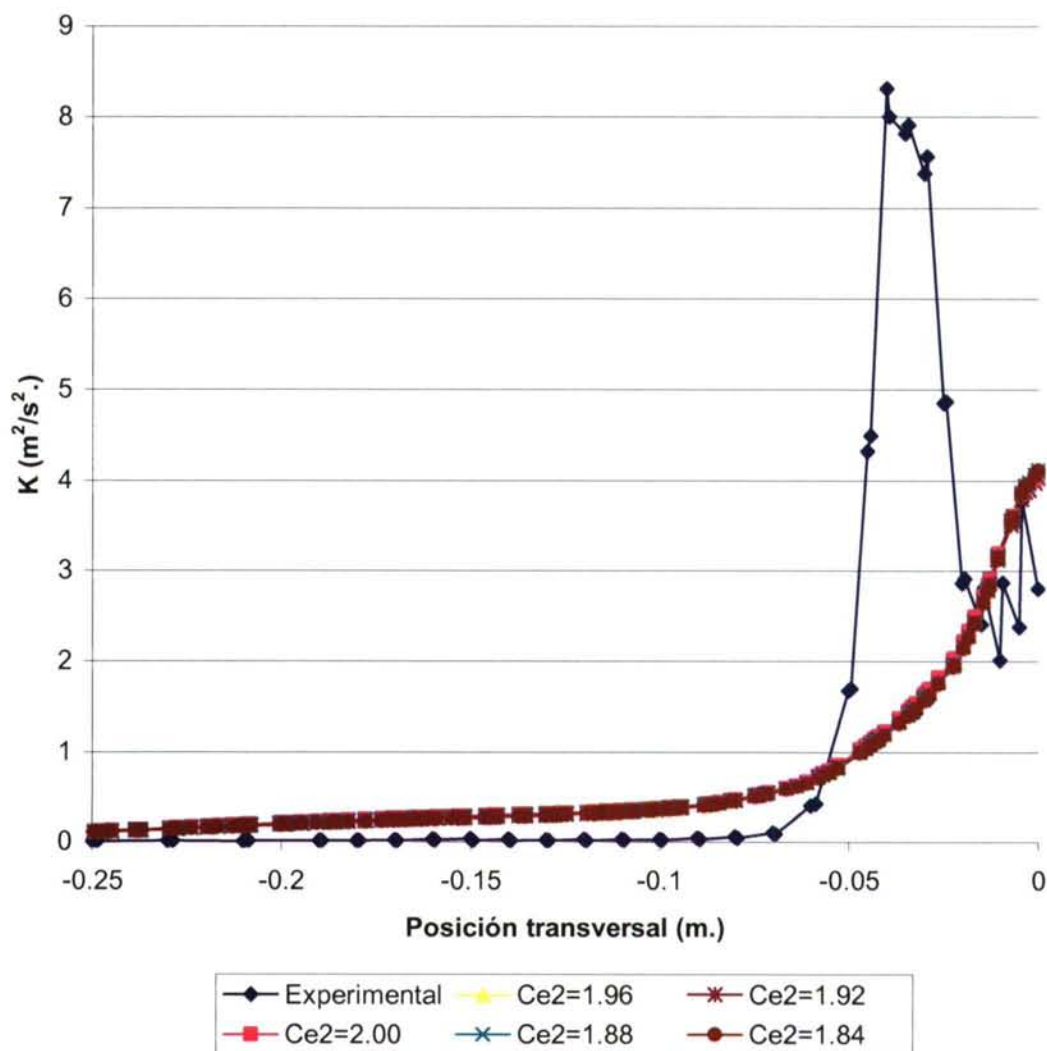


Fig (10.4)  
Variación de  $k$  con  $C_{\epsilon 2}$

En esta gráfica se establece el mínimo en  $C_{\epsilon 2} = 1.92$ , que será el que se adopte como óptimo (ver figura (12.4)).

La siguiente gráfica representa las variaciones con respecto a  $\sigma_{\epsilon}$ . Claramente la influencia de esta constante es muy pequeña.

### K en la horizontal de la hélice

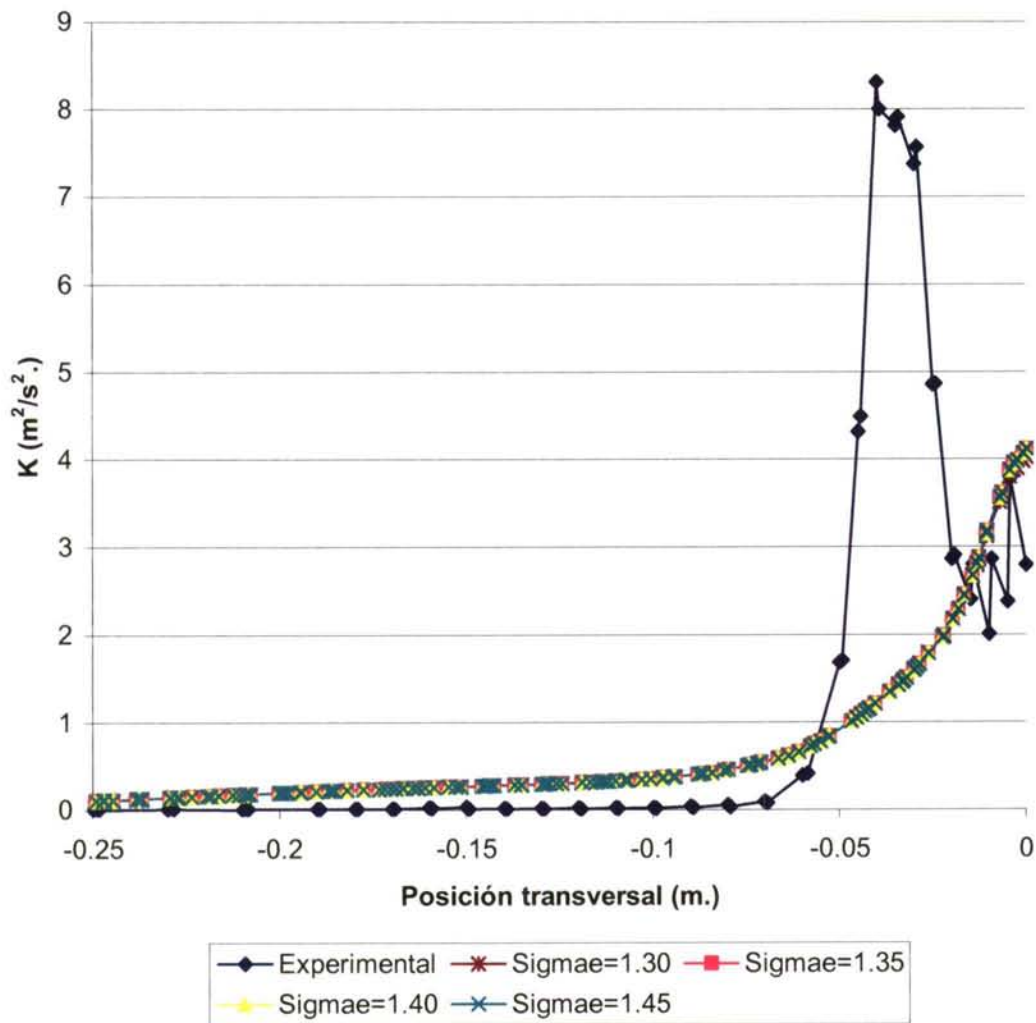


Fig (11.4)  
Variación de  $k$  con  $\sigma_\epsilon$

Entre  $\sigma_\epsilon = 1.35$  y  $\sigma_\epsilon = 1.45$  se produce una gama de valores de  $k$  más o menos constantes. El pico de estos valores aparece en  $\sigma_\epsilon = 1.40$ . Este será el valor adoptado como óptimo (ver figura (12.4)).

Por supuesto, todas las posibilidades de calibración se han estudiado considerando el cumplimiento de la ecuación (5.4). De la manera que queda el modelo el valor de la constante de karman calculado según la ecuación (5.4) es  $\kappa = 0.422$ .

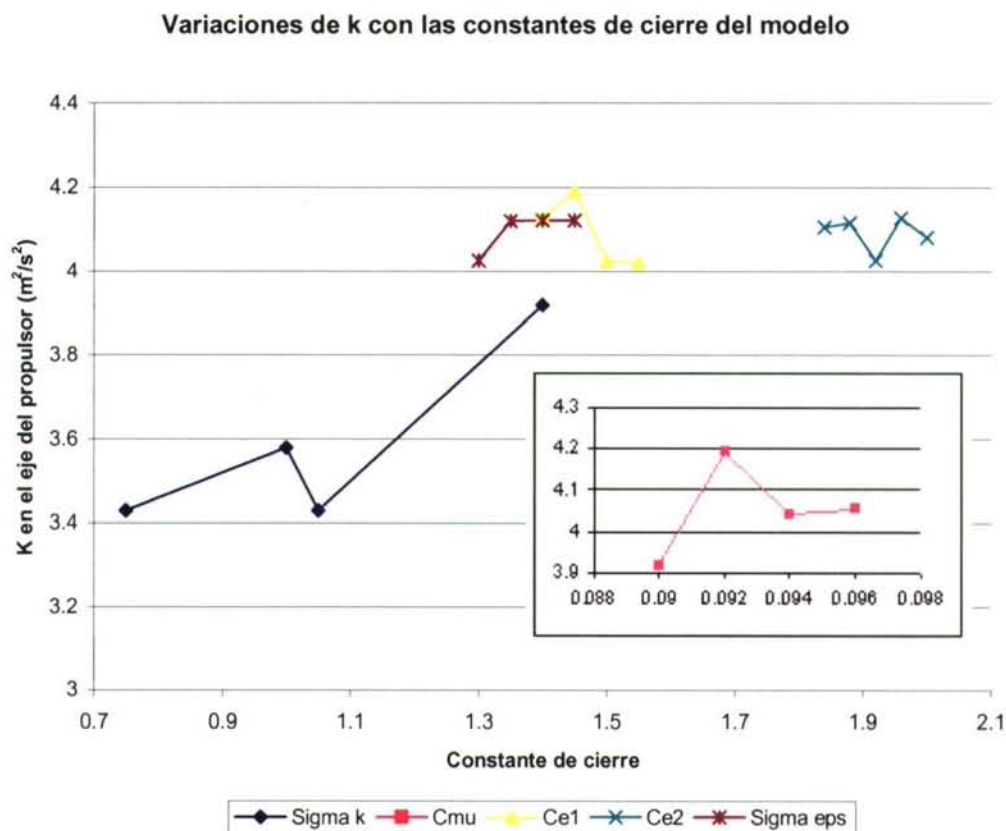


Fig (12.4)

Variación de  $k$  en el eje del propulsor con las constantes de cierre del modelo

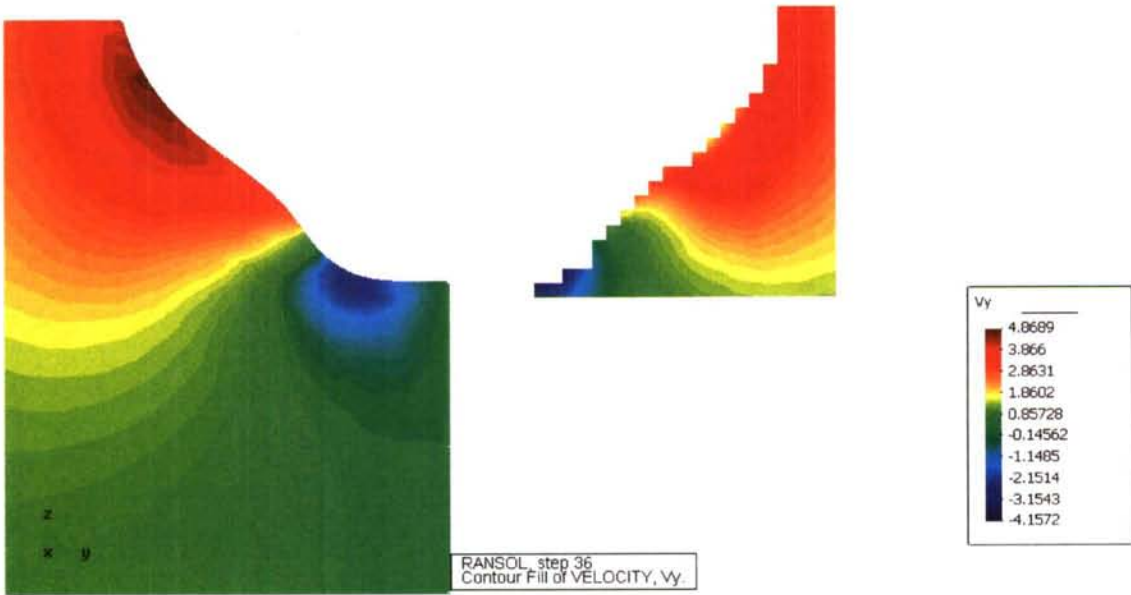
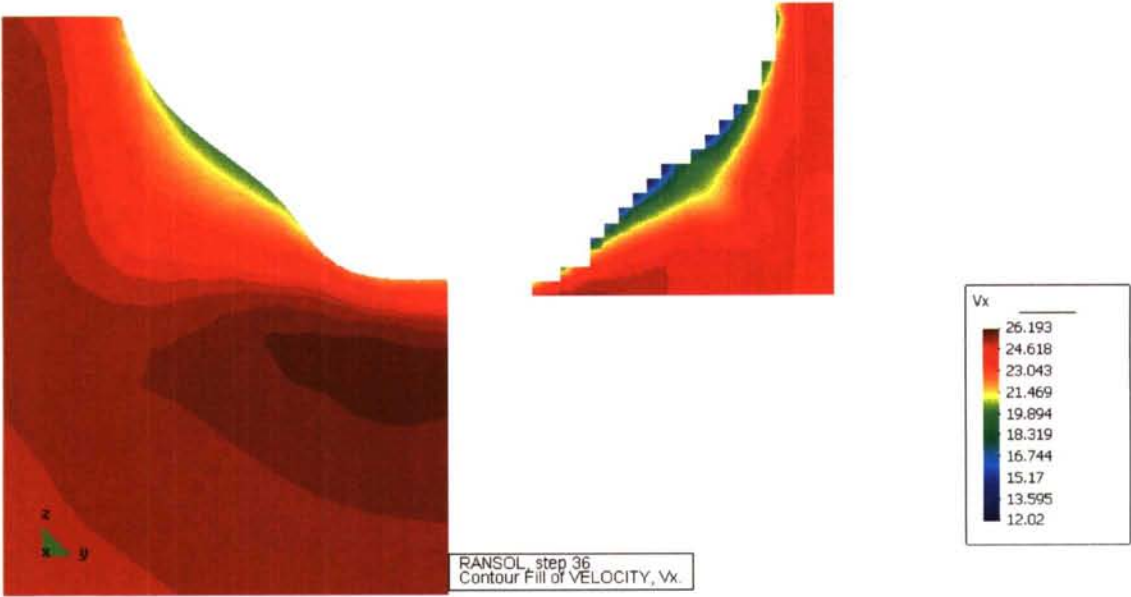
En este resumen no se ha introducido ninguna imagen como criterio de selección. Esto es debido a que a todas luces, como se muestra en el anexo de resultados, las soluciones son muy parecidas en todos los casos, como es de esperar a la vista de las gráficas anteriores. No obstante hay pequeñas diferencias entre los diferentes casos corridos.

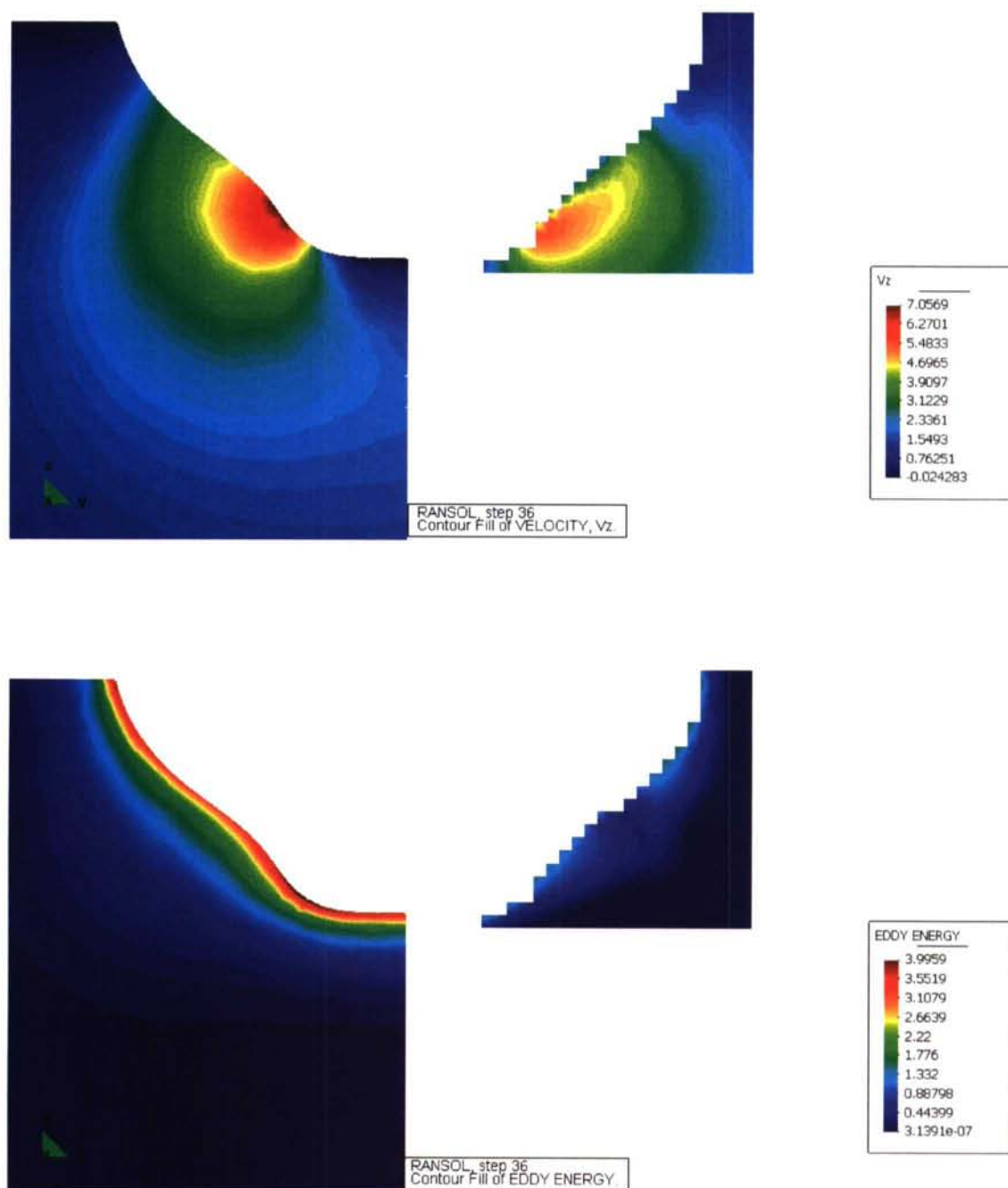
A continuación se incluyen las imágenes comparativas entre numérico y experimental con el modelo de turbulencia completo. Como se puede observar hay diferencias más que palpables entre el resultado experimental (derecha) y el numérico (izquierda). Al final de esta batería de resultados se hacen varios comentarios a los mismos.



	$\sigma_k$	$\sigma_\epsilon$	$C_{\epsilon1}$	$C_{\epsilon2}$	$C_\mu$	$\kappa$
Caso 19	1.05	1.40	1.50	1.92	0.092	0.422

CORTE 1

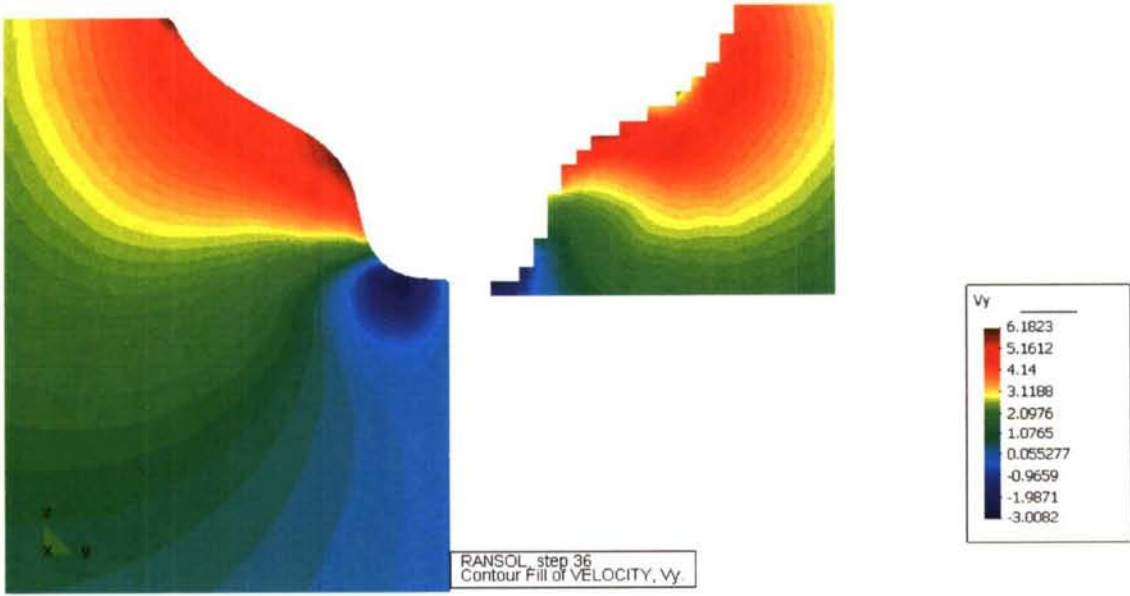
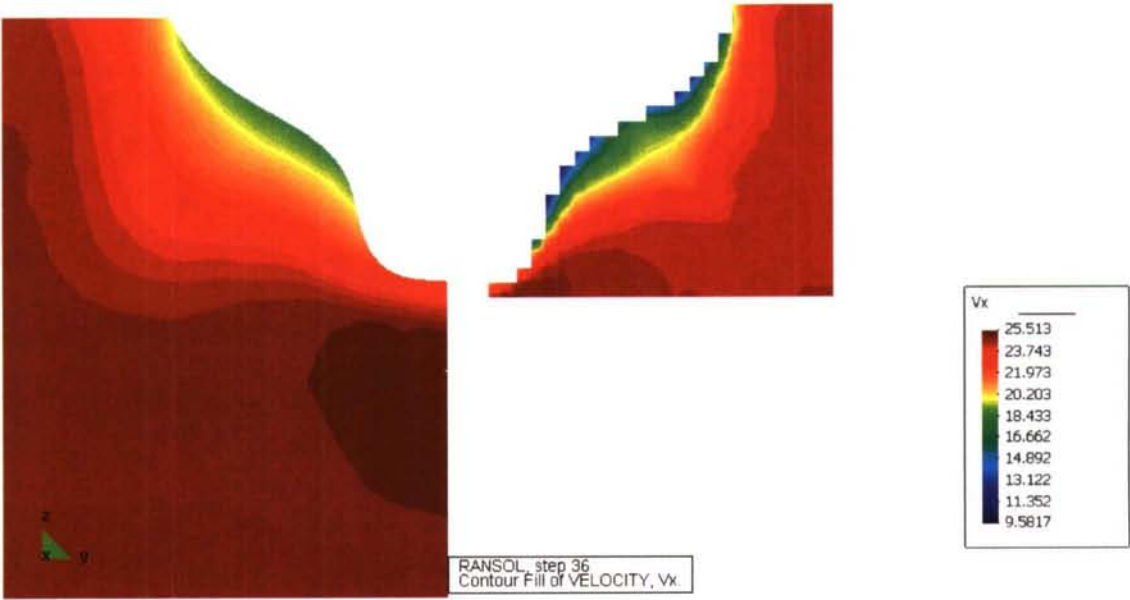




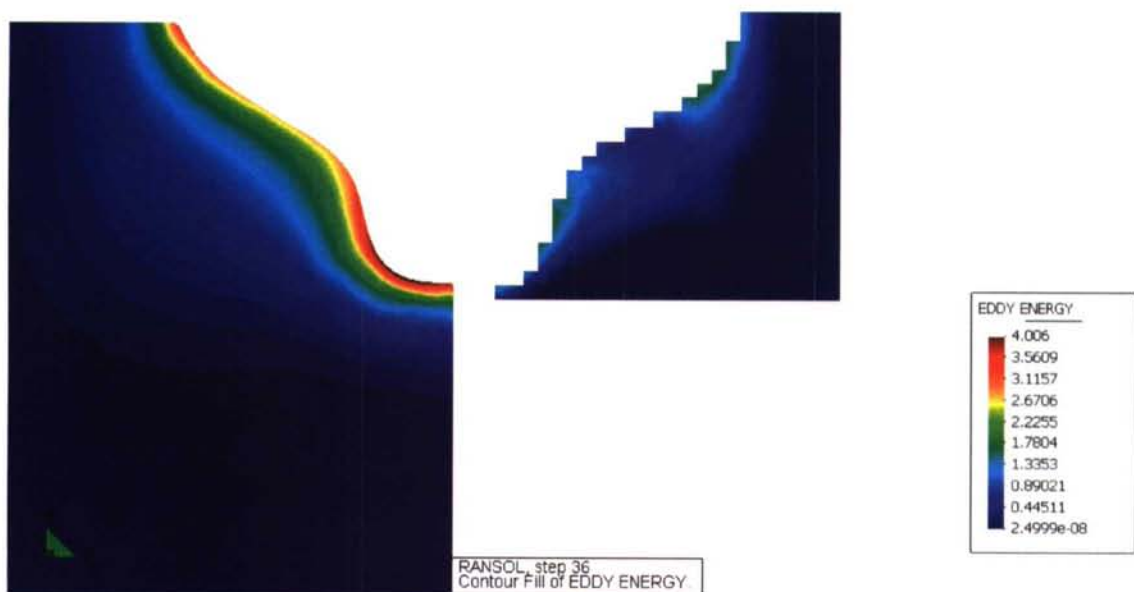
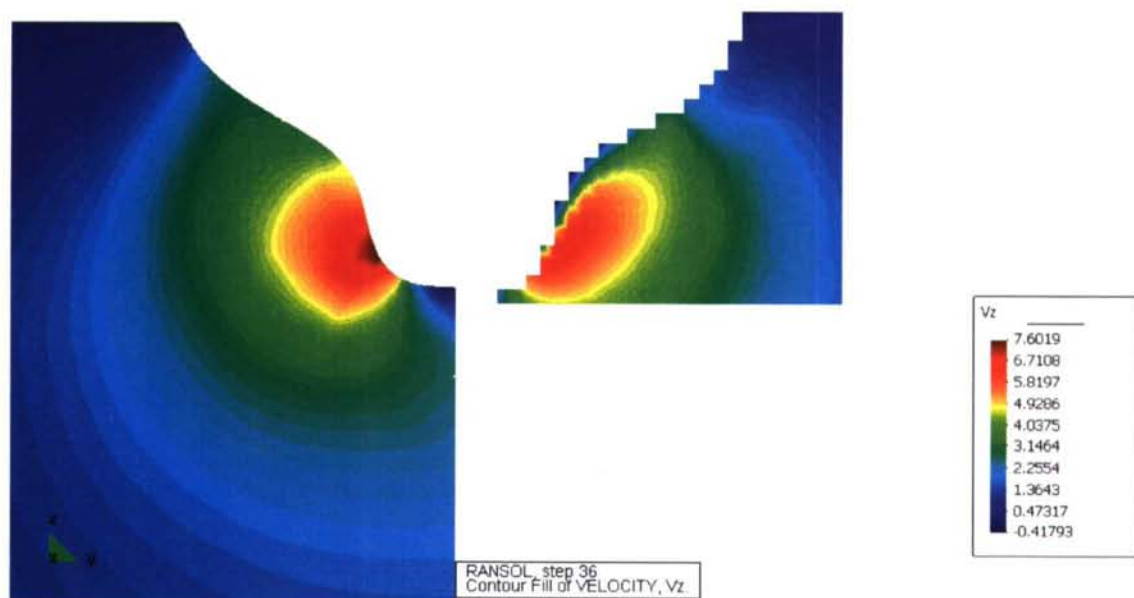
Desde el punto de vista de velocidades los valores son realmente buenos, tanto en valores máximos - mínimos como en distribución. No obstante se ve un efecto de difusión excesiva achacable a la malla. Desde el punto de vista de valores máximos – mínimos no se hace apreciable, pero a la vista de los mapas se hace evidente la difuminación de la solución. Cambios en la ley de pared empeoran los resultados.

Con respecto al mapa de  $k$  los resultados son más imprecisos en los picos. No obstante las tendencias de los mapas son bastante buenas y además las zonas donde se producen los picos son correctas. De cualquier manera, también en este mapa se observa un exceso de difusión claro. La ley de pared está influyendo en los valores tan altos de  $k$  cerca de la pared.

CORTE 2



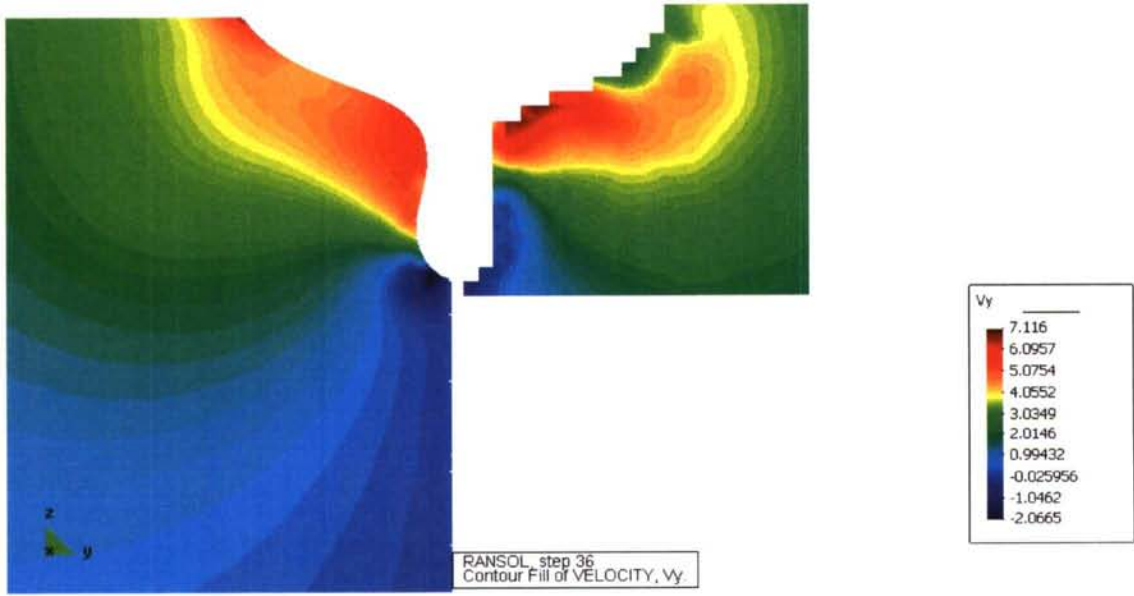
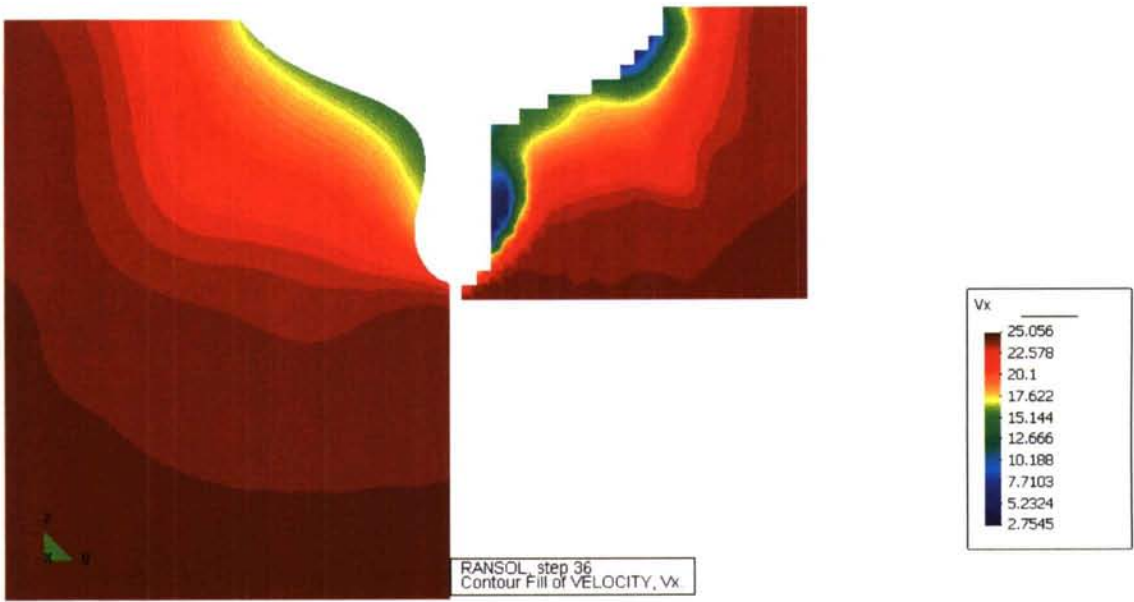


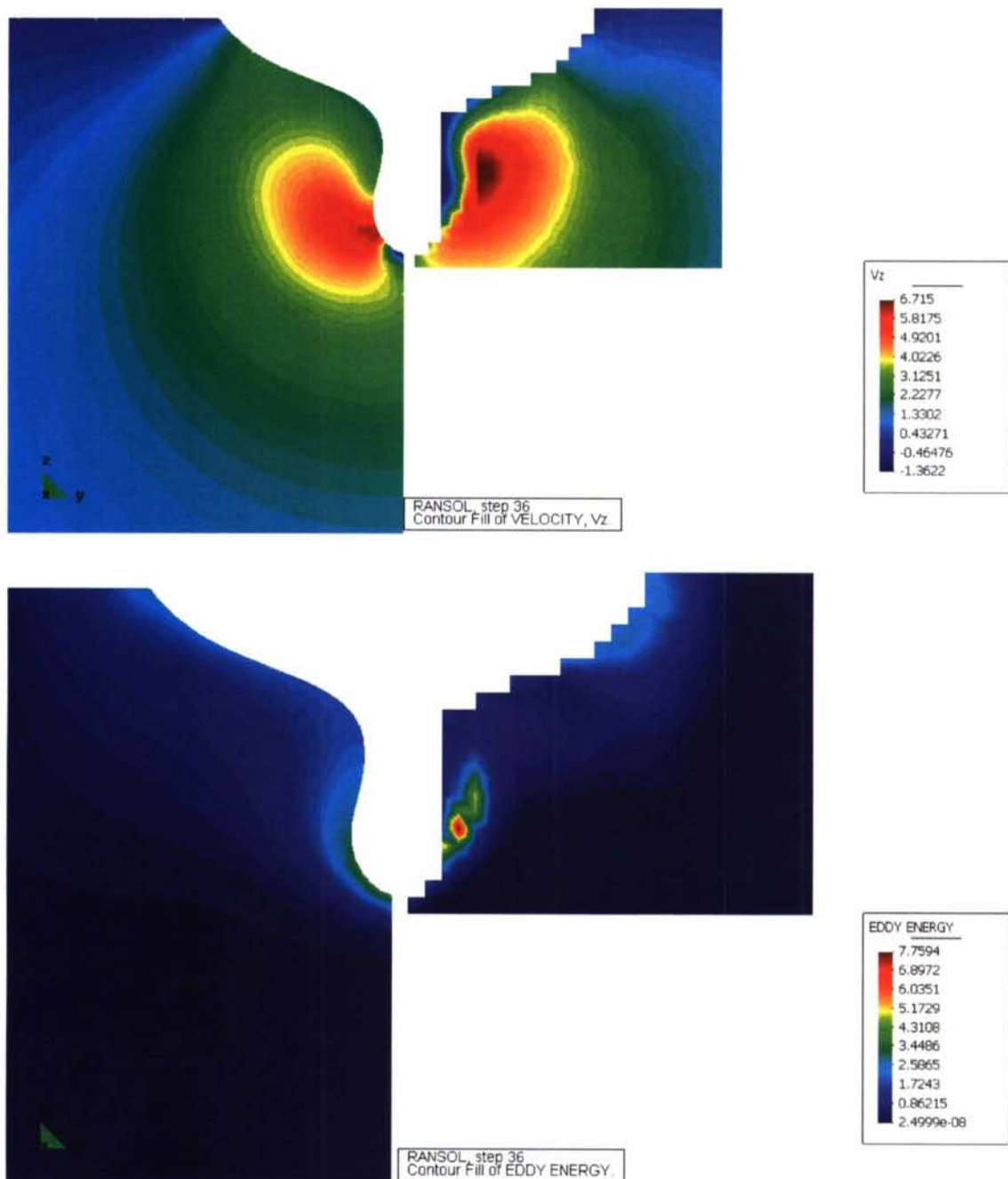


En este segundo corte los valores de las tres componentes de la velocidad se asemejan bastante a los resultados experimentales, incluso en las localizaciones de las partes fuertes de la estela. En el mapa numérico de  $V_y$  aparece un pico en el plano de simetría horizontal que no aparece en el mapa experimental. Esto se debe a una singularidad del modelo numérico en el contorno en esa zona. Por el resto la realidad es que los resultados son bastante buenos.

Desde el punto de vista de los mapas de  $k$  el numérico muestra resultados demasiado fuertes. No obstante mucho más contenidos que en el mapa anterior. Esto se puede justificar mediante la existencia de un cortante en la pared que en el experimental no se ha podido medir por cuestiones puramente físicas. La difusión se hace palpable.

CORTE 3





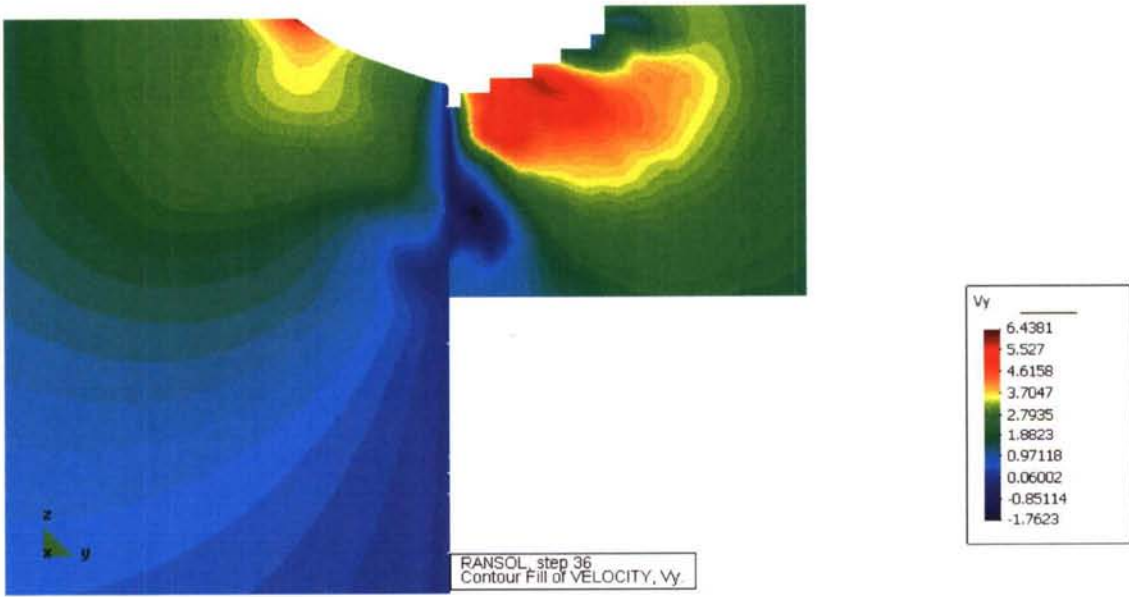
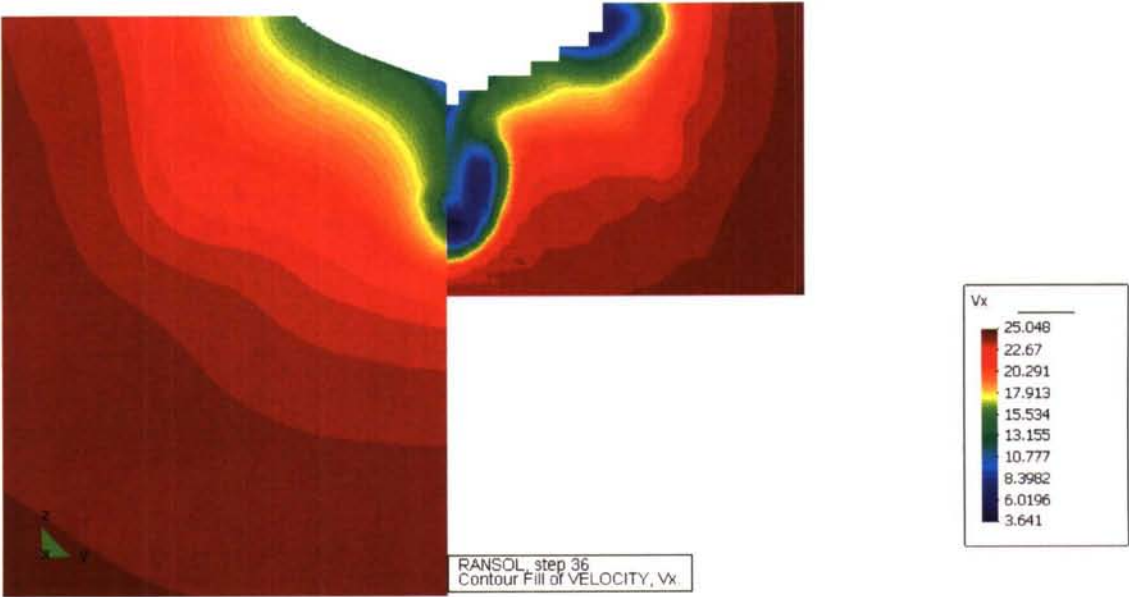
Los resultados se van separando de los experimentales. Las tendencias siguen siendo aceptables pero los mapas empiezan a presentar correlaciones que tienen una difusión numérica clara. La malla puede tener un efecto determinante en estos mapas.

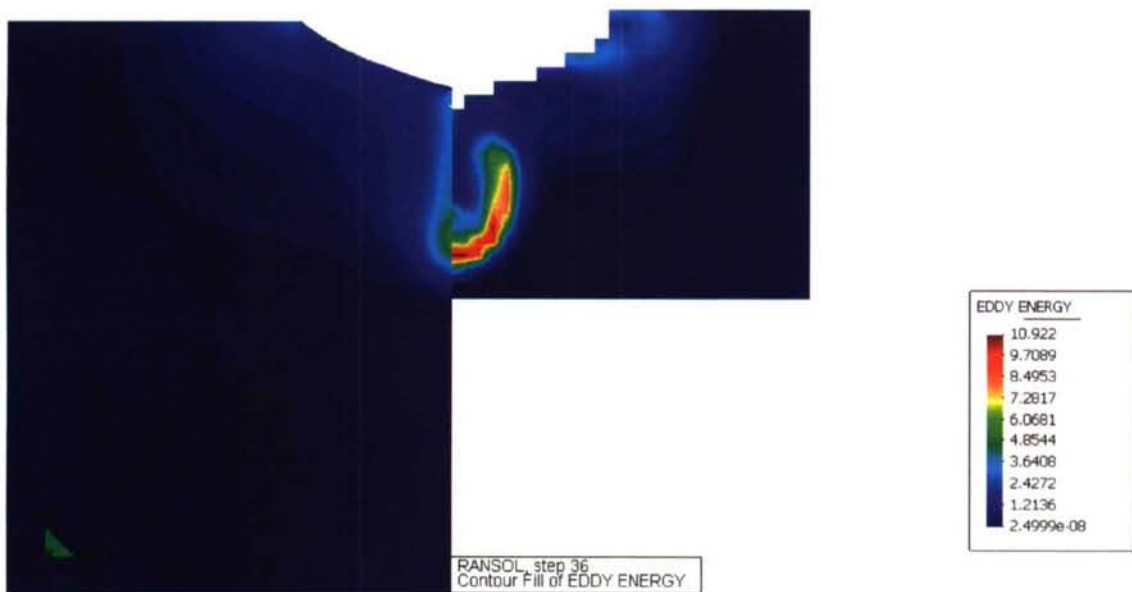
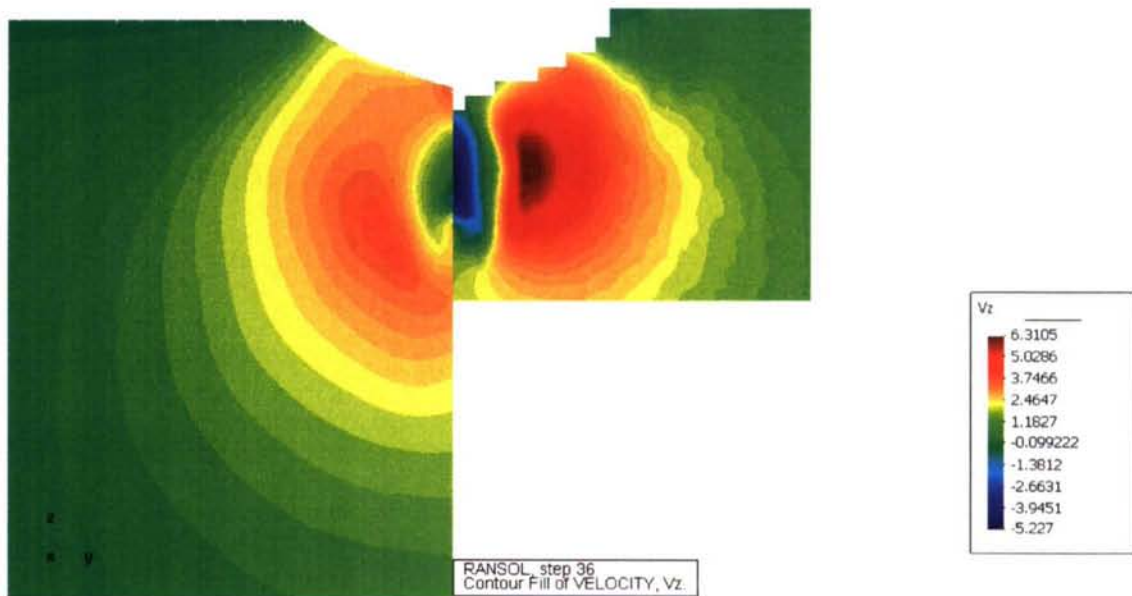
Desde el punto de vista de los valores de  $k$  los resultados mantienen la tendencia correcta, pero considerando los máximos se observa que la difusión artificial juega un papel determinante en el transporte.

De cualquier manera se estima que los mapas, dados los condicionantes del modelo, son bastante buenos y que la solución obtenida se adecúa bastante bien a la real.



CORTE 4



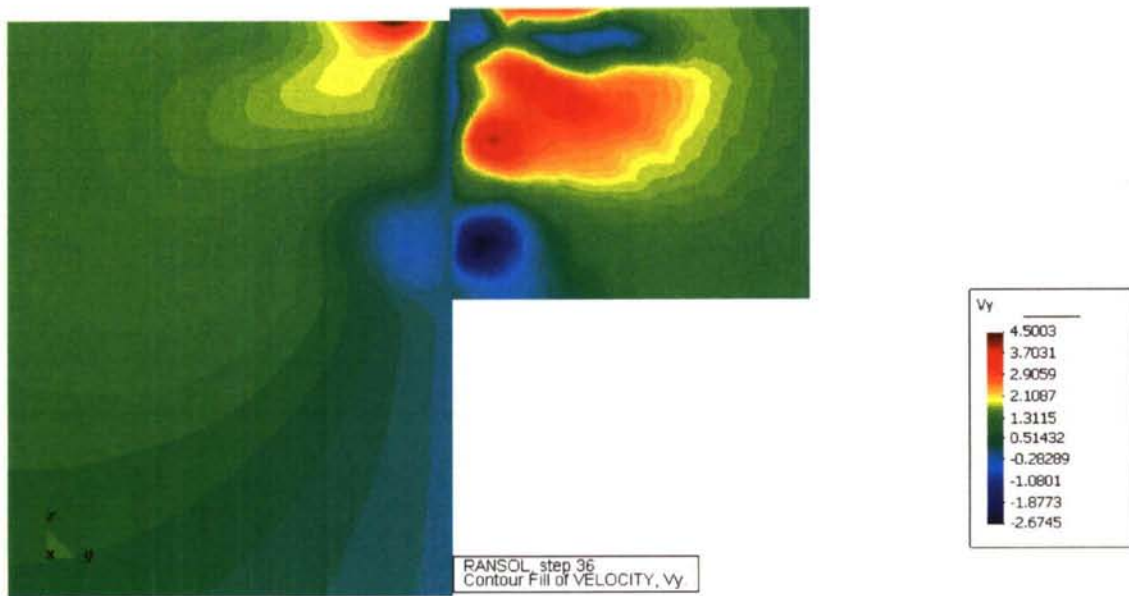
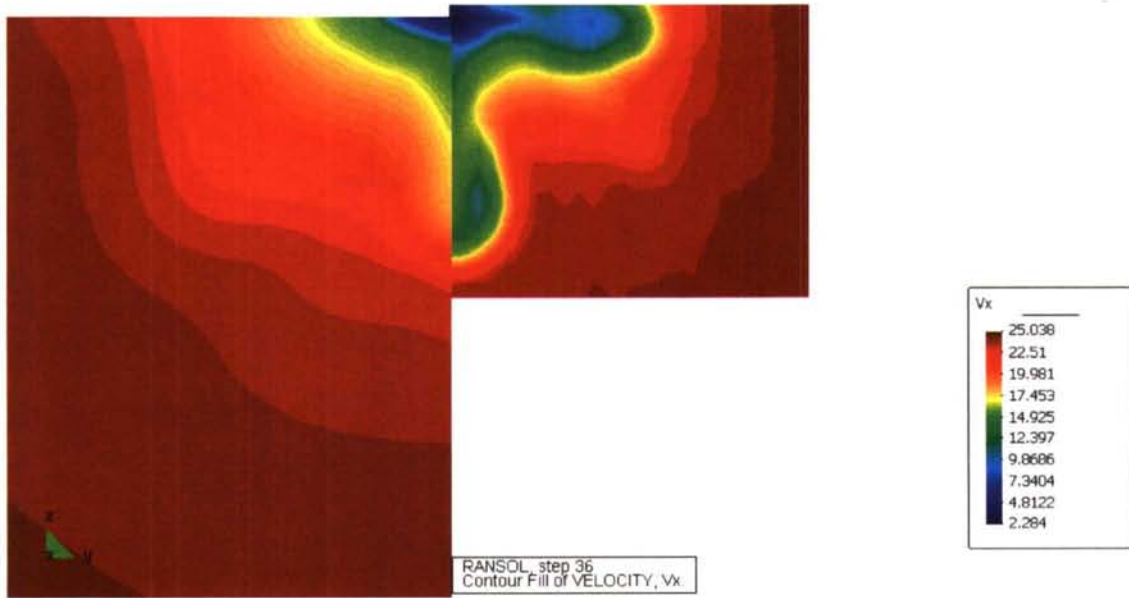


En todos los mapas la difusión numérica ya se hace clarísima. No obstante desde el punto de vista de velocidades los mapas siguen las tendencias, dejando de lado singularidades del contorno.

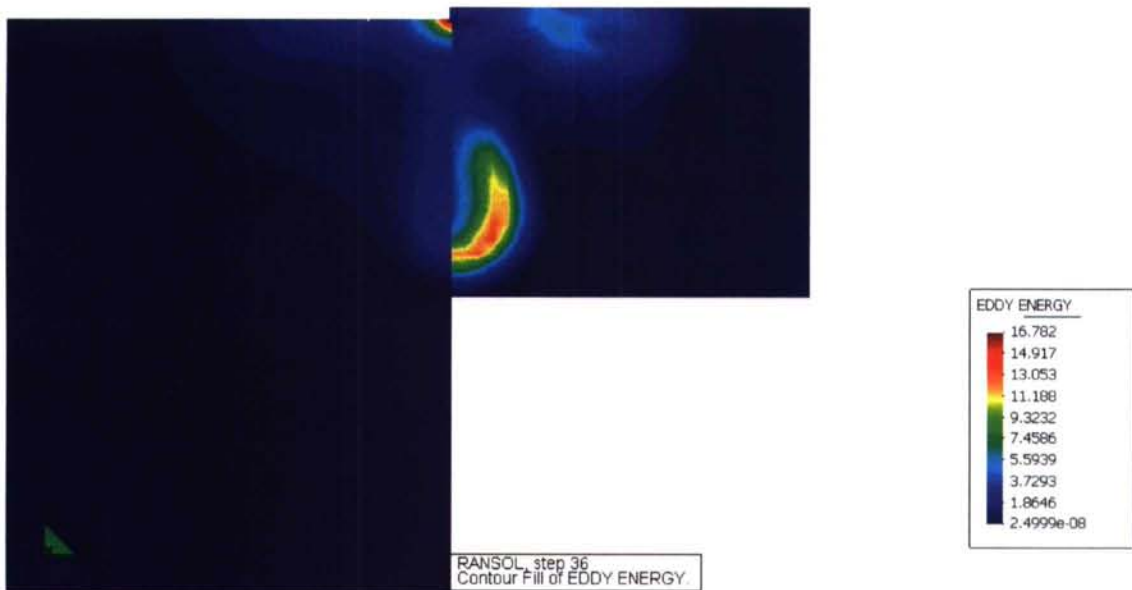
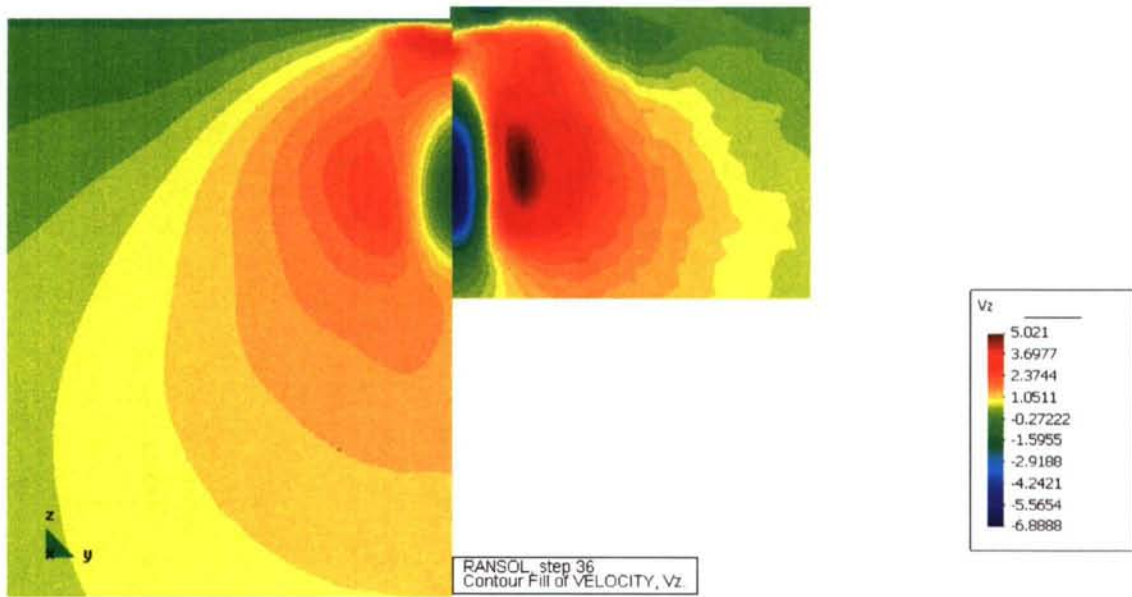
Este es el corte donde se ha comparado para la calibración. La difusión es clara, pero el proceso de calibración ha de obviar este hecho. Si se observa la tendencia cuando el tamaño de malla es disminuido, se verá que se modeliza mucho mejor la lengua de  $k$ . Esto lleva a considerar que el modelo está funcionando correctamente, y que la malla no es suficientemente fina para modelizar el flujo en esa zona.

A la vista de los resultados hasta aquí el modelo se podría dar por calibrado.

# CORTE 5





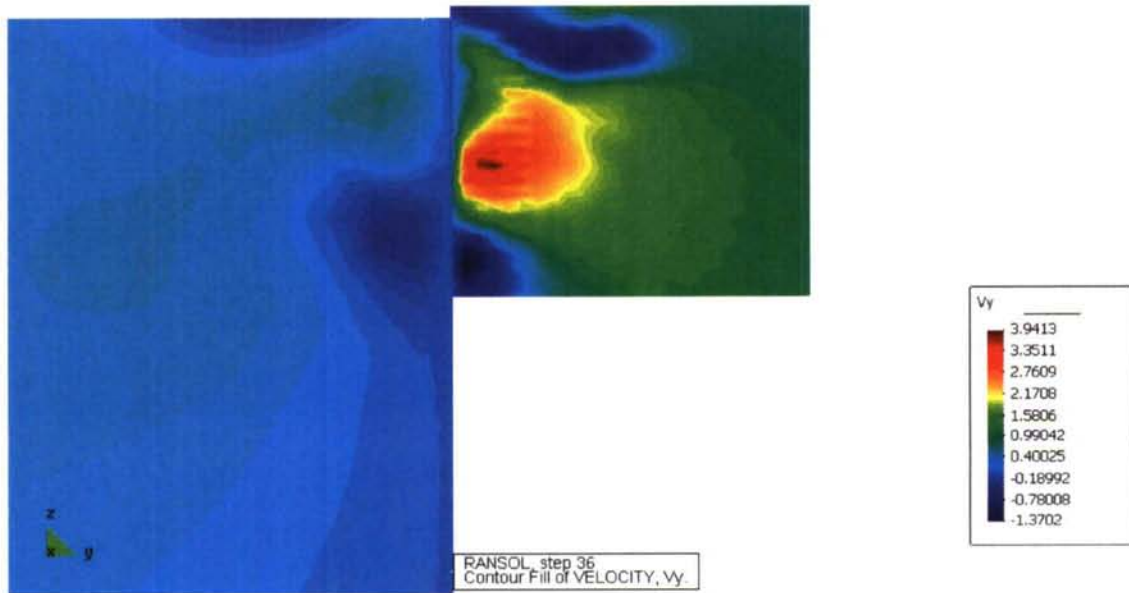
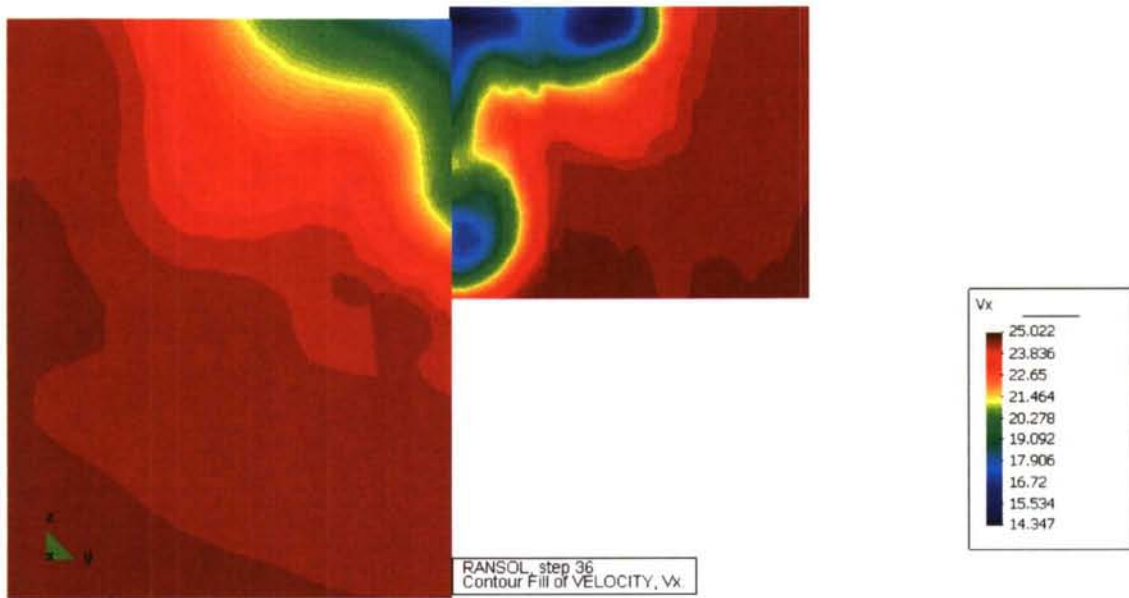


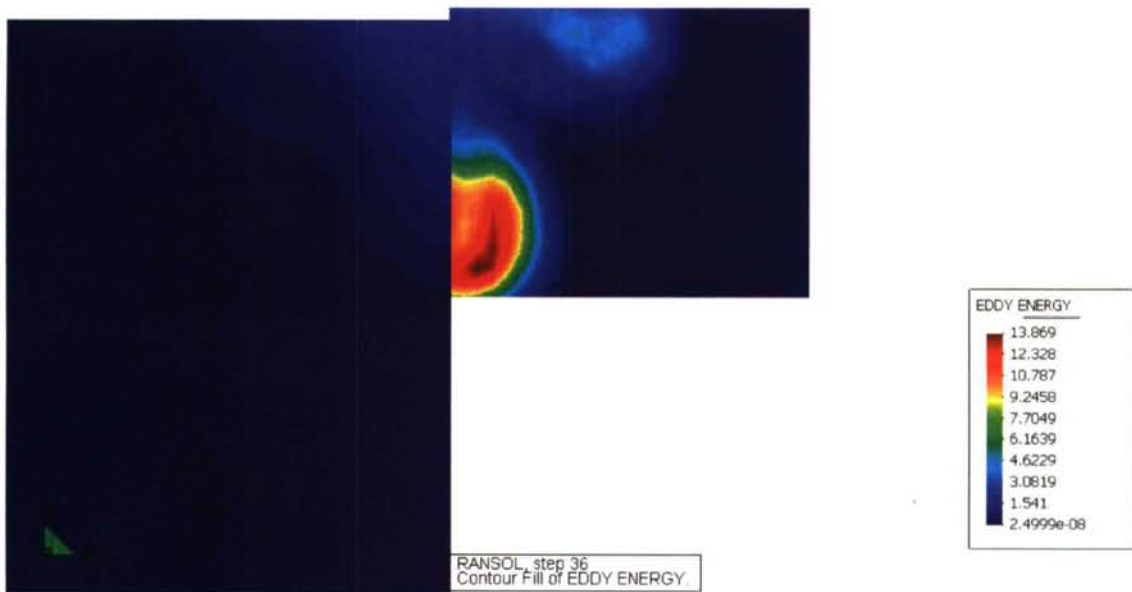
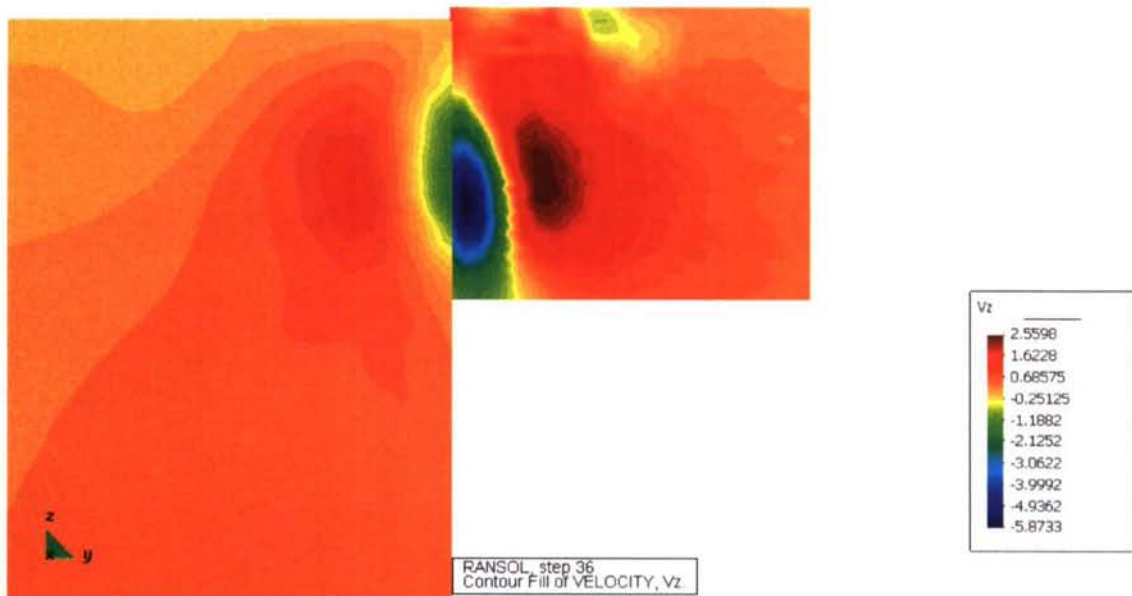
En los mapas de velocidad ya se ve que los aspectos del numérico están claramente difundidos. Es evidente que si hay difusión desde aguas arriba, conforme la solución se aleja aguas abajo los efectos difusivos van creciendo. No obstante las tendencias de los mapas son realmente buenas y aceptables.

Exactamente lo mismo pasa con respecto al mapa de  $k$ , la solución numérica mantiene una tendencia con respecto a la experimental, pero los valores pico están claramente atenuados.

Se ha de hacer hincapié en que si bien los resultados son difusivos la calibración puede estar completa y funcionando bien, porque no ha de tener en cuenta estos efectos.

CORTE 6





En este último corte se obtienen unos resultados muy difusivos, incluso con respecto al anterior. No obstante las tendencias todavía se mantienen.

Como ya se ha comentado, este corte se ha dejado fuera del bloque de malla fina y en él la difusión numérica se acentúa. Esto da una referencia de su influencia. Como se puede observar los resultados se pierden.

Es por esto que se puede afirmar que la difusión artificial está influyendo de forma decisiva en todos los cortes.



Por último y de forma general extensiva a todos los cortes se harán los siguientes comentarios:

Según (21.2) y (22.2), las ecuaciones se resuelven de forma acoplada, es decir que un error en el resultado de una de ellas se propaga inmediatamente a las otras. Esto supone que si no se resuelve perfectamente el problema de las ecuaciones del modelo de turbulencia, no se podrá pretender llegar a una solución acertada de las RANSE.

Como ya se ha comentado anteriormente, además de los problemas inherentes al modelo existe un problema de difusión numérica que está directamente ligado al tamaño de la malla adoptada y, por extensión, al tamaño del problema.

Esta generación de difusión artificial se puede ver claramente en el caso 0 presentado en el anexo de resultados, en el que la malla no es tan fina en la zona de popa. Las líneas en general se suavizan rápidamente en torno al corte 3 hacia popa.

Como se ha comentado anteriormente, para tratar de visualizar el efecto de esta difusión numérica se ha dejado el corte 6 fuera de la zona de malla fina. Claramente los resultados en este corte son mucho más difusivos que en el resto.

El problema de esta difusión artificial, que se suma a la viscosa y a la turbulenta propiamente dicha, lleva irremediablemente a obtener resultados que no se pueden ajustar como debieran a la realidad.

En la gráfica que se presenta en el anexo de resultados de la evolución del comportamiento de  $k$  en la horizontal del propulsor con la malla utilizada, se ve claramente que la tendencia al disminuir la malla lleva a una mayor captación de la lengua de  $k$ . Esto da una idea de que la malla todavía ha de ser más fina y que la difusión numérica está presente incluso en la zona de malla fina.

Asimismo el error cometido en la solución de  $k$ ,  $\varepsilon$  y  $\nu_T$  se propaga directamente a los campos de velocidad y de presión.

Otro de los orígenes de error es el de la imposición de las condiciones de contorno. Como se ha comentado anteriormente las condiciones de contorno de turbulencia se imponen considerando el truncamiento en la zona logarítmica, (40.2), (41.2), (42.2) y (43.2), [24]. Esto, conjuntamente a tratar la capa límite de forma integral, lleva a la necesidad de tratar varias opciones de resultados con diferentes leyes de pared.

Sin embargo no se puede terminar esta sección sin hacer hincapié en que el modelo que se ha montado es bastante aceptable desde una óptica científica. Esto se puede afirmar al observar que si el tamaño de malla disminuye el modelo incrementa su precisión notablemente. Así pues si la malla fuese más fina los puntos anteriores dejarían de tener un peso determinante en la solución y los errores bajarían. Como lo que se persigue en este trabajo es una calibración que no dependa de la malla se estima que el proceso está finalizado aunque los resultados no sean del todo semejantes.

Tras los comentarios hechos se estima que el código funciona correctamente para el modelo corrido, lo único que ocurre es que la malla debiera ser más fina y el PC más potente. Como la calibración ha de valer para PC's futuros más potentes, se llega a la

conclusión de que si se modificasen las constantes de cierre del modelo se obtendrían unos resultados futuros no deseables.

## **INSTALACIÓN Y RESULTADOS EXPERIMENTALES**



## La tecnología del PIV

Se trata de realizar ahora un estudio de una carena sumergida en aire a una velocidad determinada, garantizando el régimen turbulento. La carena a ensayar será la adoptada en el proyecto PROTECAS de investigación, que se ha desarrollado en la U.D.C.

La cartilla de trazado que finalmente se adoptó daba lugar a las siguientes formas:

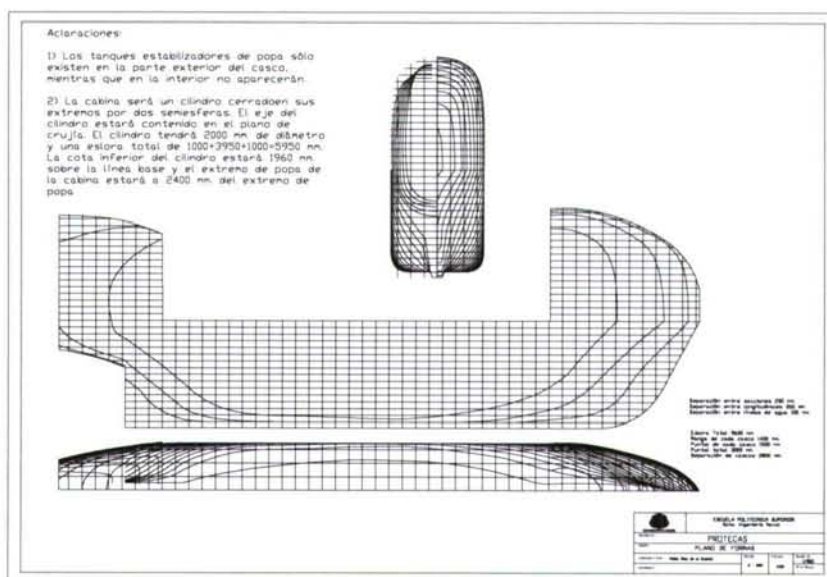


Fig (1.5)

Esta geometría, y su cabina (cilindro de base circular cerrado por dos semiesferas en sus extremos) será la geometría a ensayar en el túnel de viento.

La modelización de la geometría no se incluye en este trabajo, pero no por ello deja de ser información disponible en todos sus extremos. Información disponible en archivos (\*.IGS)

Para la realización del ensayo en el túnel de viento se ha utilizado un sistema PIV de la firma LaVision dotado de una fuente doble de láser NdYag, cámara de video de alta resolución y sistema de adquisición de imágenes en PC mediante el programa “DaVis”. Es un módulo de cálculo que permite realizar y procesar las mediciones en túnel mediante computador. La finalidad de este programa es generar imágenes planas de velocidades instantáneas medidas en el flujo, de modo que sean fácilmente interpretables a simple vista. Asimismo esto facilitará, a efectos de verificación, la comprobación y comparación de los resultados obtenidos mediante cálculo numérico con CFD.

DaVis se basa en la inclusión en el sistema del llamado CCD de la cámara, (Charge Coupled Device), que es un dispositivo de captación de imágenes de alta sensibilidad.. Estas imágenes van a la memoria de ordenador del sistema para almacenarse en los “buffer” de imagen.

Las técnicas que puede emplear este programa son las siguientes:

1. PIV: Particle Image Velocimetry
2. PTV: Particle Tracking Velocimetry
3. LSV: Laser Speckle Velocimetry

Como se ha dicho, la técnica seguida en el desarrollo del presente trabajo es la de PIV.

La técnica de PIV consiste en medir vectores de velocidad en muchos puntos de un campo de flujo simultáneamente. Para esto se aplican técnicas estadísticas, con el fin de obtener el valor de la velocidad más probable en cada punto, así como su dirección y sentido, de modo que al estar en régimen turbulento y con posibilidad incluso de vórtices transitorios, se puedan obtener resultados concretos y fiables.

La técnica de PIV está concebida para trabajar bidimensionalmente debido a que se trabaja con planos definidos dentro del volumen de control considerado. Esto se debe a que esta técnica se basa en la iluminación mediante láser de una zona bidimensional, de modo que lo que todas las mediciones se realizan en el plano iluminado.

Dentro de la técnica PIV surgen dos posibilidades:

1. Auto correlación (una sola ventana con doble exposición)
2. Correlación cruzada (dos ventanas con doble exposición)

La opción adoptada para la elaboración del presente trabajo será la segunda, es decir, la correlación cruzada.

El método consiste en medir los desplazamientos de partículas imagen en el intervalo de tiempo comprendido entre dos disparos del haz láser que ilumina el plano considerado. Sabiendo el desplazamiento de las partículas y el espacio de tiempo entre las distintas posiciones es obvio el conocimiento de la velocidad. Dicha velocidad podrá considerarse instantánea si el sistema está capacitado para medir espacios de tiempo suficientemente pequeños, y será puntual si el sistema permite medir en zonas del plano suficientemente pequeñas.

Para resumir, el proceso tendrá tres pasos a seguir:

1. Iluminar el plano considerado dentro del plano de flujo dos veces consecutivas por medio de dos pulsos láser.
2. Pasar las imágenes al ordenador a través del CCD y grabarlas en un buffer.
3. Analizar las gráficas digitalmente para obtener un campo de velocidades bidimensional en un instante congelado en el tiempo.

Generalmente el propio láser hace las funciones de fuente de luz, ya que es muy intenso y está enfocado directamente a la zona sometida a estudio. Además se han de tener en cuenta las siguientes consideraciones en la medida de lo posible:

- El tiempo entre dos pulsos láser se escogerá de modo que esté adecuado a la velocidad que se pretende medir; esto lo definirá en un problema genérico el número de Reynolds asociado.



- El plano del haz láser y la cámara estarán en posiciones perpendiculares para que las medidas tengan el mínimo error posible. No obstante, conociendo el ángulo de inclinación entre ambos se pueden corregir las distancias asociadas a cada píxel.

Todo esto conduce a la obtención, tras la digitalización y análisis de las imágenes, del campo de velocidades en el plano seleccionado. Estos resultados se muestran en imágenes catalogadas a color, de modo que las posibilidades de tratamiento, superposición y editado son enormes. Esto puede facilitar la comparación de resultados entre cálculo numérico y experimental.

Los componentes de un sistema PIV serán pues:

1. Sistema de iluminación, que es el que ilumina el plano considerado en dos pulsos sucesivos.
2. Sistema de captura de imagen, que es el que capta la imagen de las partículas y las graba.
3. Sistema de análisis y muestra, que calcula y expone los campos de velocidades bidimensionales captados a partir de los desplazamientos de las partículas de sembrado.

Evidentemente todo el proceso ha de estar sincronizado, para que la cámara actúe cuando el láser está iluminando. Para realizar esta función se introduce un sincronizador.

Evidentemente el código incluirá un módulo de cálculo estadístico que permita tratar las mediciones realizadas, de modo que puedan ser fiables y se puedan eliminar resultados espúreos.

Para la obtención de datos en la ventana total que se quiera tratar (frame), se realiza un artificio, que será el de subdividirla en las llamadas ventanas de interrogación o "interrogation windows". Estas ventanas de interrogación tendrán un tamaño tal que sean lo suficientemente pequeñas para darle una buena definición al problema y, a su vez, lo suficientemente grandes como para que contengan un número mínimo de 10 partículas de flujo.

La técnica de correlación cruzada trata de conseguir un vector de velocidad del flujo asociado a cada ventana de interrogación. Para esto se ha usado la técnica de correlación estadística en cada una de las ventanas que se explicará más adelante.

El mínimo tiempo que se puede considerar entre una imagen del flujo y la siguiente, vendrá determinado por la capacidad de transferencia de la capturadora de imágenes del equipo. Cuanto menor sea este tiempo, tanto más fiable será la consideración de los resultados como instantáneos.

El tiempo entre dos exposiciones define el tiempo entre dos flashes de láser. Se trabaja con  $\Delta t$  en  $\mu s$ . El rango de posibles valores de  $\Delta t$  depende del láser, del modo de adquisición de datos y de la cámara. Así pues para una adquisición de datos en correlación cruzada y un láser Nd: YAG, se tiene que:



$$0.4\mu s \leq dt \leq \min(L, C) \quad (1.5)$$

Donde:

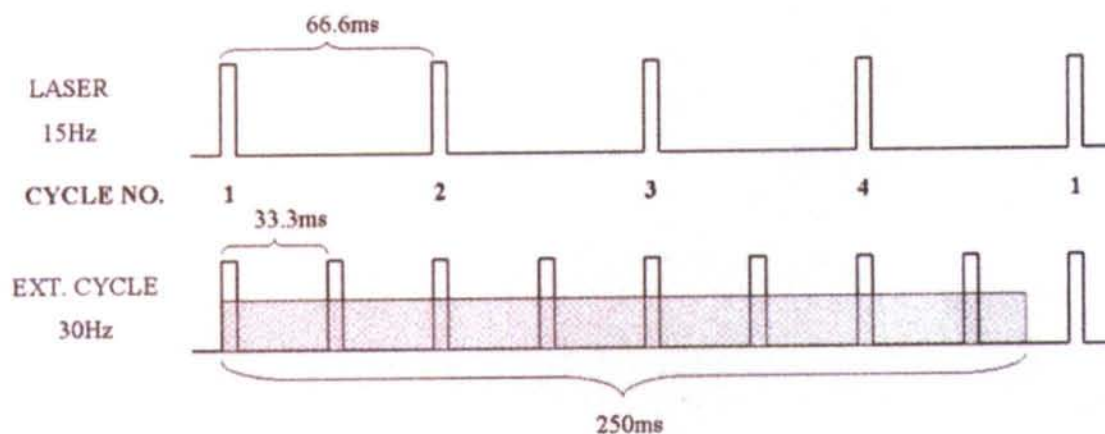
$$L = \frac{1}{\text{Ratio.repetición}_{\text{Láser}}} \quad (2.5)$$

$$C = \frac{1}{\text{Ratio.repetición}_{\text{Cámara}}} \quad (3.5)$$

Como se ha mencionado anteriormente, el ratio máximo de repetición de la cámara vendrá dado por la capacidad de digitalización de una imagen completa.

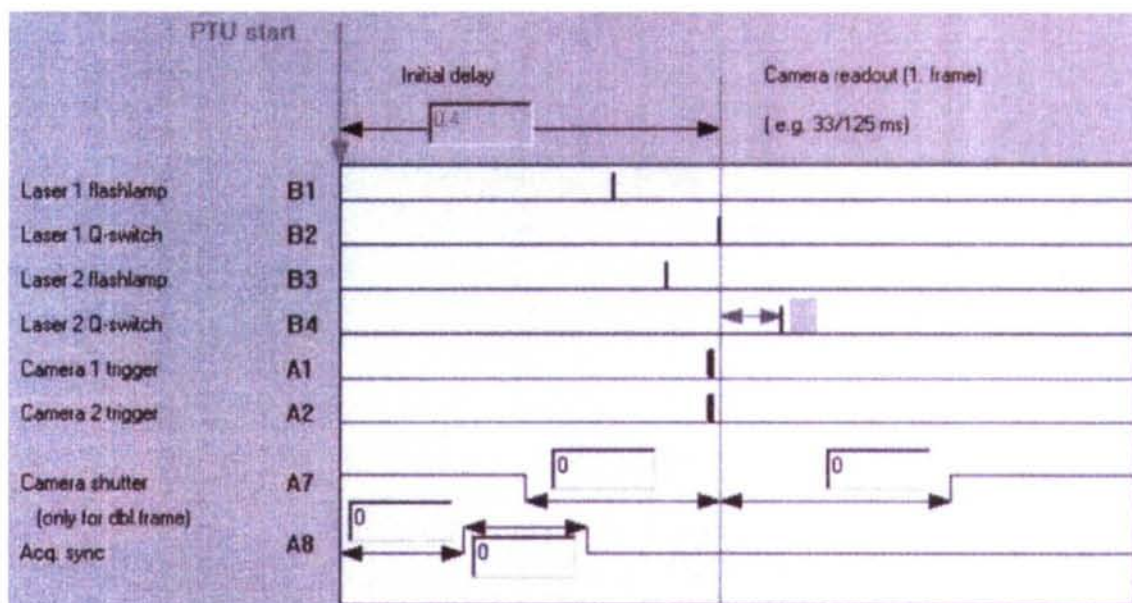
El  $dt$  adoptado en todos los casos ensayados es  $dt = 15\mu s$

Se dispone de dos generadores de láser que introducen los dos flashes, en posiciones suficientemente próximas, de modo que se consigan dos imágenes del flujo. Estas dos imágenes se almacenan como una sola en un buffer.



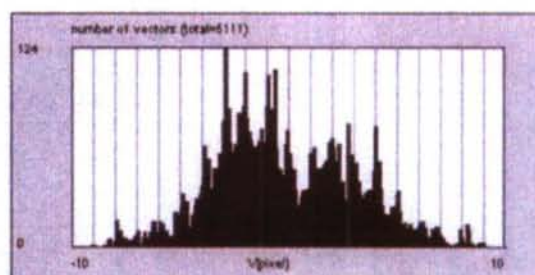
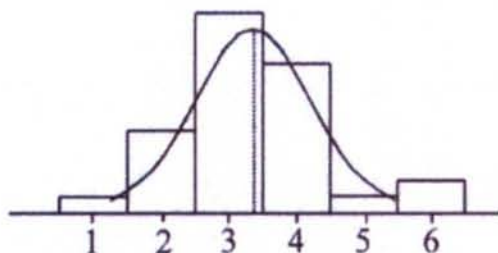
Por otro lado se ha de incluir un apartado para controlar la cámara. De entrada hay que conocer cuál es el área de interés. Para esto resulta imprescindible calibrar la cámara, de modo que se permita asociar un valor de longitud real a cada píxel de la imagen. Así se podrán calcular las velocidades. De esta manera habrá que dar una relación (mm/píxel). Por supuesto estas escalas se fijan tanto en vertical como en horizontal. La fijación de distintas escalas en los distintos ejes tiene especial interés cuando por razones físicas no se puede disponer la cámara en una posición perfectamente perpendicular al haz láser.

El área de interés fija la zona en la que se van a realizar las mediciones en esta "frame".

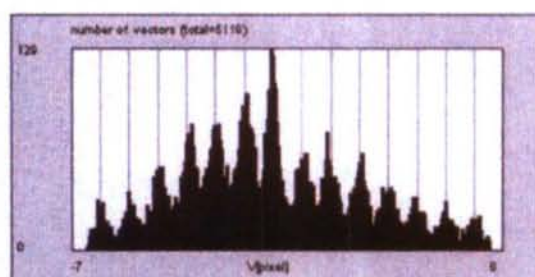
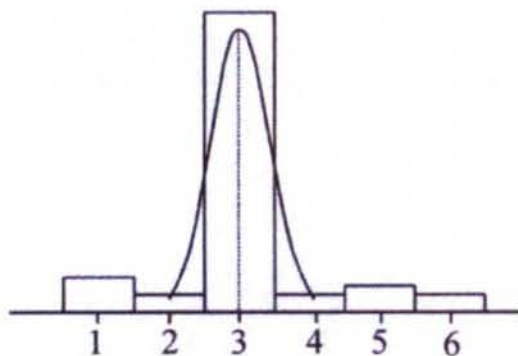


Para poder realizar el cálculo del mapa vectorial de velocidades en el plano seleccionado es necesario que las partículas sean suficientemente visibles, pero a su vez que sean lo suficientemente pequeñas para que no utilice, cada partícula, demasiados pixels de cada ventana de interrogación. Asimismo es importante que la partícula no sea suficientemente grande como para que su inercia la lleve a no ser capaz de seguir las líneas de corriente del flujo.

Así pues para la correlación cruzada se estima que las partículas tendrán un tamaño óptimo en torno a 2 pixels.



A particle image size of 2-3pixel guarantees only a slight bias to integral values in PIV evaluation.



A particle image size smaller than 1 pixel causes strong bias to integral values in the evaluation.



Además la separación óptima entre partículas imagen depende de la velocidad del flujo y del tamaño de la ventana de interrogación, de modo que para una correlación cruzada se tenga que:

$$0.1px < ds < 1/4d_{VentInter} \quad (4.5)$$

A partir de aquí de lo que se trata es de conseguir una función de correlación que permita obtener la velocidad en cada ventana de interrogación. Las funciones de correlación para una correlación cruzada serán cualquiera de las que se detallan más abajo.

Estas funciones se seleccionan según del problema a tratar, pero todas se basan en lo mismo. Se trata de establecer unas funciones de intensidad (número de partículas acumuladas en cada píxel) y aplicarla a las dos frames, es decir, calcular todas las funciones de intensidad dentro de una ventana de interrogación en los dos instantes considerados. Una vez hecho esto se trata de ver para cada uno de los desplazamientos posibles cuál es la suma de los productos de las intensidades. Expresado simbólicamente será:

$$C(dx, dy) = \sum_{x=0; y=0}^{x<n; y<n} I_1(x, y) I_2(x + dx, y + dy) \quad (5.5)$$

Donde  $dx$  y  $dy$  son los desplazamientos de las partículas (se hará un barrido para todos los desplazamientos posibles). Se tendrá en cuenta, con respecto a los desplazamientos, que será imposible captarlos mayores que la mitad del intervalo considerado. Así pues se tendrá la siguiente restricción:

$$-\frac{n}{2} < dx < \frac{n}{2} \quad \text{y} \quad -\frac{n}{2} < dy < \frac{n}{2} \quad (6.5)$$

suponiendo una ventana cuadrada. Evidentemente “n” es el tamaño en píxel de la ventana de interrogación.

Al final lo que se obtiene es una función C que toma un valor para cada par  $dx$  y  $dy$ . Esto se podrá representar en 3D y lo que interesará a efectos de cálculo será conocer el pico de esa superficie. El pico tendrá asociado su  $dx$  y  $dy$  más probable, y como consecuencia se obtienen, en esta ventana de interrogación, los desplazamientos deseados.

En base a lo anterior se establecen cuatro posibilidades en las funciones de correlación:

1. “Standard”  $I_1 * I_2$
2. Normalizado  $I_1 * I_2$
3. Normalizado  $(I_1 - I_{1med}) * (I_2 - I_{2med}) / \text{rms}$
4. Diferencia cuadrática mínima  $\text{MQD}(I_1 - I_2)^2$

- La función standard no es exactamente la función descrita anteriormente, ya que introduce modificaciones para obtener un procesamiento de los datos de una forma más



rápida. No obstante, conceptualmente lo que se consigue con esta función de correlación es el resultado de la formulación anterior.

- La función de normalizado  $I_1 * I_2$ , se expresará de la siguiente manera:

$$C(dx, dy) = \frac{\sum_{x=0; y=0}^{x<n; y<n} I_1(x, y) I_2(x + dx, y + dy)}{RMS(I_1(x, y)) RMS(I_2(x + dx, y + dy))} \quad (7.5)$$

Esta función está corregida en el denominador por las funciones estadísticas RMS aplicadas a cada una de las intensidades. Esto supone que la función sea más versátil que la anterior porque se podrá utilizar con diferentes densidades de partículas sin que esto afecte al resultado. No necesita explicación que desde el punto de vista computacional (ahorro de tiempo de cálculo) esta formulación también se modifica.

- La siguiente función, Normalizado  $(I_1 - I_{1med}) * (I_2 - I_{2med}) / rms$  se expresará:

$$C(dx, dy) = \frac{\sum_{x=0; y=0}^{x<n; y<n} [I_1(x, y) - I_{1med}] [I_2(x + dx, y + dy) - I_{2med}]}{RMS[I_1(x, y) - I_{1med}] RMS[I_2(x + dx, y + dy) - I_{2med}]} \quad (8.5)$$

En la práctica la diferencia de resultados obtenidos utilizando o bien esta formulación o bien la anterior son lo suficientemente pequeños como para decantarse por esta última. Como desde el punto de vista de cálculo esta última resulta más costosa se optará por la utilización de la anterior. No obstante esta formulación presenta una ventaja con respecto a la anterior, y es que tiene el origen en la media, de modo que los valores obtenidos lo serán sobre ella. Así pues en esta correlación no habrá dependencia con el número de partículas.

- Por último la correlación de la Diferencia Cuadrática Mínima  $MQD(I_1 - I_2)^2$  responderá a la siguiente expresión:

$$C(dx, dy) = \sum_{x=0; y=0}^{x<n; y<n} [I_1(x, y) I_2(x + dx, y + dy)]^2 \quad (9.5)$$

En este último caso la mejor correlación se conseguirá para el valor en el que se presente el mínimo.

Vistas las funciones de correlación ya es posible conseguir los valores de  $dx$  y  $dy$  para cada ventana de interrogación, ya tratados, en una primera aproximación, estadísticamente.

De esta forma se consiguen para cada ventana de interrogación unos valores de velocidad dentro del plano considerado. Lo que habrá que hacer a continuación será procesar toda la información obtenida. El código incluye para esto su módulo de postprocesado.

Este módulo tiene sentido desde el momento en que se asumen errores en las mediciones. Evidentemente, los medios físicos para medir tienen sus limitaciones y además las partículas utilizadas no tienen un tamaño constante. La realidad es que su distribución en una zona del flujo será completamente aleatoria y además puede ser que el problema considerado no tenga una solución estacionaria. Por todo esto hay que interpretar la información obtenida y ser capaz de tratarla.

Para esto se dispone de varias utilidades:

- Rango permitido de valores obtenidos en el campo vectorial.

Es una utilidad que el código incorpora. Cuando se sabe los valores máximos y mínimos de los resultados a obtener se puede realizar un filtrado, de modo que se desechen los vectores que se considere que están fuera de dicho margen.

- Ratio del Pico de Correlación.

El ratio de pico de correlación se define como:

$$Q = \frac{(P_1 - \min)}{(P_2 - \min)} > 1 \quad (10.5)$$

Donde  $P_1$  y  $P_2$  son el primer y el segundo pico de la función de correlación. "min" es el mínimo de la función de correlación. Al calcular sobre el mínimo se obvia el ruido que pueda existir de fondo.

Si no existiese un segundo pico de correlación se tomaría  $Q = 1000$ .

Esta magnitud indica el grado de bondad del vector obtenido. Si  $Q \gg 1$  significará que la probabilidad de que el desplazamiento calculado sea el bueno es alta; por el contrario, si  $Q \approx 1$ , significará que hay muchas posibilidades de que el vector calculado sea falso. El código incluye un warning a este respecto.

- Filtro de Media Local

Este filtro lo que hace es calcular para cada vector la media de sus ocho vecinos, de modo que además calcula la rms. De esta manera, posteriormente va examinando, vector a vector, si sus valores están dentro del margen establecido, es decir:

$$u_{med} - u_{rms} \leq u_{vector} \leq u_{med} + u_{rms} \quad (11.5)$$

y

$$v_{med} - v_{rms} \leq v_{vector} \leq v_{med} + v_{rms} \quad (12.5)$$

Evidentemente, este es un proceso iterativo porque al ir variando vector a vector se varían los contornos de los vecinos, que eran la referencia para verificar la eliminación. Por eso el proceso incluye varias posibilidades para tomar la decisión de variar el mapa vectorial. La tolerancia se va a basar en la desviación cuadrática media, pero se podrá seleccionar cuántas veces su valor, y por otro lado también se podrán fijar como buenos los vectores que se desvíen menos de una cierta fracción de la desviación.



- Borrado de Grupos

A veces, a causa del overlap entre ventanas de interrogación hay un vector que se observa que evidentemente está mal. Además los vectores vecinos también están afectados de la misma manera, de modo que el filtro de media local no los elimina. Para esto se marcan los vectores fiables y se incluye un barrido de generación de medias locales.

- Llenado de Espacios Vacíos

Se trata de una utilidad que realiza la media local y lineal de dos vectores y que la aplica al espacio intermedio. Se ha de contar al menos con dos vectores vecinos para poder obtenerla.

- Suavizado

La finalidad de este filtro es conseguir reducir el ruido que se haya podido generar en la medición.

- Máscaras

Las máscaras borran los vectores que puedan haber podido surgido de una mala definición. Se utilizan para marcar zonas donde el flujo no debe existir.

Con todas estas herramientas se trata el mapa vectorial para al final poder obtener una información fiable y estadísticamente correcta. El resultado será otro mapa vectorial, sobre el cual ya se pueden hacer todas las operaciones vectoriales que se deseen: Rot, Div, Deform...

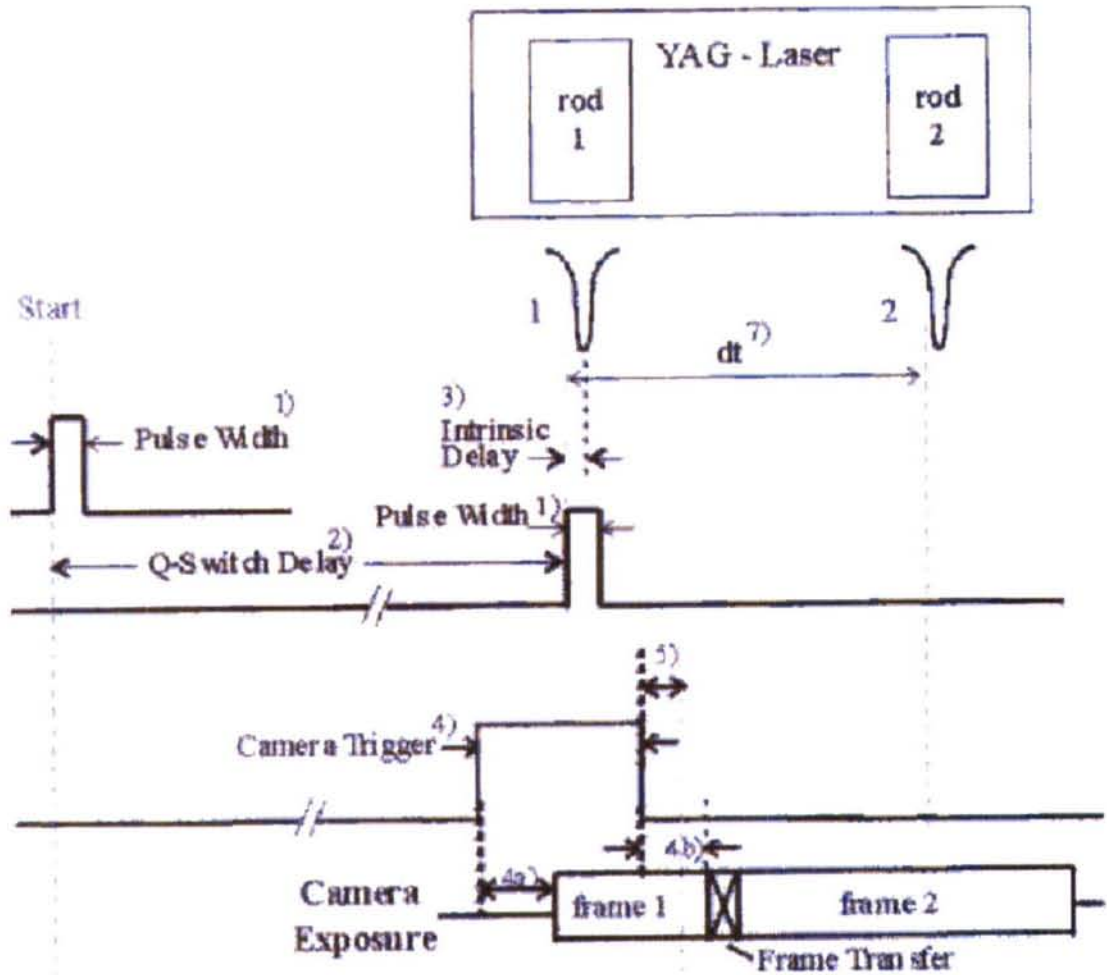
Análogamente a un postprocesador de cualquier módulo de cálculo de elementos finitos se pueden obtener los conocidos mapas de velocidades catalogados a color.

No obstante, falta por tomar en consideración otra herramienta con la que se puede trabajar, que es el módulo de preprocesado. En este módulo se trata de conseguir unas imágenes, a partir de las imágenes obtenidas en la cámara digital originalmente, que sean más fiables en la interpretación del PIV y que además reduzcan el ruido inherente al experimento.

Para esto se utilizan los filtros de los que se dispone, del mismo modo que en el procesado de los datos, así como las máscaras que sean necesarias. No es más que un pretratamiento de las fotografías a tratar en las frames.

Una explicación de la secuencia a seguir por el equipo en cada toma de datos se presenta en el diagrama siguiente:





- 1.- Pulse Width es la longitud del pulso mandado al láser. Este tiempo vendrá determinado por el fabricante del láser y será el mínimo tiempo que este pueda detectar. Es de  $30\mu s$ .
- 2.- Q-switch delay. Es el tiempo que transcurre entre la activación del dispositivo Q-switch y el fogonazo del láser. Define la potencia de iluminación de la lámina de luz.
- 3.- Intrinsic Delay. Es el tiempo que transcurre entre el momento en el que el láser empieza lo que sería el fogonazo ideal y el momento en el que la intensidad real del fogonazo es máxima.
- 4.- Camera Trigger. Tras el accionamiento de la cámara (Camera Trigger) se toma la imagen llamada frame 1. Esto se realiza con un retraso intrínseco de la cámara 4a). Este intervalo es del orden de  $1180ns$ . Además entre que la cámara cesa la toma de la imagen y la almacena, pasa otro tiempo, 4b), que es el otro retraso intrínseco. El tiempo de transferencia de la frame es de  $200ns$ . Tras esto la segunda frame es expuesta durante un tiempo que varía entre  $33ms$  y  $125ms$ .
- 5.- dt. Será el intervalo de tiempo entre dos pulsos láser.

### Maqueta y túnel de viento: descripción

Una vez visto cuál es el fundamento del trabajo con el PIV lo que procede es pasar a describir el resto del material experimental.

En primer lugar está la maqueta, de la que se presentan dos fotografías en dos posiciones diferentes para poder apreciar su geometría. Como se ha mencionado anteriormente, está hecha a escala del submarino de pasaje desarrollado en el proyecto PROTECAS de catamaranes sumergibles.



Fig (2.5)

En esta fotografía se puede apreciar la maqueta en posición invertida.



Fig (3.5)

En esta otra fotografía se aprecia el aspecto de la maqueta vista desde la bañera de cubierta. Se pueden ver los tanques estabilizadores y la geometría de popa de la cabina.

Con respecto a las características básicas del catamarán resultante del PROTECAS se pueden resumir como las siguientes:

Eslora entre perpendiculares	9.00 m.
Eslora total	9.60 m.
Manga de trazado	5.60 m.
Puntal de cada casco	1.50 m.
Puntal total	3.00 m.
Manga de cada casco	1.40 m.
Separación entre cascos	2.80 m.

Con respecto a la cabina, esta será un cilindro cerrado por dos semiesferas. El eje del cilindro estará en el plano diametral y tendrá un diámetro de 2.00 m., con una eslora de 5.95 m. La cota inferior del cilindro estará a 1.96 m. sobre la línea de base y el extremo de popa de la cabina estará a 2.40 m. del extremo de popa del catamarán.

Como se puede ver la maqueta dista considerablemente de tener unas características geométricas regulares. Más bien las formas tratan de ser suaves, incluso las semiesferas

que cierran la cabina tratan de incluir los portillos ovalados. Además el techo de la cabina incluye un pequeño tejadillo que daba cobijo a los aparatos radioeléctricos.

Todas estas particularidades se han incluido en la maqueta.

Por otro lado, el modelo para realizar el cálculo numérico se ha desarrollado con superficies NURBS. Si se presenta la modelización renderizada de estas superficies el resultado es el que sigue:

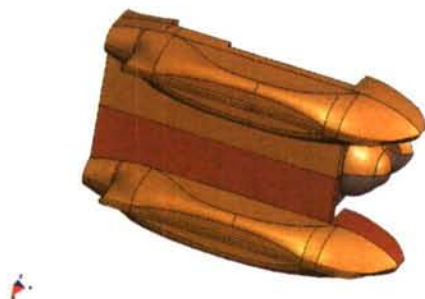


Fig (4.5)

Se presenta el modelo de NURBS renderizado en diferentes tonos (capas) para comparación con maqueta.

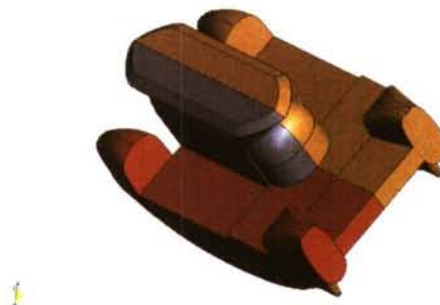


Fig (5.5)

En este dibujo se aprecia una diferencia sustancial entre la maqueta y el modelo numérico. Cuerpo de salida de la cabina.

Con respecto al comentario hecho en la figura (5.5), no se ha pretendido tanto alcanzar una fidelidad absoluta en la relación modelo-maqueta como tratar de conseguir un modelo adecuado a la geometría de base, para poder tratar e interpretar los resultados.

Se ha incluido esa especie de faldón por el hecho de que, como se observa en la figura (5.5), en el caso original la semiesfera de cierre acaba siendo casi tangente a la superficie plana de la bañera. Lo que esto supone es que en el límite los elementos que se introduzcan en el mallado de esa zona van a estar muy distorsionados y pueden convertir el sistema en singular.

La escala de la maqueta es de 1:20

El túnel de viento está caracterizado con:

- |  |                    |
|--|--------------------|
| • Sección de ensayos de                      | 1100 mm. x 800 mm. |
| • Control de velocidad continuo de           | 10 - 43 m/s.       |
| • Nivel de turbulencia en sección de ensayos | 1.0 % como máximo. |
| • Irregularidad (fuera de capa límite)       | 2.0 % como máximo. |
| • Potencia del ventilador de                 | 100 kW.            |

El túnel está en el CIT ( <http://siain.udc.es/cit> ) de la UDC y a continuación se presentan varias fotografías tanto del túnel de viento como del equipo de láser PIV utilizado en las mediciones:





Fig (5.5)

Esta imagen muestra el sembrador de partículas y la sonda de temperatura del aire.



Fig (6.5)

En esta fotografía se ve la sección de ensayos, con la aspiración del túnel a la izquierda y la impulsión en el centro. Se ven los dos láser con sus respectivas fuentes en la parte inferior derecha. También se puede ver la cámara sobre su trípode.

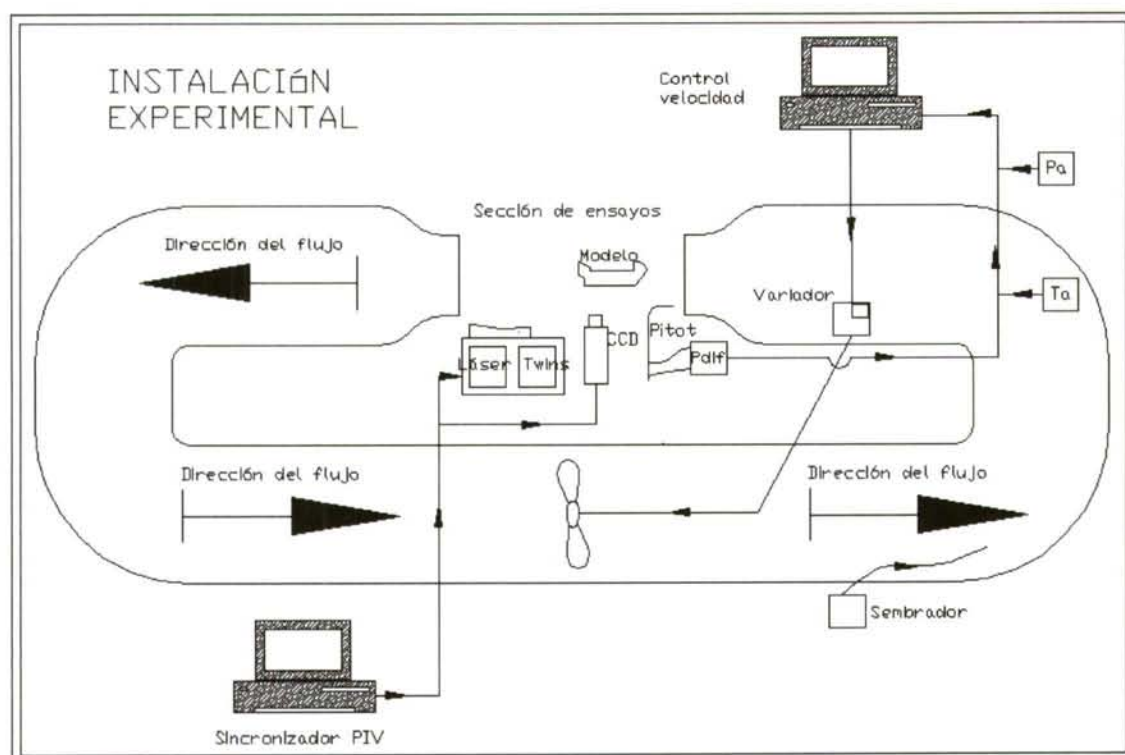


Fig (7.5)

Esta es una vista general del laboratorio. Se puede apreciar claramente la sección de ensayos, así como los distintos elementos de PIV. Además, en la parte inferior de la imagen se ve el sincronizador del sistema.

El controlador del túnel está en la parte inferior derecha de la imagen.

A continuación se presenta un croquis de la instalación experimental.



El esquema es bastante autoexplicativo, y conjuntamente con las fotografías del túnel así como con las fotografías de la maqueta, y en general del laboratorio, da una idea del montaje utilizado para el ensayo. Simplemente añadir que los ensayos se han efectuado para ángulo de ataque 0 en todos los casos. La simulación se hace en todos los casos con la maqueta avanzando proa al flujo, y alineada con él.

Como aclaración se ha de señalar que para la obtención de los resultados en los diferentes planos se ha mantenido la cámara en la misma posición; bajo la maqueta y enfocando hacia arriba. La lámina láser siempre ha definido un plano horizontal paralelo al suelo. En las sucesivas medidas se ha variado la distancia entre el objetivo de la cámara y el plano de medida, por lo que se necesitaba reenfocar constantemente.

La metodología seguida para medir en planos verticales paralelos al costado de la maqueta ha sido girar la maqueta sobre la línea de base. De esta manera la maqueta queda con diferentes orientaciones, mientras que el resto de la instalación experimental se mantiene en su sitio con pequeñas variaciones.

Se ha de señalar que una parte del trabajo desarrollado en esta tesis ha sido el diseño y montaje del soporte para maquetas. Hasta que se hizo el ensayo de la geometría PROTECAS, en el túnel de viento del CIT, no se habían realizado ensayos con maquetas. El soporte montado en la sección de ensayos ha supuesto una dificultad añadida porque ha habido que realizar un diseño que permitiese dos desplazamientos con un presupuesto bastante limitado. El sistema está pensado para, en el futuro, ensamblar por debajo una estructura que permita dos grados de libertad (giros) más.

El soporte, que está anclado al techo del laboratorio, se puede ver en las figuras (6.5) y (7.5). Es la estructura que se ve en la sección de ensayos. También se pueden ver diferentes imágenes en el anexo presentado.

Por el resto, el laboratorio ya estaba montado y operativo cuando se germinó la idea de esta tesis, si bien es cierto que hubiese sido ilustrativo haber medido las fuerzas sobre la maqueta. Para esto se hubiese necesitado una balanza de la que no se dispuso únicamente por motivos económicos. No obstante, a efectos de calibración del modelo de turbulencia y de validación para una geometría compleja, los resultados de esta tesis han sido claramente satisfactorios.



### Informe de resultados de PIV

Se han hecho medidas de la estela del submarino sobre tres planos. A continuación se presentarán las condiciones de uno de los ensayos. El resto no, simplemente por cuestión de espacio. No obstante, una sinopsis de resultados experimentales se muestra en el anexo de resultados.

A efectos de visualización de los planos donde se han realizado las medidas se presentan las siguientes figuras:



Figs (8.5)

En estas tres figuras se ve la situación de los planos en los cuales se han hecho las medidas experimentales. Será en estos planos en donde se comparen los resultados numéricos con los experimentales. (Aire de proa con ángulo de ataque nulo).

Como nomenclatura, simplemente se llamarán a los planos de medidas experimentales de la siguiente manera:

- CORTE 1 Es el corte horizontal a popa de los cascos situado a 58 mm. por encima de la línea de base.
- CORTE 2 Es el corte horizontal situado a popa de la cabina, sobre el tanque estabilizador de popa, a 168 mm. de la línea de base.
- CORTE 3 Es el corte vertical situado en la zona del codaste. Coincide exactamente con el plano de crujía de uno de los cascos. Está situado a 105 mm. del plano de crujía del catamarán.

Los ejes de referencia escogidos para representar los resultados experimentales son los siguientes:

1. Eje "X" línea de base del submarino con el origen en el extremo de popa del modelo.  $X > 0$  hacia proa
2. Eje "Y" transversal en la dirección de la manga. Origen en el plano de crujía del submarino:  $Y > 0$  hacia babor.
3. Eje "Z" Eje vertical contenido en el plano diametral que pasa por origen.  $Z > 0$  hacia arriba.

Para los resultados experimentales todas las medidas de las figuras están referenciadas a este sistema. Como nota se ha de mencionar que en el CORTE 3 el eje denominado “y” en las gráficas se corresponde con el eje “Z” definido en el punto 3 anterior, pero invertido.

Por otro lado, el sistema de representación para los resultados numéricos cambia; se mantiene dextrógiro, pero el origen se corre 28 mm. a proa. Es el mismo que se utiliza en las comparativas de resultados numérico – experimental.

Como se ha comentado anteriormente y para no hacer muy engorrosa la presentación de los resultados, se optará por presentar en detalle únicamente uno de los ensayos. Los otros dos serán presentados en el anexo de resultados.

Antes de presentar los resultados cabe hacer una serie de consideraciones con respecto a la forma de trabajo mediante la cual han sido obtenidos.

Se ha trabajado con 50 mapas de velocidades instantáneas. Para comparar con los resultados numéricos se ha hecho lo siguiente:

1. Se ha calculado el campo vectorial medio de las dos componentes de la velocidad medidas.
2. Se ha calculado el mapa de  $k$ .

Para el cálculo de los mapas de velocidades se ha de tener en cuenta que sólo se han medido las componentes de la velocidad contenidas en los planos señalados, esto es:

CORTE 1. (u,v,--)

CORTE 2. (u,v,--)

CORTE 3. (u,--,w)

Para el cálculo del mapa de la  $k$  se ha calculado la RMS de cada componente del vector que está en la misma posición en cada imagen. Se define  $\overline{u'_i u'_i}$  como la media de las fluctuaciones de la componente “i” de la velocidad. Si  $k = \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i}$ , para calcular  $k$  habrá que conocer  $\overline{u'_i u'_i}$ .

Luego si  $\overline{u'_i u'_i} = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} [u_i(t) - \overline{u_i}]^2 dt$ , se podrá hacer una analogía con la RMS y plantear que:

$$\overline{u'_i u'_i} = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} [u_i(t) - \overline{u_i}]^2 dt = \left[ RMS(u_i^n) \right]^2 = \left[ \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (u_i^n - \overline{u_i})^2} \right]^2 \quad (13.5)$$

Como comentario a esta analogía se puede interpretar que se incluyen todas las fluctuaciones como turbulencia. Claramente no todas las fluctuaciones se deben interpretar como en (13.5), ya que sólo las escalas más pequeñas se podrán incluir en las asociadas a la turbulencia.



De hecho, como se ve en la figura (9.5) siguiente, se aprecian en el corte horizontal trasero del casco unas estructuras de vórtices de un diámetro del orden de 3 mm. Claramente estas escalas no pueden estar incluidas en las de turbulencia.

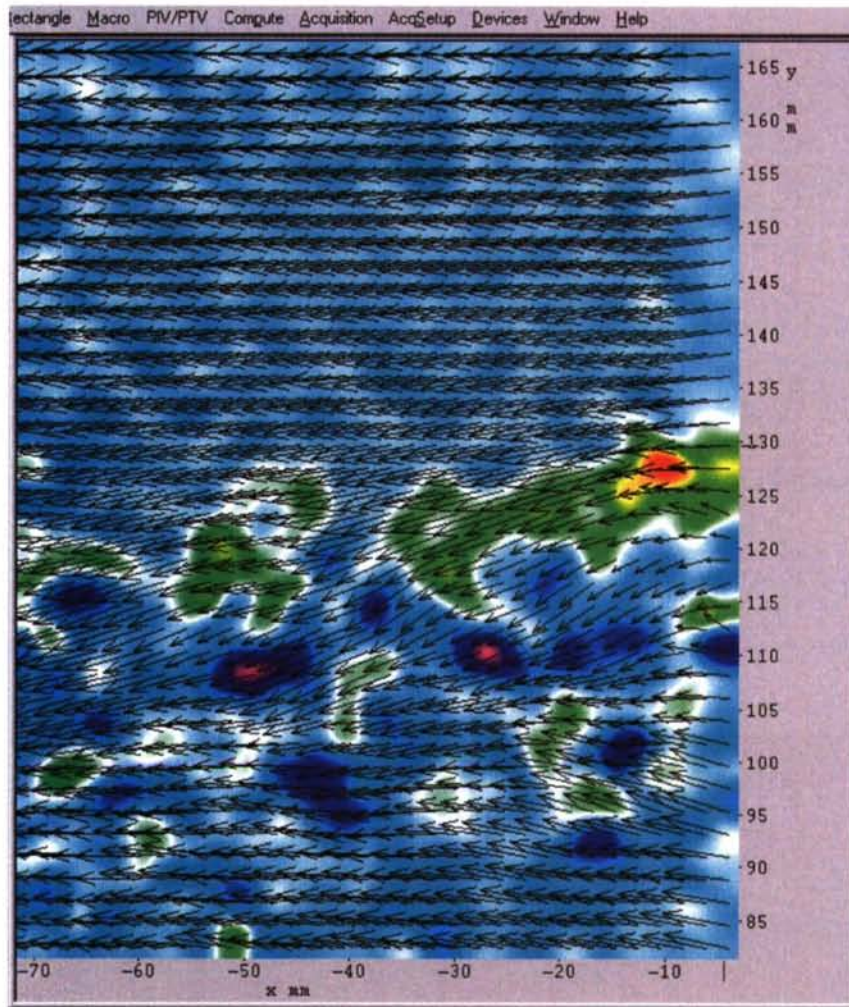


Fig (9.5)

En el fondo de esta figura se ve el mapa de vorticidad del campo vectorial  $(u,v,--)$  instantáneo para el CORTE 1.

No obstante, desde un punto de vista numérico, se tiene que la malla adoptada en el casco es de 4 mm. y la adoptada en la zona de la estela un poco más alejada del casco va tendiendo a 14 mm. Esto implica directamente la imposibilidad de modelizar los fenómenos de estas vorticidades desde un punto de vista numérico, por lo que habrán de ser parte de lo que se incluye en la modelización de la turbulencia ¿Y qué es lo que interpretará el código? Pues de entrada habrá una cierta difusión, con lo que todo lo que es la solución oscilante instantánea real tenderá a desaparecer; además tenderá a amortiguarse y a suavizarse, de modo que si se quiere comparar los resultados numéricos con los experimentales de una forma coherente, tratando de minimizar en la medida de lo posible los efectos de la malla, habrá que comparar la media del campo de velocidades experimental con los resultados numéricos obtenidos. Como se explica, la oscilación de los resultados numéricos es mínima.

Por otro lado, y con respecto a los mapas de turbulencia pasa algo similar. Mientras la malla no baje de 3 mm. no será capaz de modelizar la situación real instantánea del



campo de velocidades. Además también habrá una cierta difusión numérica. Desde este último punto de vista, el mapa de  $k$  tenderá a atenuarse, lo que combinado con que en la parte experimental se está introduciendo más  $k$  que la real, llevaría a una diferencia seria de los resultados de los mapas de  $k$ . Esto se acentuará más cuanto más grosera sea la malla.

Sin embargo, viéndolo desde otro punto de vista, si la malla fuese lo más fina posible, sin que llegase a tener un tamaño tan pequeño que pudiese modelizar los vórtices del tamaño mencionado (3 mm.), se estaría minimizando la difusión numérica en lo posible, de modo que el efecto descrito en el párrafo anterior se minimizaría y además se estaría incluyendo otro efecto.

En el caso de una solución sin difusión numérica por malla suficientemente fina, donde el campo de velocidades se ve difundido al no modelizar los vórtices, el campo de velocidades sufre un retraso, las RANSE se cumplirían. Si la velocidad se atenúa, el mapa de  $k$  tendería a incrementarse. Esto es así porque lo que no modeliza como velocidad, para hacer cumplirse las ecuaciones, pasa a ser modelizado entre otras cosas como  $k$ . Además, los gradientes de velocidades se ven aminorados. Esto se ve claramente observando la ecuación (28.2), considerando  $P_k = Cte > 0$ . Esto no significa que los valores de  $k$  no estén suavizados, pero sí que ese suavizado se consigue sobre una media superior a su valor real.

Si se cae en la cuenta de que el tamaño de la malla del casco del modelo es de 4 mm. y de que este tamaño está justo por encima del diámetro de los vórtices que se tratan de modelizar, queda claro que se está en la situación en que la subida de  $k$  se impone a la difusión. Luego para no tener divergencias en el mapa de  $k$  habrá que incluir los efectos de esta vorticidad. Esta será la manera de comparación entre numérico y experimental.

Desde el punto de vista de la obtención de  $k$  cabe hacer otro comentario. Claramente para poder calcular  $k$  se necesitan los mapas de las tres componentes de la velocidad en todos los cortes. Las medidas obtenidas, en todos los casos, sólo constan de dos componentes de la velocidad en cada uno de los cortes.

No obstante, se puede observar que los mapas de  $\overline{u'u'}$  son los que dominan los valores de  $k$ . Es la componente de la velocidad que domina. Por otro lado, los valores de  $\overline{v'v'}$  y los de  $\overline{w'w'}$  deben ser del mismo orden de magnitud en líneas generales. En cualquier caso siempre dependiendo de la zona de la estela en la que se mida.

Además, a la vista de los mapas de  $\overline{u'u'}$ , está claro que las zonas donde se presentan los máximos de una de las componentes "i" también se presentan los máximos de las otras componentes. Exactamente lo mismo pasa con las zonas de los mínimos. Esto se puede ver claramente en las figuras (10.5), para el CORTE 3. En el anexo de resultados se presentan las análogas para el resto de los cortes.

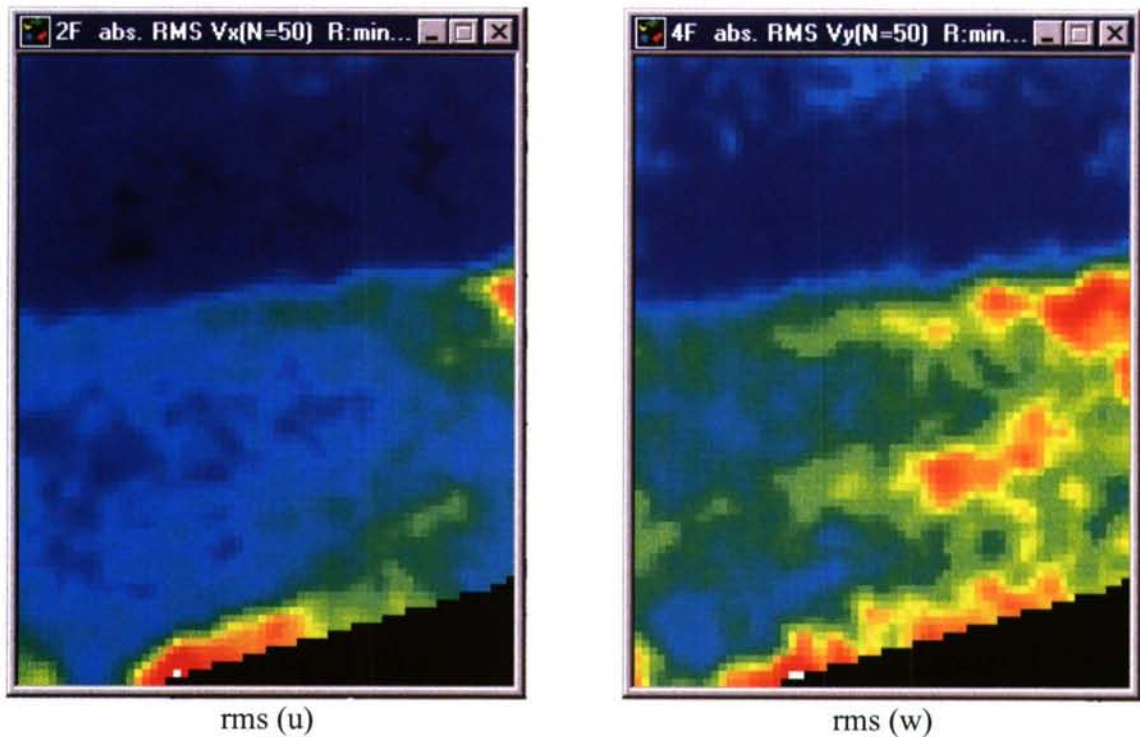


Fig (10.5)

Las figuras representan las RMS's para "u" y para "w" sobre el CORTE 3.

Así pues el procedimiento para calcular  $k$  ha sido la semisuma de dos veces las componentes secundarias más la componente principal.

Para no hacer muy extensa esta presentación se expondrán todos los resultados experimentales conjuntamente con los numéricos a lo largo de la comparación.

Los ensayos del modelo en el laboratorio se realizaron en las siguientes condiciones:

#### CORTE 1

- |                                  |                    |
|----------------------------------|--------------------|
| • Velocidad de aire en el ensayo | 34.80 m/s.         |
| • Presión ambiente de            | 764.65 mm. Hg.     |
| • Temperatura ambiente de        | 22.94 °C           |
| • Viscosidad                     | 1.83799e-5 kg/m-s. |
| • Número de Reynolds             | 1.09e6.            |
| • Plano definido por el láser a  | 58 mm. sobre L.B.  |

#### CORTE 2

- |                                  |                     |
|----------------------------------|---------------------|
| • Velocidad de aire en el ensayo | 34.20 m/s.          |
| • Presión ambiente de            | 770.90 mm. Hg.      |
| • Temperatura ambiente de        | 21.39 °C            |
| • Viscosidad                     | 1.830442e-5 kg/m-s. |
| • Número de Reynolds             | 1.09e6.             |
| • Plano definido por el láser a  | 168 mm. sobre L.B.  |



CORTE 3

• Velocidad de aire en el ensayo	34.35 m/s.
• Presión ambiente de	766.63 mm. Hg.
• Temperatura ambiente de	21.21 °C
• Viscosidad	1.829585e-5 kg/m-s.
• Número de Reynolds	1.09e6.
• Plano definido por el láser a	105 mm. de C.L.

Por otro lado falta por realizar el estudio de errores. Este estudio se llevará a cabo teniendo en cuenta el pre/postproceso de las imágenes.

**Análisis de errores experimentales**

Dejando de lado la técnica de medición de PIV, las incertidumbres son debidas inicialmente a errores en la medición de los parámetros básicos del problema. Esto vendrá dado por el error aleatorio de las medidas.

Las medidas básicas para control de velocidad en el túnel son la temperatura del aire (T), la presión diferencial medida en un pitot (DP), y la presión ambiente (Pa). De aquí se obtiene que la velocidad en el túnel es:

$$u = \sqrt{\frac{2\Delta P R T_a}{P_a}} \quad (14.5)$$

La incertidumbre relativa se obtiene a partir de los errores de cada una de las variables que intervienen según la siguiente ecuación [29]:

$$\frac{w_u}{u} = \left[ \left( \frac{1}{2} \frac{w_{\Delta P}}{\Delta p} \right)^2 + \left( \frac{1}{2} \frac{w_{P_a}}{P_a} \right)^2 + \left( \frac{1}{2} \frac{w_{T_a}}{T_a} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (15.5)$$

Unos valores admisibles para las incertidumbres relativas en el caso de las medidas realizadas son los siguientes:

$$\frac{w_{\Delta P}}{\Delta p} \approx \frac{1}{720} \approx 1.4e-3 < 5.0e-3 \quad \frac{w_{P_a}}{P_a} \approx \frac{1}{760} \approx 1.3e-3 \quad \frac{w_{T_a}}{T_a} \approx \frac{1}{300} \approx 3.4e-3$$

Con respecto al error tomado en la presión diferencial en el pitot, se ha de hacer notar que el error puede ser un poco mayor, porque realmente el ángulo de alineación puede no ser adecuado y puede haber imperfecciones en el mismo, [32]. Además hay otro tipo de consideraciones en lo referente a la adopción de errores, que toman en consideración la posición de los orificios en el tubo, el número de reynolds, etc... No obstante se estima que en ningún caso la medida de la presión diferencial llega al 0.5 %



De donde se obtiene que  $\frac{w_u}{u} \approx 3.1e-3$ . Esto supone un error relativo de la velocidad del 0.3 %. Evidentemente este error se verá incrementado conforme los controladores del túnel introduzcan ruido en las señales de las medidas, pero en ningún caso este error sistemático será el que domine, ya que el error que se genera como consecuencia del tratamiento de los datos mediante PIV es muy superior al considerado anteriormente.

Tradicionalmente los errores se dividen en errores sistemáticos y residuales. Desde el punto de vista de tratamiento de datos con PIV se puede afirmar que esta distribución de errores se plasma como  $\varepsilon_{Tot} = \varepsilon_{Sis} + \varepsilon_{Res}$ . [30]

Al trabajar con PIV, se entiende que los errores sistemáticos son los asociados al proceso de tratamiento de datos, básicamente al proceso de correlación, [30]. Si el proceso de correlación fuese lo suficientemente bueno, este error podría incluso llegar a anularse.

El error residual se correspondería con el error inherente a las medidas base del experimento.

Habría ahora que ver cuál es el error sistemático del problema a considerar, que al trabajar con PIV se le conoce más comúnmente como  $\varepsilon_{bias}$ . Este es un error intrínseco al tratamiento de las imágenes con la FFT, el cual trata a la imagen como una serie de armónicos y desplaza el pico de correlación en función de estas frecuencias. Es en resumen un error del modelo, [30].

Continuando en la búsqueda de este error sistemático, se ve que la mayoría de las publicaciones de medidas experimentales hechas con PIV tienen un apartado de análisis de errores. No obstante, de estas, una inmensa mayoría proponen un análisis de error basado en una solución estacionaria y no oscilante, [25], [26], [27]... Esto va directamente ligado a una definición de error basada en una función RMS. Como la solución es constante en cada punto porque además se suele obviar la turbulencia, la definición del error sistemático será únicamente función de las variaciones observadas en las medidas hechas en diferentes momentos. Claramente en esos casos, si las medidas realizadas en diferentes momentos difieren es debido a un error. Esto lleva directamente a que las estimaciones del error se basen en medidas estadísticas que capten estas desviaciones de la media (RMS).

Sin embargo, en el caso de una solución oscilante, esto deja de tener sentido, sobre todo cuando las oscilaciones con respecto a la media se asocian a turbulencia.

Para minimizar el error en flujos turbulentos oscilantes hay guías básicas, [28].

Lo primero es utilizar un número de imágenes suficientes como para que la media tenga una buena estabilidad. Para ello se define el parámetro error como  $\varepsilon$ . La consideración a realizar es:

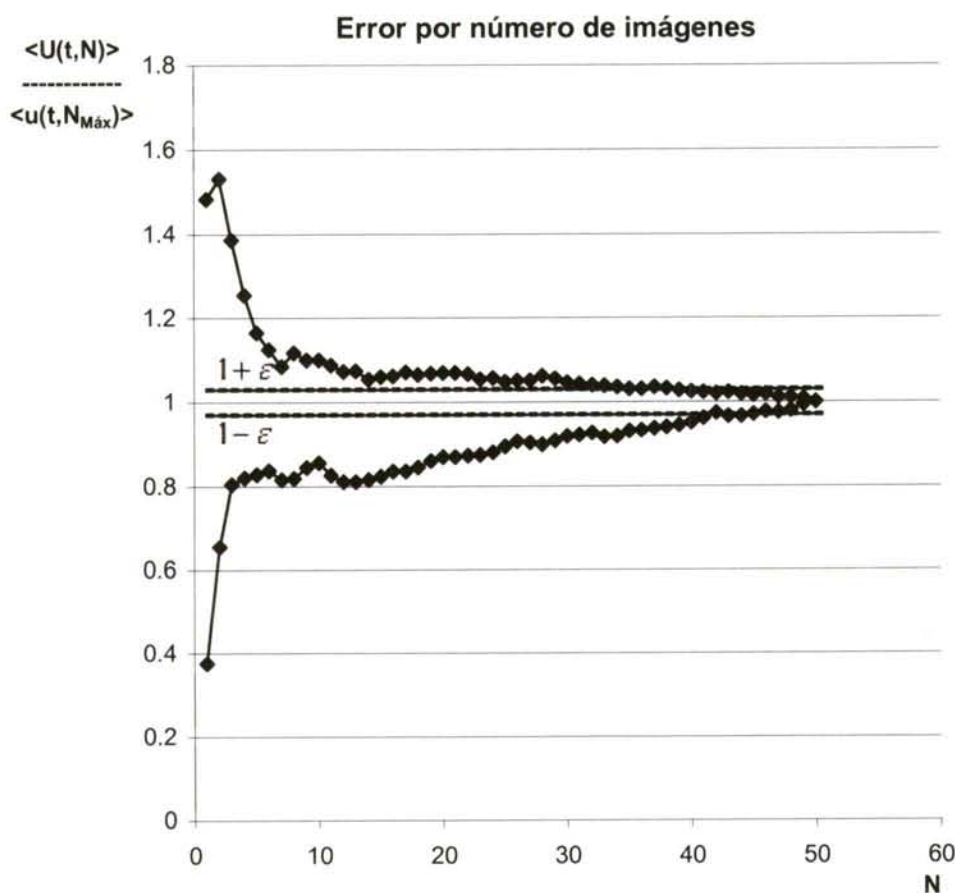
$$1 - \varepsilon < \frac{\langle u(t, N) \rangle_{est}}{\langle u(t, N_{Máx}) \rangle_{est}} < 1 + \varepsilon \quad (16.5)$$

Donde “ $N$ ” es el número de imágenes tomadas y “ $N_{Máx}$ ” es el número total de imágenes tomadas.

Así pues, si se consigue que conforme “ $N$ ” crece el valor de  $\varepsilon$  tienda a cero de forma asintótica, se podrá afirmar que  $\varepsilon$  es el error relativo asumido.

Desde un punto de vista práctico, lo que se obtiene para cada “ $N$ ” es un mapa vectorial. Lo que se hará será dividir los módulos de los vectores de los mapas vectoriales obtenidos para cada “ $N$ ” entre los módulos de los vectores del mapa de la media de los 50 mapas. Esto en cada punto del mapa, con lo que se conseguirá un mapa de relaciones. Este mapa de relaciones tiene un máximo y un mínimo, que representan la máxima desviación por encima y por debajo de la media. A efectos de considerar los errores para el  $n$ ésimo mapa se tomará el mayor y menor valor, respectivamente, que se obtenga en todo el mapa.

Esto se realizará solamente para el CORTE 1 y se comprobará que no ofrece problemas de convergencia desde  $N \ll 50$ . Como esto es así, se entiende que en los otros dos cortes el número de imágenes tomadas es suficiente.



El valor de  $\varepsilon$  adoptado finalmente es  $\varepsilon = 0.03$ , que es un valor habitual en este tipo de problemas, [28]. A la vista de la gráfica el valor de  $\varepsilon$  podría ser menor ( $\varepsilon \approx 0.01$ ), pero para no asumir un error que pudiese elevarse en los otros cortes, se admite el de 0.03.

La propuesta realizada es que el error obtenido aquí, que es un orden de magnitud mayor que el aleatorio comentado al inicio de este apartado, sea considerado como el sistemático. Claramente en este error ha de influir e influye el número de imágenes tomadas, si bien es cierto que por encima de  $N=50$  para disminuir el error de forma significativa es necesario incrementar sustancialmente el número de imágenes.

Este método, al tratar el proceso de forma global, supone que la incertidumbre calculada incluye todos los efectos del procesado de datos con el PIV. No obstante, se ha de dejar bien claro que es un método conservador porque considera el mayor error de todos los vectores del mapa, tanto por arriba como por abajo. Es evidente, y de hecho se ha comprobado, que la mayoría del mapa tendría una incertidumbre inferior a la considerada.



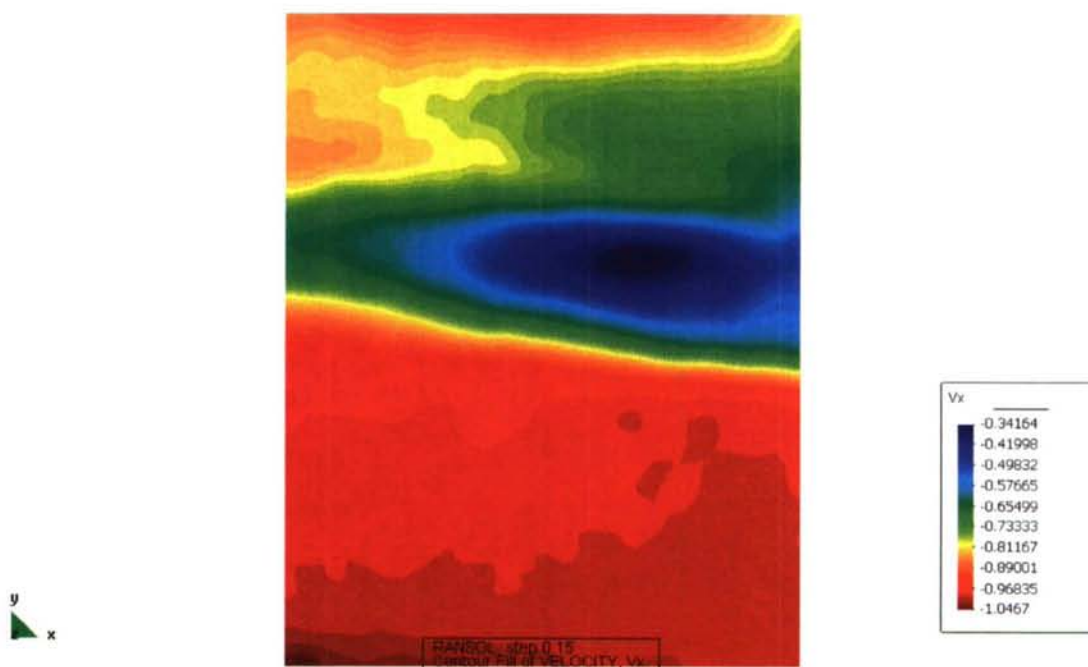
## Resultados experimentales finales

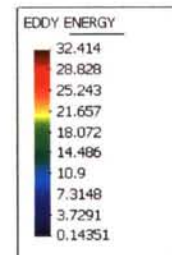
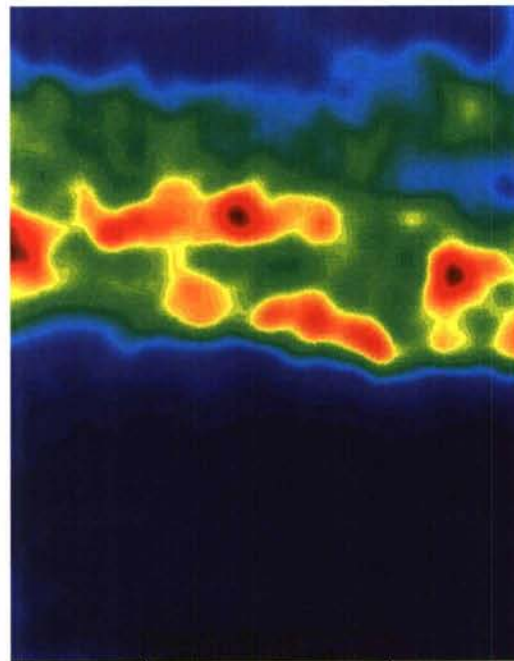
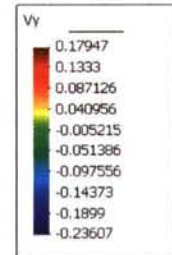
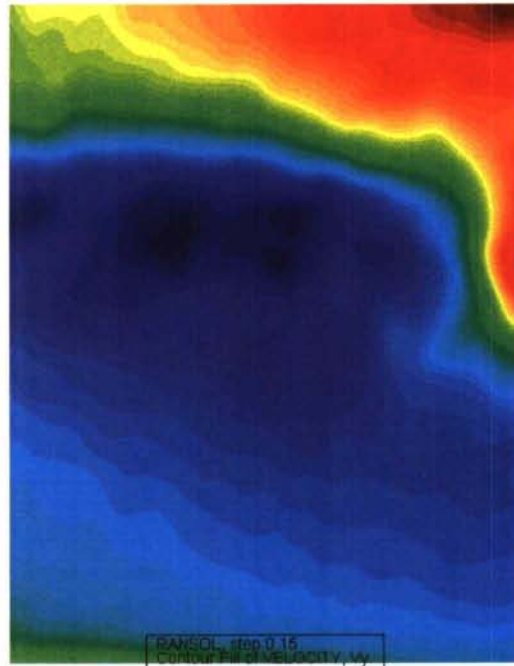
En todas las imágenes la proa del catamarán está a la derecha de las mismas. El los cortes 1 y 2 la parte superior de la imagen se corresponde con la más cercana al plano diametral. En el corte 3 la parte inferior de la imagen esla más cercana a la base del submarino.

Como norma los resultados experimentales se presentarán adimensionalizando las velocidades para poder comparar con los resultados numéricos, que también se adimensionalizarán. Esta es la forma habitual de presentación y comparación de resultados.

A efectos de comparación, la semejanza se ha establecido a igualdad de números de Reynolds, tanto en modelo numérico como experimental. No obstante, como para realizar los ensayos experimentales la velocidad ha de ser variada de un ensayo al siguiente, debido a que las condiciones ambientes varían, se considera necesario comparar adimensonalmente.

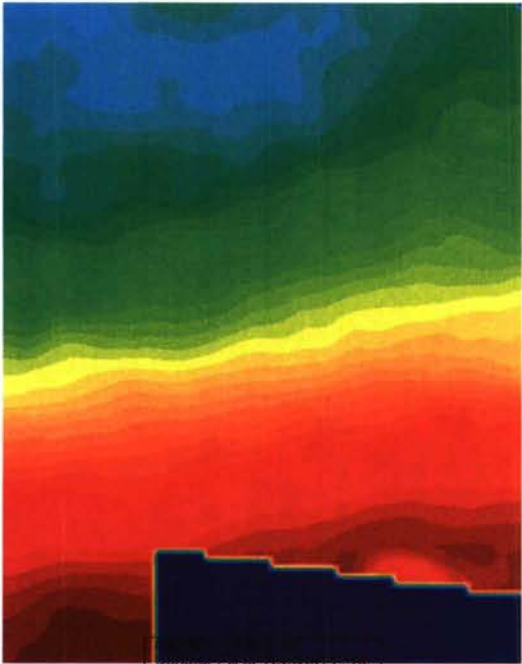
### CORTE 1



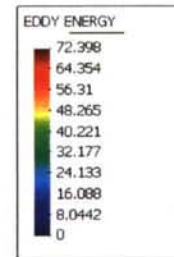
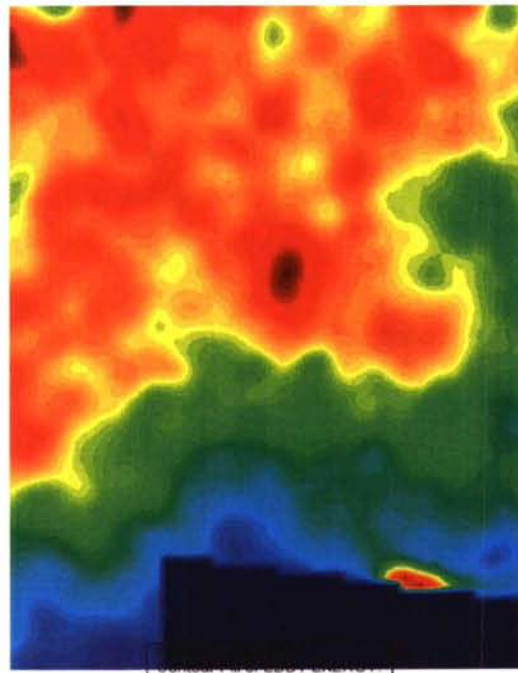


CORTE 2

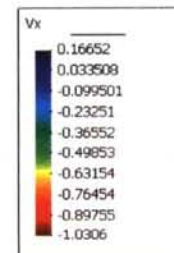
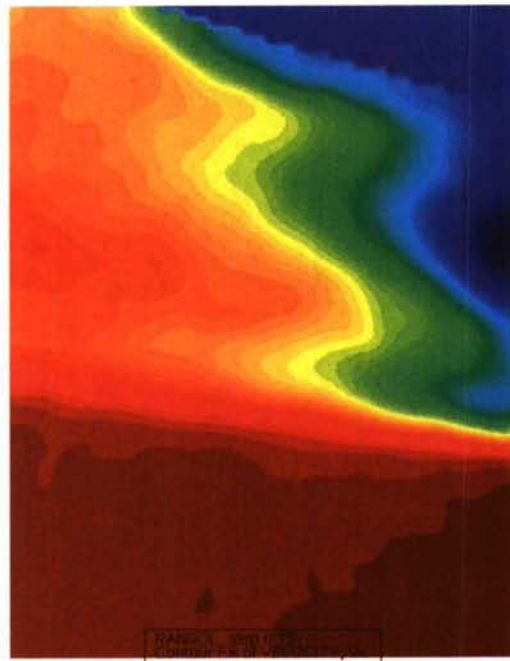
y  
x

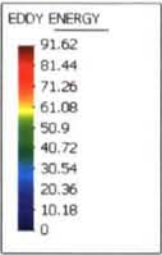
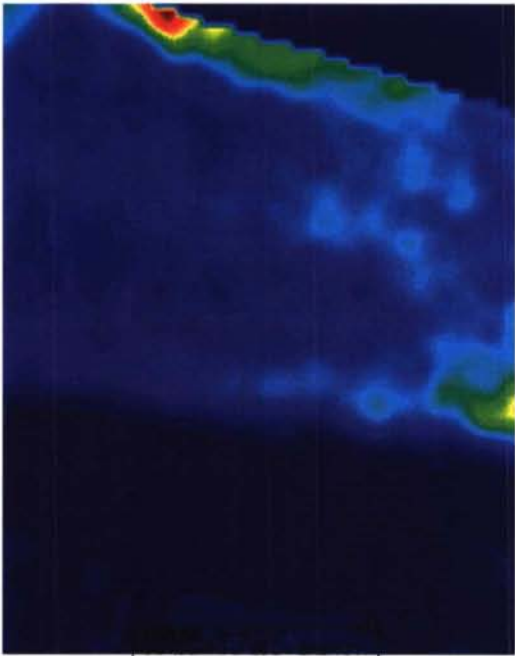
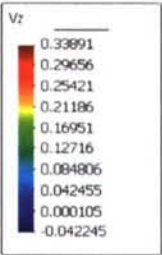
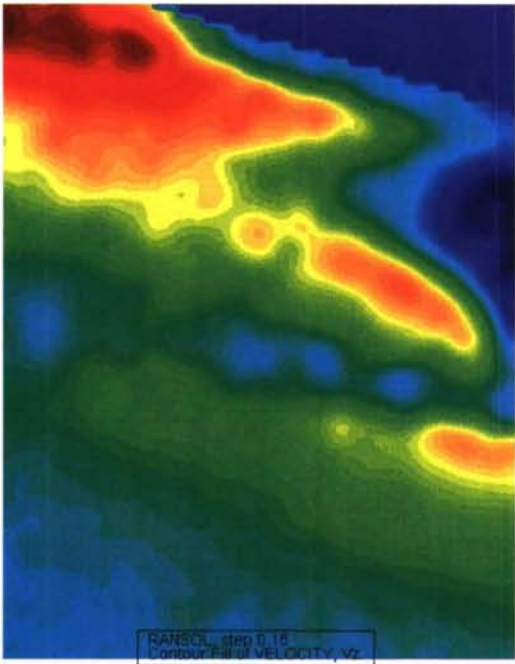






CORTE 3





## **MODELO NUMÉRICO DEL ENSAYO EN EL TÚNEL DE VIENTO**



### Generación del modelo

Lo primero que se ha de conseguir es una geometría del modelo numérico acorde con la experimental. Para ello se han empleado Superficies tipo NURBS (Non Uniform Rational B-Splains). Las superficies generadas tratarán de aproximarse lo máximo posible a la caja de cuadernas expuesta en la figura (1.5). No obstante en esta figura falta la definición de la cabina, que presenta un aspecto como el que se muestra en la figura (2.5) y (3.5).

Si bien es cierto que la cabina tiene unas formas concretas bien definidas, el diseño de la misma, en su momento, ha sido guiado por la intuición del proyectista, de modo que no existen zonas angulosas que puedan ser tomadas como referencias. Es por esto que la geometría de la cabina sigue unas directrices básicas en lo referente al cilindro y su posición, pero lo que es la cubierta de la cabina se ha tratado aparte.

Por otro lado, ya se ha comentado el problema de las zonas del volumen de control que se definan mediante ángulos extremadamente agudos. La dificultad en estas zonas reside en que desde el punto de vista de discretización, los elementos que en ellas se han de definir estarán muy distorsionados respecto a su forma original. Desde este punto de vista el algoritmo pierde en estabilidad y, en el extremo, se puede llegar a la conclusión de que el sistema es singular.

Por todo esto, al definir la geometría se ha optado por considerar la semiesfera de popa de la cabina, en su zona inferior, con un faldón vertical rígido. En esa zona el cierre de cabina interseca con la plataforma de manera que la semiesfera en su zona inferior es casi tangente a ella. Así pues, la opción más favorable es la de no definir esta zona para evitar este tipo de problemas. Desde el punto de vista de análisis de resultados en el modelo de turbulencia, los efectos de esta modificación habrán de considerarse si se comparan resultados en esta zona o en sus proximidades, sobre todo en su estela.

Además, en el caso a tratar la solución será lo suficientemente compleja, a priori, como para introducir nuevos elementos que puedan inestabilizar el problema. Las fuentes de inestabilidades pueden venir de varias vías:

1. La solución en una estela es bien conocido que es transitoria en casi todos los casos. Esto supone una dificultad añadida desde el punto de vista de estabilidad del proceso.
2. Por otro lado se ha de tener en cuenta que un problema clásico tiene una solución de una estela, pero ¿qué pasa si esa estela interacciona con otro objeto? En este caso los posibles problemas de inestabilidad se acentúan y el riesgo es mucho mayor. Si además se considera que en este problema la interacción de diferentes zonas de estela es inevitable, lo que parece lógico es adoptar una opción geométrica que permita analizar el problema incluyendo el menor número de puntos conflictivos posibles.

En el sentido de puntos angulosos, un posible problema se presenta en la quilla en la zona de proa. Caben dos opciones, o bien a priori se opta por tratar de correr el casco así y comprobar qué es lo que se obtiene (podría inestabilizarse en esta zona), o bien se trata de intersecar la zona de la quilla de proa un poco más abajo del punto anguloso y formar una única superficie.

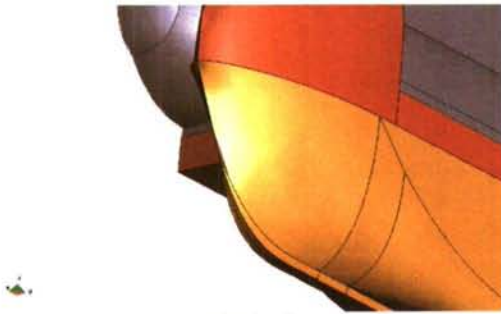


Fig (1.6)

Detalle del ángulo en la roda

La solución adoptada es la de dar fiabilidad a la geometría y tratar de correr el modelo tal y como es la maqueta. Habrá que prestar atención a las posibles inestabilidades en la zona de la roda.

Así pues la geometría del problema queda como sigue:

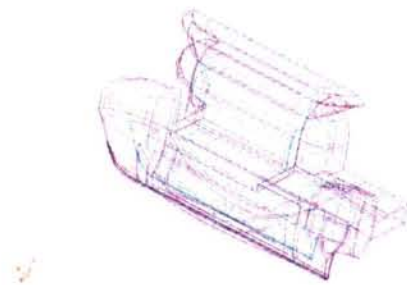


Fig (2.6)

Detalle de la geometría del submarino

Se ha generado un volumen en el interior del vehículo sólo a modo de comprobación de que la geometría es consistente y que no presenta en su interior inclusiones de entidades de orden inferior.

Lo inmediatamente posterior es generar el volumen de control. Para esto lo que se ha de tener bien claro es lo siguiente:

- Un volumen de control excesivamente grande implica que el tiempo de cálculo de la máquina será excesivamente largo. Esto supone un problema, incluso desde el punto de vista de capacidad de la máquina, para visualizar y comparar resultados. A lo largo de esta tesis esto ha sido determinante, porque ha pesado el condicionante de que el código se adapte a PC's (máquinas pequeñas).
- Por otro lado un volumen de control demasiado pequeño presenta el problema de que parte de la solución debería estar fuera del volumen definido, pero como el problema no lo incluye, lo que sucederá es que el sistema nunca llegará a la solución, porque esta se encuentra fuera del volumen definido. Es por ello que a priori, en caso de dudas, se ha de definir un volumen de control suficiente para el problema a resolver.

Para tratar de paliar en lo posible el efecto de los dos puntos anteriores se generará un volumen auxiliar en el que la malla sea más fina que la genérica, de modo que en esta zona se conseguirá una mayor definición de la solución. Además será básicamente en esta zona donde se realizarán las comparaciones entre el modelo numérico y el experimental.

Este volumen auxiliar tomará con respecto al submarino el aspecto que se muestra a continuación.



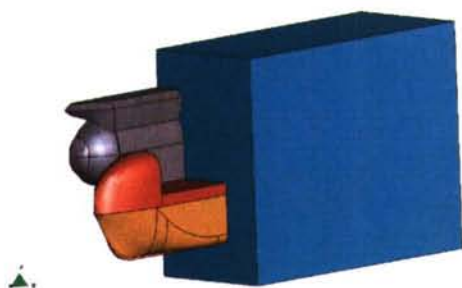


Fig (3.6)

En esta figura se visualiza el volumen auxiliar que se ha definido. Es una definición un tanto arbitraria que en función de los resultados que se obtengan habrá de ser modificada.

El modelo a considerar introduce una condición de contorno que no ha sido comentada hasta ahora: es la de simetría de babor a estribor. Esto supone que se podrá considerar que los resultados se repiten a cada banda del plano diametral.

La primera implicación es que el volumen de control se puede dividir por dos (Babor y Estribor).

La segunda implicación es que los resultados, exactamente por la misma razón que en el modelo del KVLCC de KRISO, pierden fiabilidad. Como ya se ha explicado con anterioridad, la condición de simetría es inexacta.

Las directrices principales básicas que se siguen para la generación de un volumen de control suficiente son las siguientes:

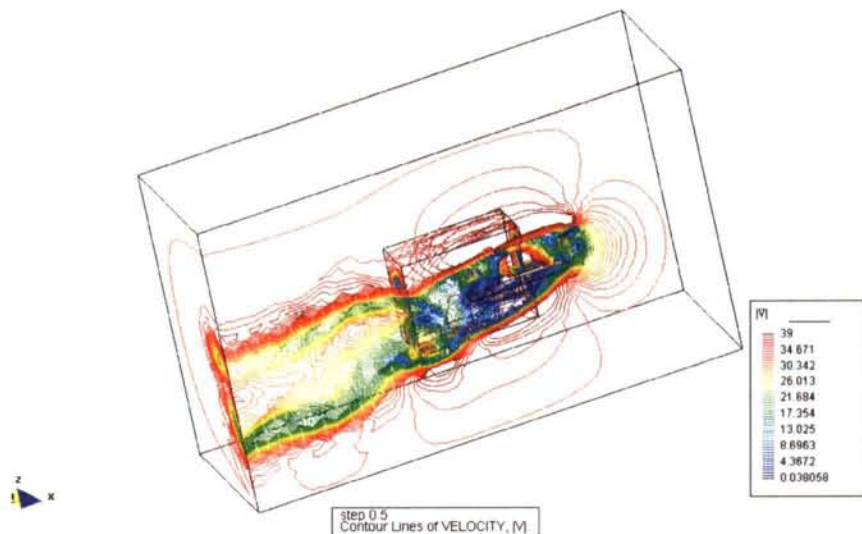
- Se tomará una eslora a proa de la proa del submarino.
- Se tomará dos esloras a popa de la popa del submarino.
- Generalmente se toma un poco menos de una eslora en profundidad, no obstante, y dado que en este caso la relación  $H/L$  es muy alta, se tomará una eslora. Por lo tanto se tomará una eslora hacia arriba y otra hacia abajo.
- Se tomará una eslora en manga, y como se ha comentado, se asumirá que el problema es simétrico de babor a estribor.

Con respecto a la selección del volumen de control, se ha de tener en cuenta que las indicaciones anteriores se corresponden con un criterio relativamente conservador en lo que se refiere a la estabilidad del problema, pero no en lo referente al tiempo de cálculo. Esto es así en artefactos normales que no presentan dificultades particulares.

Podría pensarse en reducir un poco el volumen de control sobre estas directrices básicas, pero debido a lo complicado de la geometría se seguirán estas pautas en un primer paso.

Evidentemente definir el volumen de control entraña el riesgo de que la solución esté, a todas luces, fuera del volumen definido. En una primera aproximación esto ha sido lo que ha sucedido, debiendo cambiarse las dimensiones tanto del volumen de control auxiliar como las del volumen general. Para ilustrar este efecto se presenta la solución primera del mapa de velocidades obtenido.





Además se puede observar por separado que si bien el problema se mantiene más o menos estable, las oscilaciones de la solución en iteraciones sucesivas se vuelven inadmisibles.

La realidad será pues que debido a la dificultad de la geometría del problema el volumen de control a generar es mucho mayor que el normal en casos habituales.

Los resultados con respecto al volumen necesario para acotar el problema son:

- una eslora a proa de la proa del submarino ( 450 mm. a proa del extremo de proa.)
- 2.75 esloras a popa de la popa del submarino (1322 mm. a popa del extremo de popa.)
- 1.1 esloras hacia arriba y otra hacia abajo (522 mm. sobre el extremo superior de la maqueta y 521 mm. bajo su extremo inferior.)
- Se tomará 1.5 esloras en manga, (710 mm. al costado sobre el punto de manga máxima.)

Como se menciona más abajo, la eslora total de la maqueta (escala 1:20 de un modelo real de 9600 mm. de eslora total) es de 480 mm.

Con todo esto el volumen de control generado tiene un aspecto final como el que sigue:



Fig (4.6)

Detalle del volumen de control global final generado.

Como se puede observar es de un tamaño considerable, si bien es cierto que, como se verá más adelante (a la vista de los resultados), se hace completamente necesario para contener la solución.

Pero ¿qué pasa ahora con respecto al volumen auxiliar que se presenta a popa del submarino?

En primer lugar y a la vista de la figura del mapa de velocidades anterior que se ha desechado, parece lógico incrementar su tamaño porque a todas luces hay una gran parte de la solución que se va fuera de este volumen de control auxiliar.

Con estas consideraciones el volumen auxiliar generado tiene las siguientes dimensiones partiendo de un plano transversal de entrada que está a 228 mm. del extremo de popa de la maqueta.

- Dimensión en manga 300 mm.
- Dimensión en eslora 650 mm.
- Dimensión en puntal 545 mm.

El aspecto que presenta el volumen auxiliar será ahora el que se ilustra en la figura (4.6) en un tono azul claro. Como referencia (tanto en eslora como en puntal) se puede observar que es sensiblemente superior al primitivo presentado en la figura (3.6).

Tras esto lo inmediato es imponer las condiciones de contorno. Este paso no se ha presentado en el caso de KRISO porque es similar, ya que en artefactos submarinos las condiciones de contorno son las mismas. Lo que procede ahora será únicamente mencionarlas:

- En la cara de entrada velocidad constante de 35 m/s.
- Presión dinámica nula en las caras alta, baja, laterales y de salida.
- Simetría respecto al plano diametral
- Ley de pared en el casco

La ley de pared adoptada es la ya conocida DeltaWall.

Los parámetros de control de esta ley son los siguientes:

1. Delta = 3 cm.
2. Sharp Angle = 25°
3. Fix Angle = 111°

Con respecto a la turbulencia se mantienen los parámetros que se sometieron a estudio en el caso de KRISO (para una primera aproximación).

En lo que se refiere a la velocidad a la que se va a correr el modelo, cabe comentar que el presente trabajo se desarrolla, como ya se ha dicho, en base al proyecto PROTECAS de catamaranes sumergibles. El modelo a correr en el túnel de viento se corresponde con el resultado de dicho proyecto, que sería un catamarán sumergible de 9600 mm. de eslora total. El modelo generado tiene una eslora total de 480 mm., lo que supone una escala de 1:20.

Lo lógico es tratar de hacer el ensayo a igualdad de números de Reynolds,  $R_n$ . La velocidad en inmersión del submarino es de 2 knots, esto es, 1.029 m/s., lo que supone que el  $R_n$  del submarino real es:



$$R_n^{real} = \frac{V_{real} L_{real}}{v_{agua}} = \frac{1.029 \cdot 9.600}{1.787 \cdot 10^{-6}} = 5.5 \cdot 10^6$$

y la condición ideal del ensayo es que  $R_n^{real} = R_n^{mod\ elo}$ . Así pues:

$$R_n^{real} = 5.5 \cdot 10^6 = R_n^{mod\ elo} = \frac{V_{mod\ elo} L_{mod\ elo}}{v_{aire}} = \frac{V_{mod\ elo} \cdot 0.480}{13.27 \cdot 10^{-6}}$$

De donde  $V_{mod\ elo} = 152 \text{ m/s}$ . Esta velocidad es completamente inalcanzable en el túnel del que se dispone. No obstante, es de sobra conocido que para altos valores de  $R_n$  el efecto de la viscosidad se mantiene constante, y la resistencia del vehículo se debe en su mayor parte a la forma y a la distribución de presiones sobre el mismo. De esta manera, lo que permanece constante es el valor de coeficiente de resistencia  $C_D$ , que en su mayor parte se debe a la resistencia de presión. Es por esto que desde el punto de vista experimental basta con garantizar un flujo turbulento completamente desarrollado en la maqueta para poder garantizar que el flujo es semejante al real. Esto se podrá garantizar con un  $R_n = 1 \cdot 10^6$ . Así pues, como la capacidad real máxima del túnel es de 40 m/s., se optará por hacer el ensayo a 35 m/s. Con estos valores resulta que  $R_n = 1.092 \cdot 10^6$ , que es un valor suficientemente alto, y que se ha hecho coincidir con el del ensayo experimental. En cualquier caso, los objetivos de esta tesis se cubren satisfactoriamente aun cuando lo que se simule sea el flujo sobre la maqueta.

Las condiciones de contorno se muestran en los siguientes gráficos:

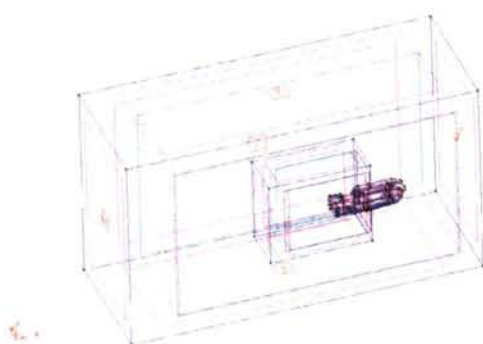


Fig (5.6)

Detalle de las caras donde se impone la presión dinámica nula (laterales y salida) y la cara donde se impone la velocidad de entrada.

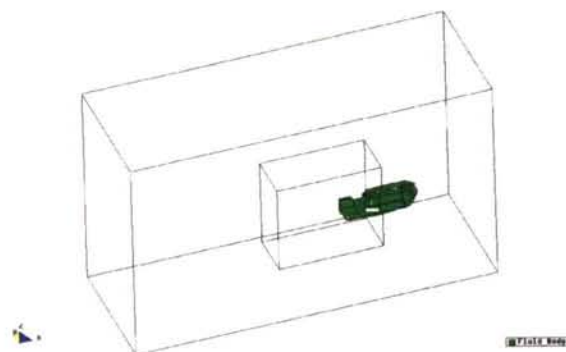


Fig (6.6)

Detalle de la superficie donde se impone la ley de pared.

El siguiente paso es la definición de la malla para discretizar el modelo que hasta ahora es continuo.

El mallado se realizará teniendo en cuenta las consideraciones mencionadas anteriormente. El mallado del volumen se realiza automáticamente; lo que es más crítico es la malla de las superficies porque será la que permita que el mallador automático del volumen no se encuentre con problemas.

Superados los problemas de puntos angulosos (control manual de tamaños) se definen los tamaños de malla. Para tener una referencia se ha de dejar claro que la eslora total de



la maqueta del sumergible es de 480 mm. En una primera aproximación se asignarán los siguientes tamaños de malla en las siguientes zonas:

- Pared sólida de la maqueta 14 mm.
- Volumen auxiliar 14 mm.
- Volumen genérico 100 mm.

La transición entre zonas con unos tamaños de malla y otros se realizará con la mayor rapidez posible sin causar distorsiones excesivas en la malla. Se muestra a continuación detalle tanto de la transición como de la roda y de la malla en general. A modo de aclaración sólo se presenta la malla en las superficies para que la visualización sea posible.



Fig (7.6)  
Muestra del mallado superficial.

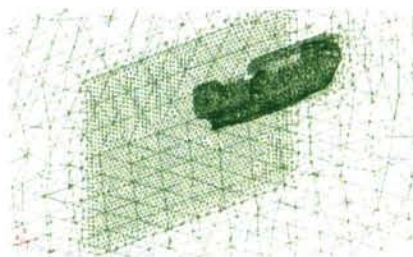


Fig (8.6)  
Detalle de la malla fina así  
como de la transición.

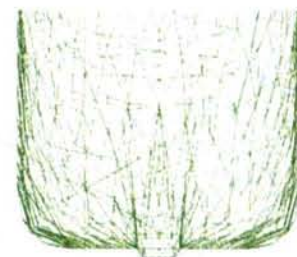
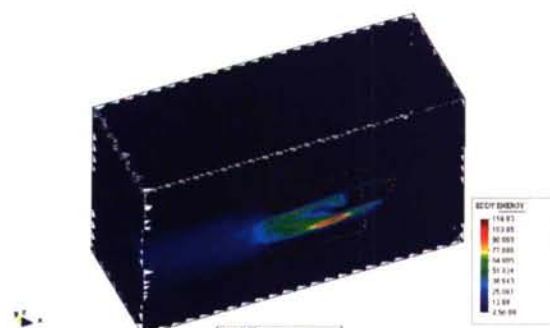


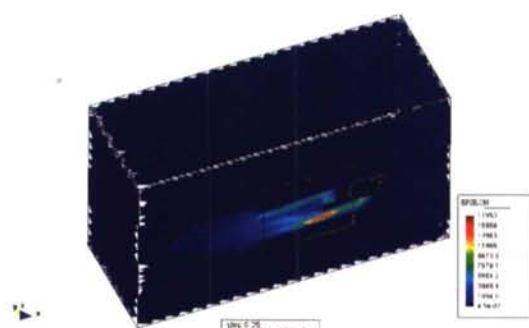
Fig (9.6)  
Detalle del mallado en la roda.

Tras esto lo que resta es empezar el proceso de cálculo de modo que se pueda comprobar que a la vista de los resultados obtenidos, el modelo generado es aceptable.

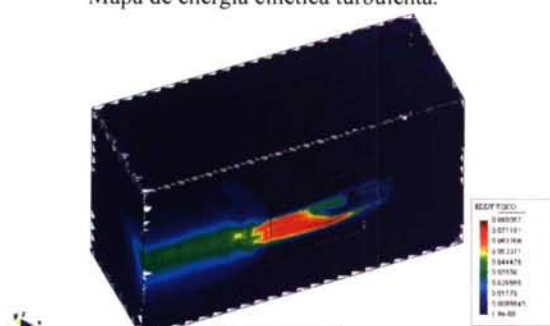
Después de 2500 iteraciones los resultados obtenidos son los siguientes:



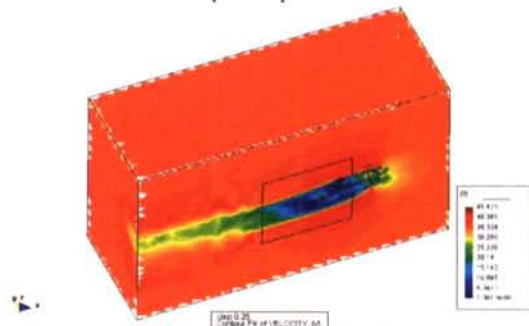
Mapa de energía cinética turbulenta.



Mapa de epsilon.



Mapa de viscosidad turbulenta.



Mapa del módulo de velocidad.

A la vista de estos resultados se puede concluir que el modelo incluye un error con respecto a la transición de la malla. Observando la zona de los mapas donde finaliza el volumen auxiliar y empieza el volumen de control genérico, en todos ellos se produce un cambio en los resultados. Esto implica que la solución se ve alterada al cambiar el tamaño de malla.

No obstante se ha de tener en cuenta que lo que se busca es que la solución aportada dentro del volumen auxiliar sea la correcta. En principio cabe pensar que si en el resto del dominio la solución no es buena, esto tendrá influencia en la zona de interés y provocará un error.

Para contrastar este problema que el modelo puede incluir se modificará la malla en la estela, incluyendo otro volumen auxiliar a popa del ya generado con un tamaño de malla pequeño (30 mm.), pero sin llegar al refinamiento de la malla más fina. El modelo se volverá a correr con esta modificación y se verificará si los resultados obtenidos dentro de la zona de interés permanecen constantes o se ven alterados.

La malla en el nuevo modelo queda como se indica en la siguiente figura.

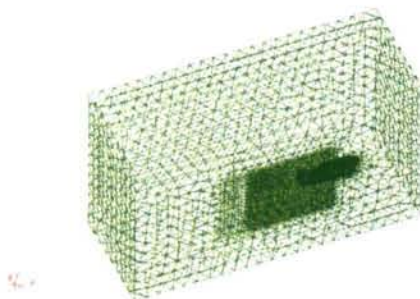
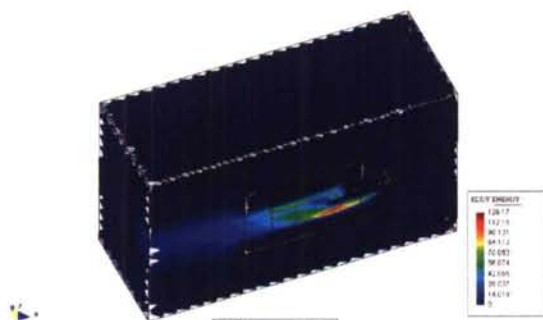


Fig (10.6)

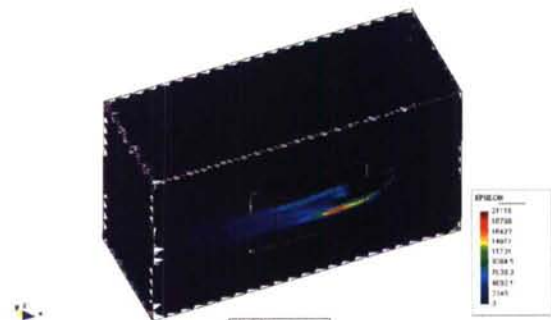
Vista de la nueva malla.

En la parte de popa del volumen auxiliar primitivo se ve una batería de elementos de 30 mm. El volumen que ocupa esta zona de malla nueva viene dado como una continuación del volumen auxiliar primitivo 200 mm. a popa.

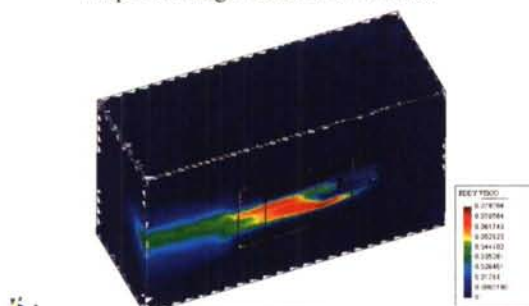
Con esta nueva malla los resultados obtenidos son los siguientes:



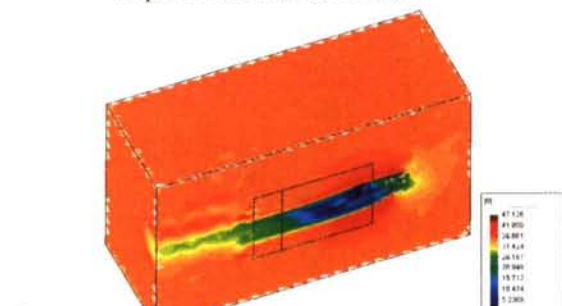
Mapa de energía cinética turbulenta.



Mapa de viscosidad turbulenta.



Mapa de epsilon.



Mapa del módulo de velocidad.



Los mapas tanto dentro como fuera del volumen auxiliar primitivo son bastante similares, especialmente dentro del mismo. No obstante, y a modo de comprobación, se dan los resultados finales de las fuerzas obtenidas en cada uno de los casos en el siguiente cuadro:

Cuadro resumen de fuerzas obtenidas según el eje x (Newtons)			
Caso corrido	Fuerza de presión	Fuerza viscosa	Resistencia total
1 volumen auxiliar	8.97865	0.176509	9.155159
2 volúmenes auxiliares	8.90169	0.173996	9.075686
Diferencia	0.07696	0.002513	0.079473
Error (%)	0.86 %	1.42 %	0.87 %

Si se tiene que:

- El área transversal expuesta de la maqueta es de  $0.115 \text{ m}^2$ .
- La velocidad se ha impuesto de  $35 \text{ m/s}$ .
- La densidad del aire se ha considerado de  $1.17 \text{ kg/m}^3$ .

se obtiene un Coeficiente de resistencia de:

$$C_D = \frac{D}{\frac{1}{2} \rho A u^2} = 0.111$$

Así pues, a la vista de estos resultados se tomará el primer modelo como el más adecuado, debido a su mayor simplicidad y a su precisión, que se estima suficiente en la zona de interés. El segundo modelo presenta el inconveniente de que desde el punto de vista de cálculo es más costoso, de modo que para sucesivos cálculos se adoptará el primer modelo.

Se tratará también de encontrar a modo de comprobación el número de Strouhal para el modelo y compararlo con el de un cilindro a igualdad de números de Reynolds.

Como se ha visto, en el caso del modelo,  $R_n = 1.09 \cdot 10^6$ . Para este  $R_n$  se obtiene en el caso del cilindro  $St = 0.225$ , [35].

En el caso del modelo se conseguirá el  $St$  considerando la frecuencia obtenida en los armónicos de los diagramas de fuerzas de presión. Si se levanta este diagrama en el tiempo se obtiene lo siguiente:





Las dimensiones características de la maqueta son las siguientes:

- En manga 280 mm.
- En puntal 230 mm.

Se tomará la media como dimensión característica.  $D = 0.255$  m.

El periodo de cada ciclo son 0.03 s. (téngase en cuenta que la zona de la convergencia es el final de la gráfica), y la velocidad son 35 m/s.

Con esto se obtiene que  $St = f \frac{D}{u} = 33.3 \frac{0.255}{35} = 0.243$

En principio parece un valor más que aceptable. No obstante sobre este valor se ha de tener en cuenta que la condición de contorno de simetría (Br-Er) puede introducir errores en el valor del St. Como se puede comprobar el periodo se toma con el primer armónico (más indicativo).

Finalizada esta parte del trabajo se ha procedido a realizar la comparación entre resultados numéricos y experimentales. Claramente había diferencias notables entre unos mapas y otros, tal y como se muestra en el anexo de resultados.

Es por esto que se ha optado por cambiar la malla, al ser muy grosera para ser capaz de modelizar el flujo. Para ilustrar esto se presenta la figura (11.6) en la que se ve que claramente la definición de la malla influye en los resultados obtenidos sobre el casco.

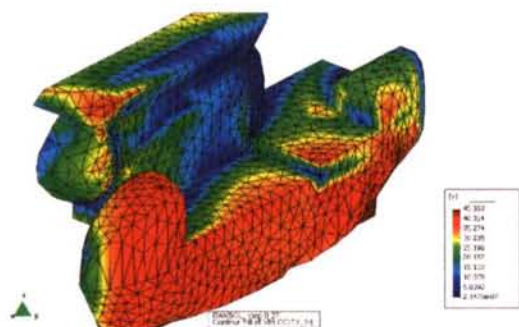


Fig (11.6)

Mapa del módulo de la velocidad sobre el casco y discretización.

En la zona de la pared vertical de la cabina se observa cómo la velocidad sigue la estructura de la malla (lengua en verde).

De la misma manera se observa la influencia en el techo de la cabina, así como en el casco a la altura del escalón de cubierta.

Claramente la discretización es muy grosera.

No obstante, también se ha de tener en cuenta que no se puede incrementar la malla demasiado por cuestiones puramente computacionales, ya que la implicación de incrementar los nodos es clara en cuanto a tiempo de cálculo. Este condicionante está directamente ligado a que el CFD sea utilizable mediante un PC.

Para incrementar la malla en la zona de interés y no subir demasiado el número de nodos se ha optado por definir una malla más fina en el casco, bajando el tamaño de malla en esta zona hasta 4 mm. (la relación de subida del número de nodos es mucho menor al bajar el tamaño de malla en una superficie que en un volumen).

Como se puede observar en el anexo de resultados hay una mejora muy clara en cuanto a los resultados obtenidos al bajar el tamaño de malla. También, en apartado siguiente, se puede ver que el mapa de velocidades en el casco cambia sustancialmente con respecto al de la figura (11.6). La velocidad se uniformiza bastante y deja de depender de la malla.

El nuevo modelo con la nueva malla en el casco produce otros problemas en la solución; en los puntos de intersección entre el tejado de la cabina y las semiesferas de proa y popa de cierre aparecen singularidades. Dichas singularidades se manifiestan en forma de altas velocidades y altas presiones en proa y bajas en popa, figura (12.6).



Fig (12.6)  
Mapa del módulo de la velocidad en el plano de crujía.

Las velocidades en la zona de popa alcanzan los 180 m/s. y en la de proa los 100 m/s. En estas zonas la geometría tiene una complejidad tal que no es fácil realizar la modelización. Viendo el mapa un poco más de cerca se desprende que el problema está en la arista de intersección de la semiesfera con el techo de la cabina. La condición de contorno impuesta en esa arista es la natural, es decir, que la velocidad siga la dirección de la arista. Si bien es cierto que se han tratado de cambiar las condiciones de contorno en estas aristas para obtener una solución más creíble, no se ha conseguido mejorar la



solución propuesta. La explicación más aceptable es que el tamaño de malla puede estar jugando un papel importante en esta zona, no por la relación de aspecto de los elementos, que ha sido revisada, pero sí por el tamaño en sí que puede ser demasiado grande e inestabilizar el flujo en esa zona.

El mapa de presión que se ha obtenido está acorde con los comentarios realizados y es el siguiente, figura (13.6):

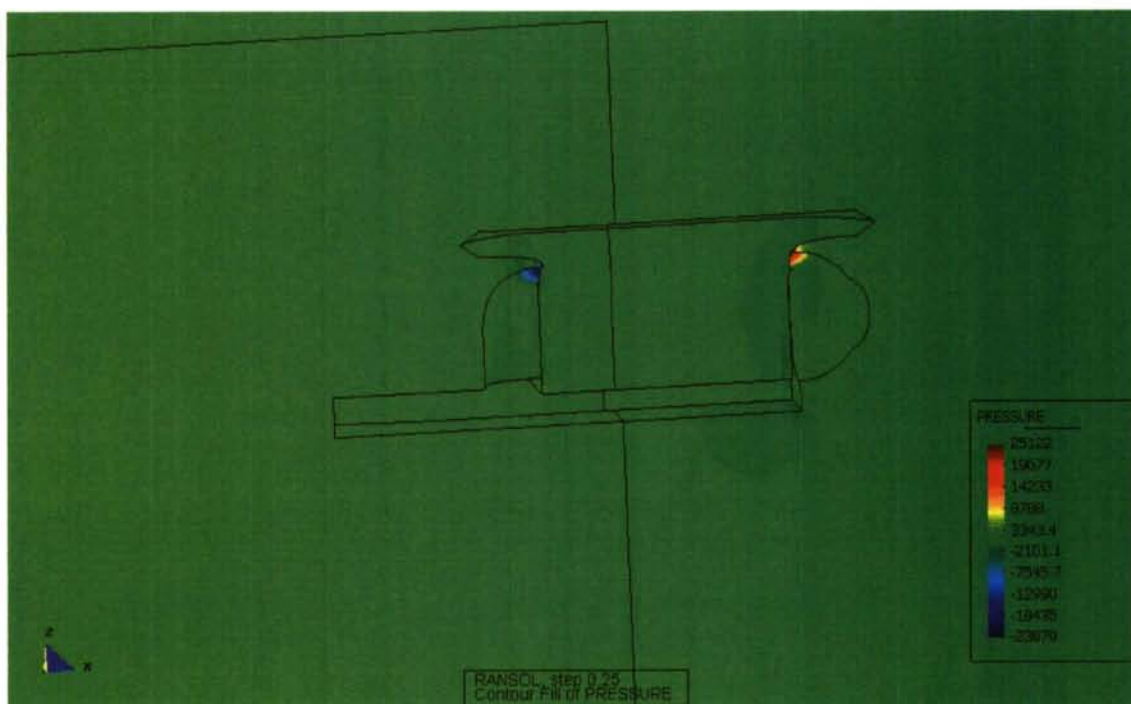


Fig (13.6)

Mapa de presión en el plano de crujía.

Claramente los valores en las zonas comentadas no son creíbles.

Los mapas de turbulencia presentan los mismos problemas en las zonas señaladas.

Las imperfecciones que se han comentado hasta ahora, en este nuevo modelo, pueden hacer pensar que funcione peor que el modelo de malla más gruesa, pero lejos de esto la comparación entre resultados numéricos y experimentales mejora sustancialmente como se puede ver en el anexo de resultados.

Esto puede explicarse teniendo en cuenta lo siguiente:

- No necesita justificación que una malla más fina da más precisión en los resultados obtenidos.
- El mapa de la malla anterior incluía un efecto numérico enormemente difusivo, con lo cual las fuentes de inestabilidades se veían atenuadas y los picos que ahora salen a la luz antes ni siquiera eran considerados.
- Aunque no es creíble que las presiones alcancen los picos que la solución impone, sí es cierto que en esas zonas habrá unas presiones muy marcadas. Tanto es así que en cualquier otro caso unas presiones tan altas en puntos tan



concretos provocarían una inestabilidad en todo el problema que impedirían la convergencia final de la solución, que sí se ha obtenido.

- Los resultados experimentales se han obtenido relativamente alejados de estas zonas problemáticas. Esto supone que si el efecto del error en la solución de estas aristas no se propaga demasiado, en la zona de comparación los efectos de estos picos pueden no apreciarse.
- La malla adoptada en el casco es de 4 mm. y en el volumen de control auxiliar es de 14 mm. Esto supone que la solución tendrá una componente claramente difusiva, con lo que se puede afirmar que las fuentes de inestabilidad se verán atenuadas.

Se ha de dejar bien claro que la malla en la estela es más grosera que la que sería necesaria para simular bien el comportamiento del aire. No obstante se tomará como buena a la vista de que los resultados parecen bastante buenos, teniendo en cuenta la difusión numérica. Por otro lado, en la zona más cercana al casco, el efecto de la difusión se ve aminorado por el hecho de que la malla es más fina, ya que los tamaños de malla se van cambiando de manera gradual.

En la zona de la estela de la cabina (CORTE 2) se ha de tener en cuenta también la divergencia en la geometría entre el modelo numérico y el experimental.

Se ha procedido, como se explica en el anexo de resultados, modificando los parámetros de la turbulencia. Con la ley de pared también se han hecho diferentes pruebas, y los resultados finales obtenidos se presentan en el apartado siguiente. Con respecto a los mapas que presentan picos, los máximos y los mínimos de la escala de colores se han modificado para poder apreciar los gradientes respectivos.

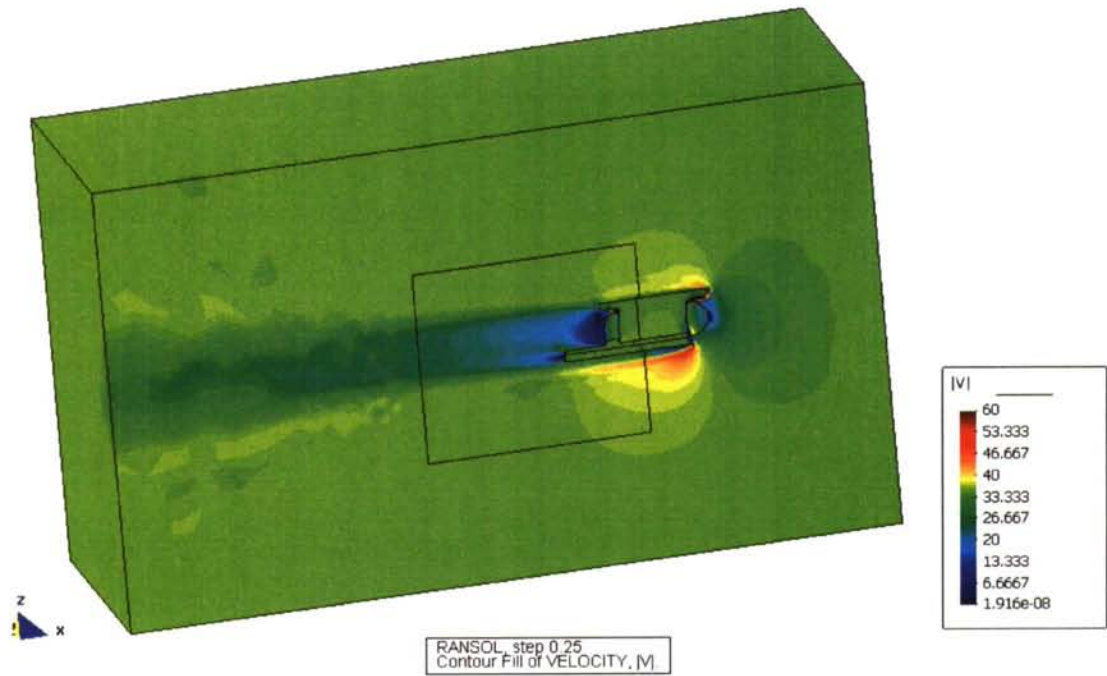
## Resultados

Los resultados se presentan con figuras relativamente grandes para poder visualizar con claridad los mapas correspondientes y hacer los comentarios oportunos.

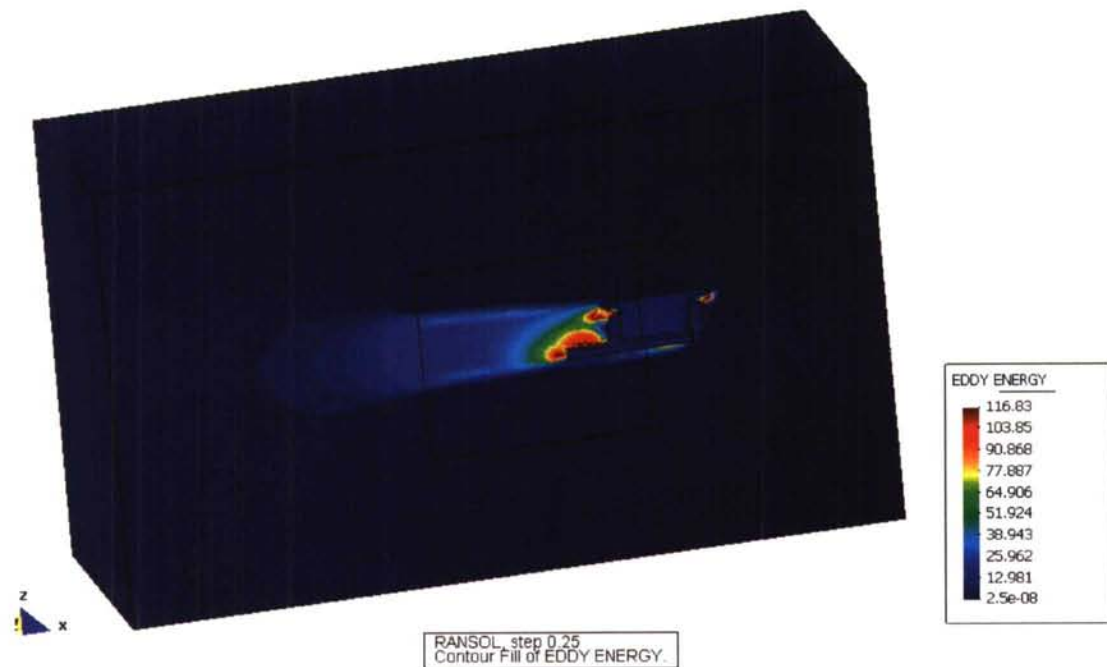
En primer lugar se presentan los resultados obtenidos en el volumen de control genérico (aspecto en el plano de simetría) y posteriormente se presentan los detalles en la superficie del casco.



Parece claro que desde el punto de vista de presión las condiciones de contorno se adecuan bastante bien a la solución del problema. Además el mapa de presiones en general presenta unos picos razonables, tanto desde el punto de vista de remansos como de vacíos (excepto las salvedades comentadas). Las presiones de remanso presentan valores aceptables.



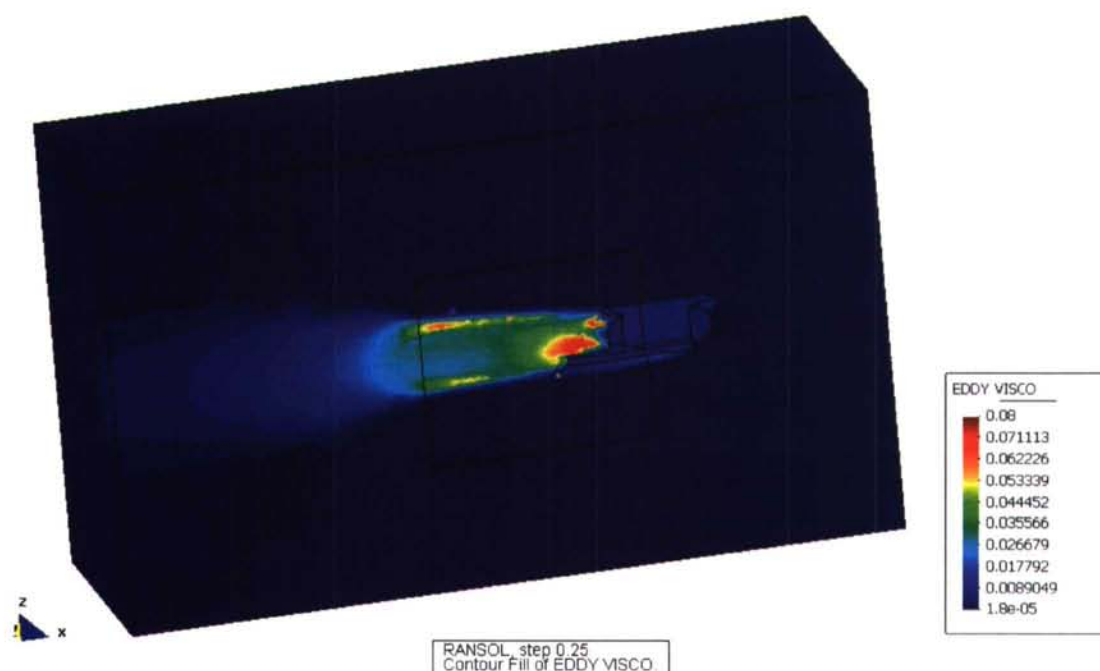
Con respecto al mapa de velocidades, se puede observar que en el volumen de control genérico su aspecto es irregular (se ha de tener en cuenta que el tamaño de malla es 1/5 de la eslora del modelo). La solución aparece bastante más nítida y clara en la zona del volumen de control auxiliar. En el borde de ataque del patín, bajo la semiesfera de proa, aparece una zona de velocidades acusadas y de desprendimiento. Es bastante lógico, así como los gradientes que se observan en la zona fuerte de la estela. No obstante la validez se ha comprobado mediante la comparación con los resultados experimentales.



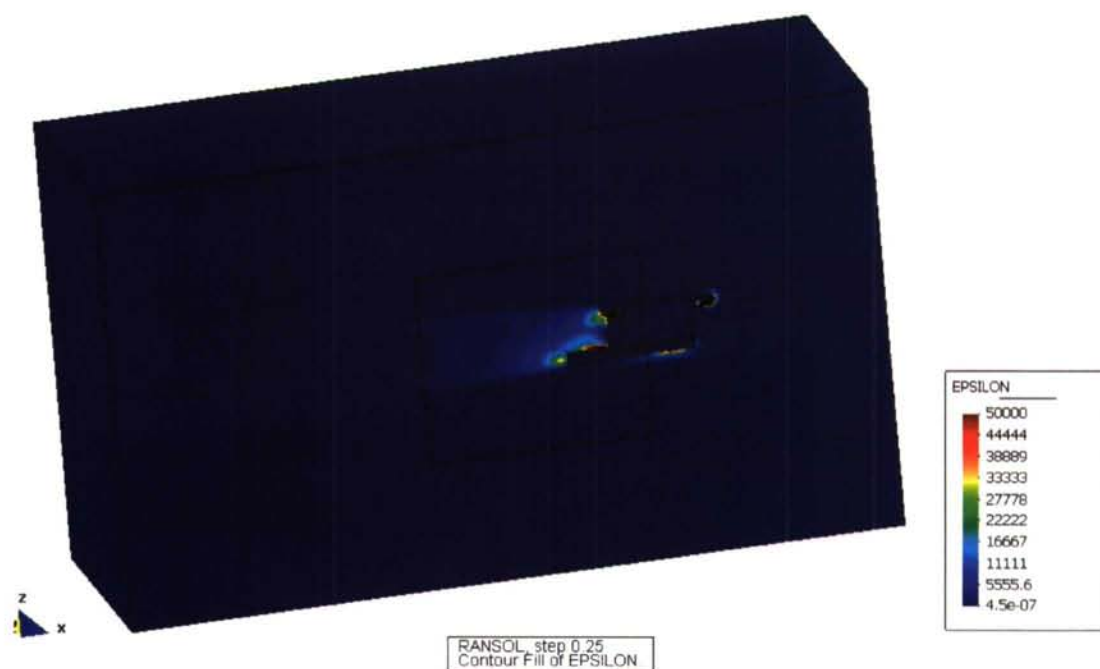
Como se puede observar los resultados de valores de energía cinética turbulenta parecen a priori demasiado altos. Valores normales del pico de este mapa están en torno a  $10 \text{ m}^2/\text{s}^2$ . No obstante debido a las dificultades y complejidad de la geometría utilizada se admitirán como buenos, teniendo en cuenta que al comparar con resultados



experimentales los valores salen del mismo orden. Valores de  $k$  mayores se dan en zonas donde la longitud de mezcla se incrementa (zona de popa), al incrementarse el tamaño de los vórtices. Suficientemente aguas abajo la solución se vuelve a atenuar.

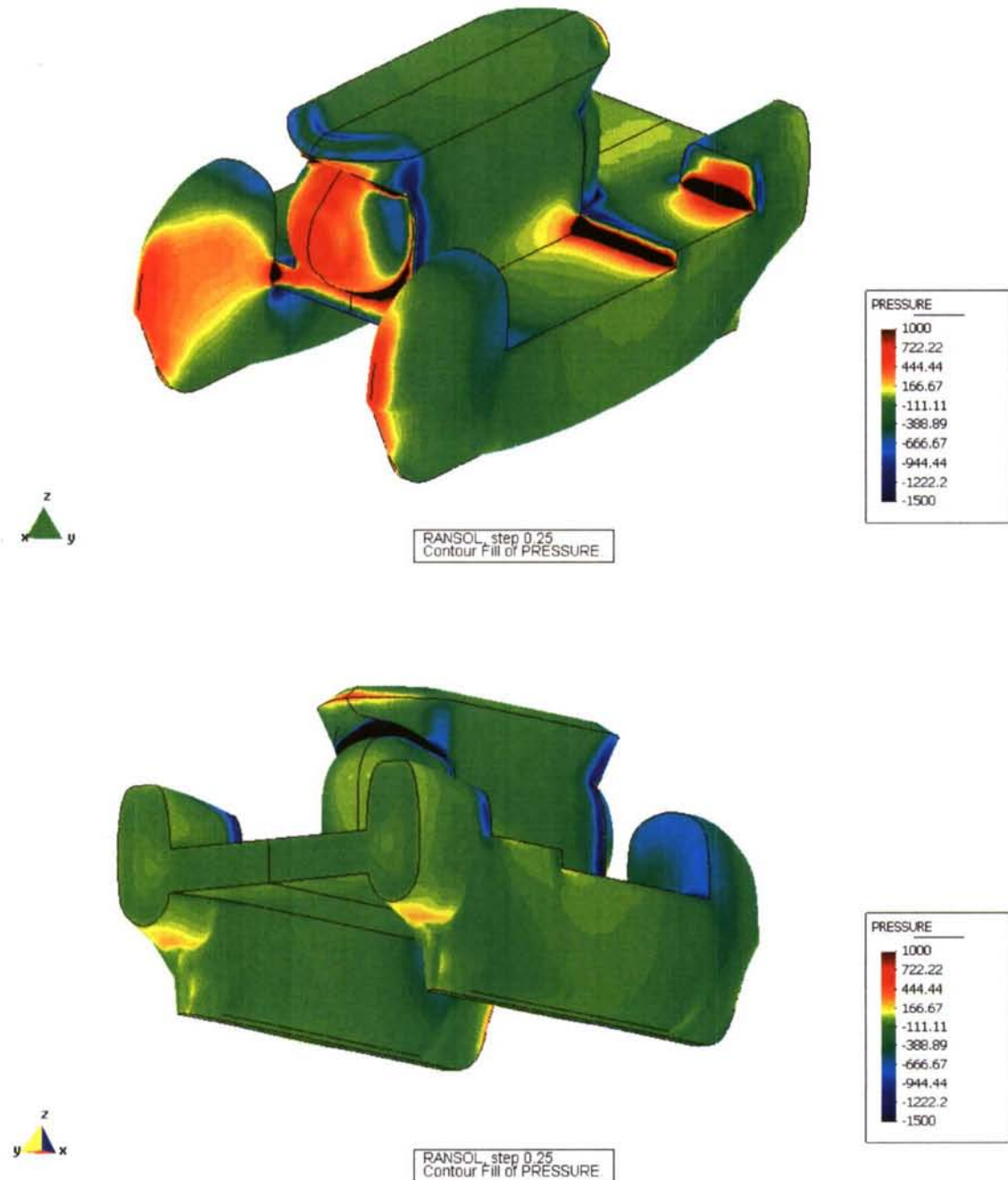


Con respecto al máximo del valor de la viscosidad turbulenta se puede hacer el mismo comentario que el anterior. Si bien es cierto que lo consistente es que una vez que una de las magnitudes turbulentas sale elevada, las otras se han de incrementar en torno al mismo orden. Valores normales de la viscosidad turbulenta se sitúan en torno a  $0.01 - 0.02 \text{ m}^2/\text{s}$ .



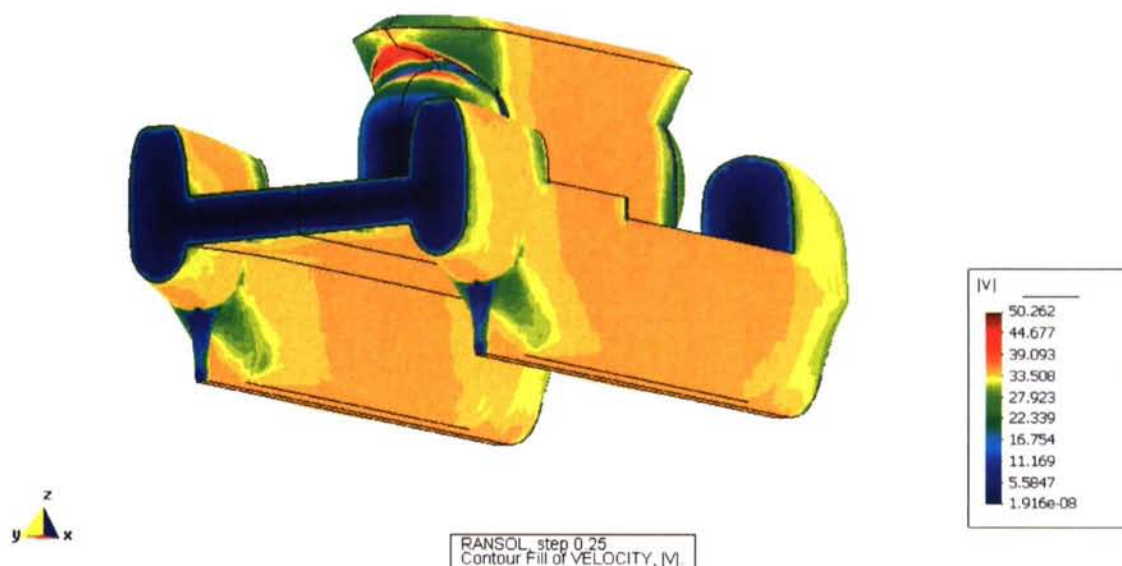
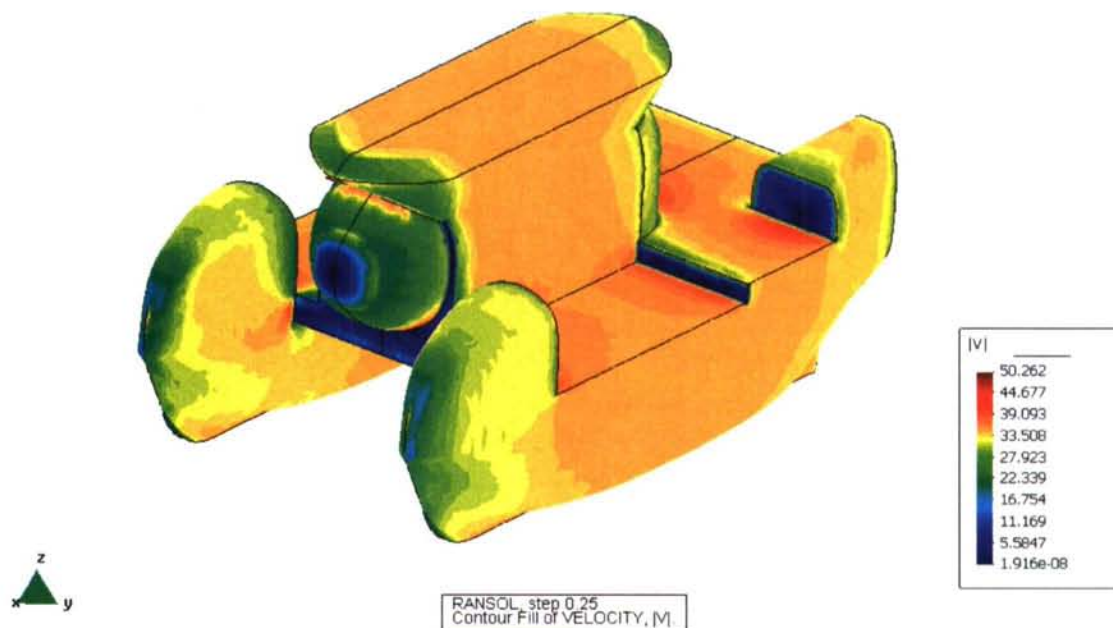
Exactamente lo mismo pasa con los valores de epsilon. Valores normales del máximo de este mapa están en torno a  $600 - 800 \text{ m}^2/\text{s}^3$ .

A continuación se presenta una batería de resultados sobre la superficie de la maqueta. Los valores extremos presentados en los mapas comprenden los máximos y mínimos en la superficie, salvo en los mapas de presión siguientes:



Los picos de presión que se obtienen en la cabina son los mismos que se obtienen en todo el volumen de control. Los comentarios con respecto a la validez de los resultados se centran en el estudio del remanso, así como en el aspecto general de los mismos. Se obvian los comentarios del apartado anterior con respecto a los picos bajo el techo de la cabina.

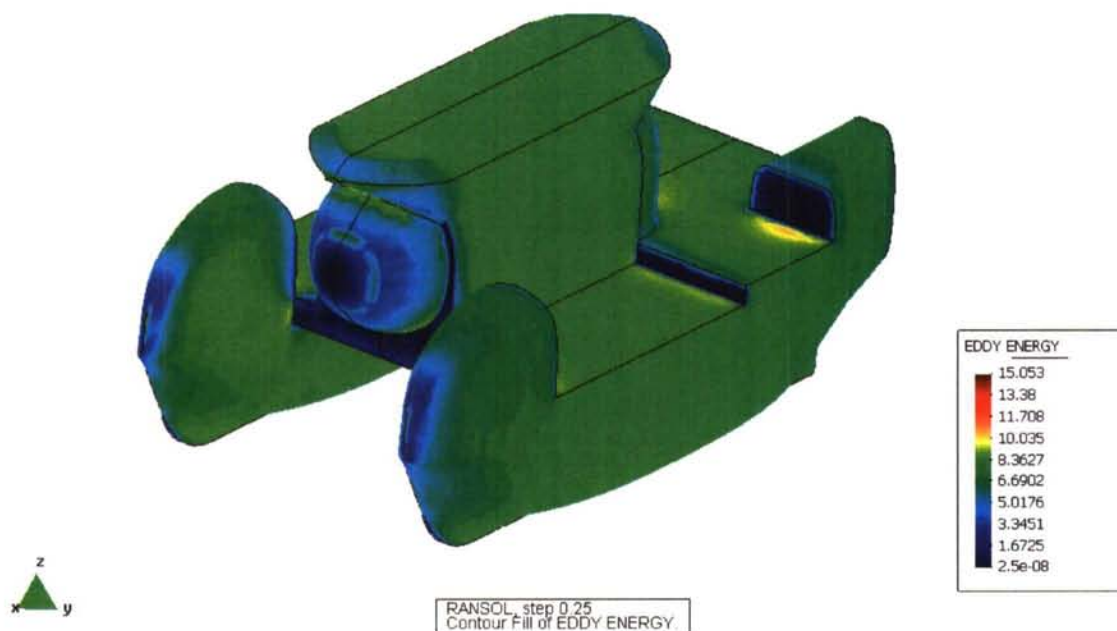
Además, en este mapa se puede observar otra arista fuente de inestabilidades, como es la del escalón del patín. En el proceso de convergencia se ha mantenido una especial atención en los valores obtenidos en esta zona. En su momento esta arista ha dado problemas de inestabilidades. Los valores más altos de la presión en el escalón se dan en la arista, y no alcanzan los 3500 Pa. Es un valor alto pero no genera problemas en la estela.



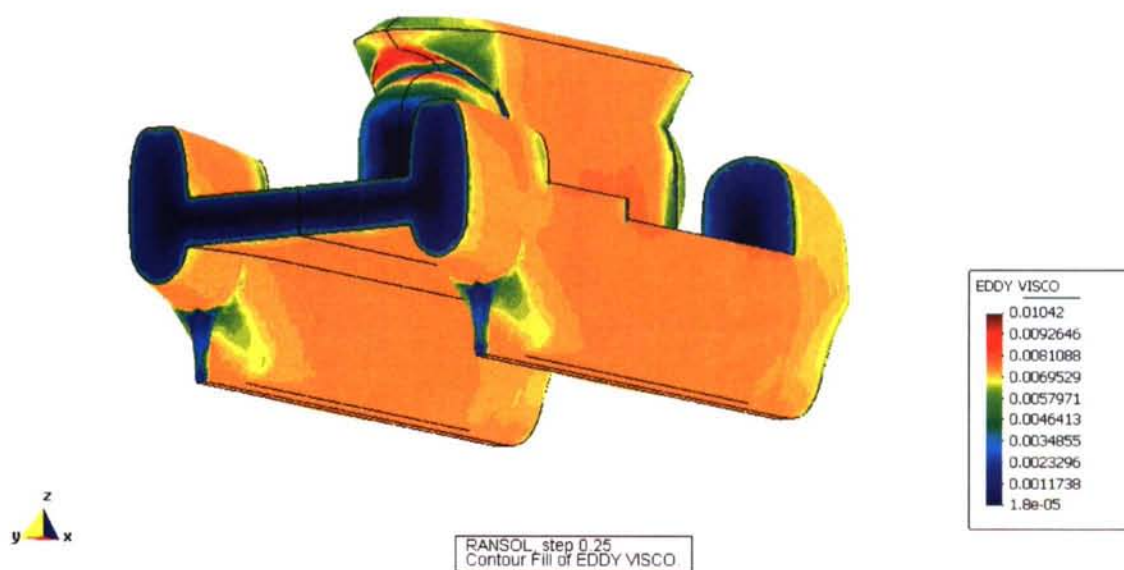
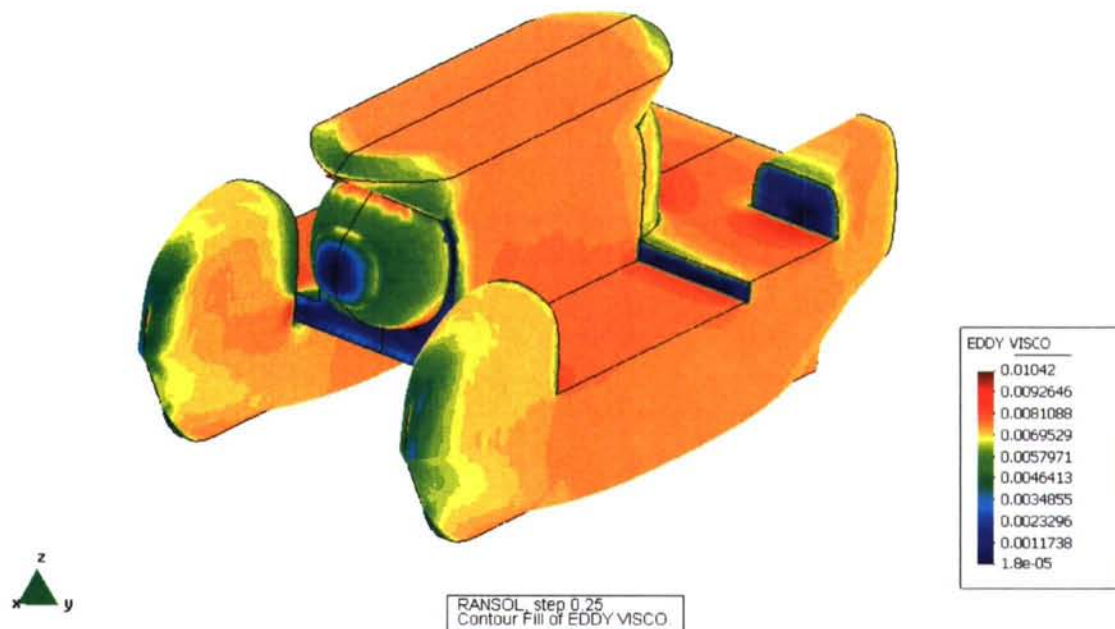
Con respecto al mapa de velocidades se puede observar algo parecido a lo visto en el mapa de presiones. Posible disparo de valores en aristas, tanto en los tanques estabilizadores como en el saltillo del patín.



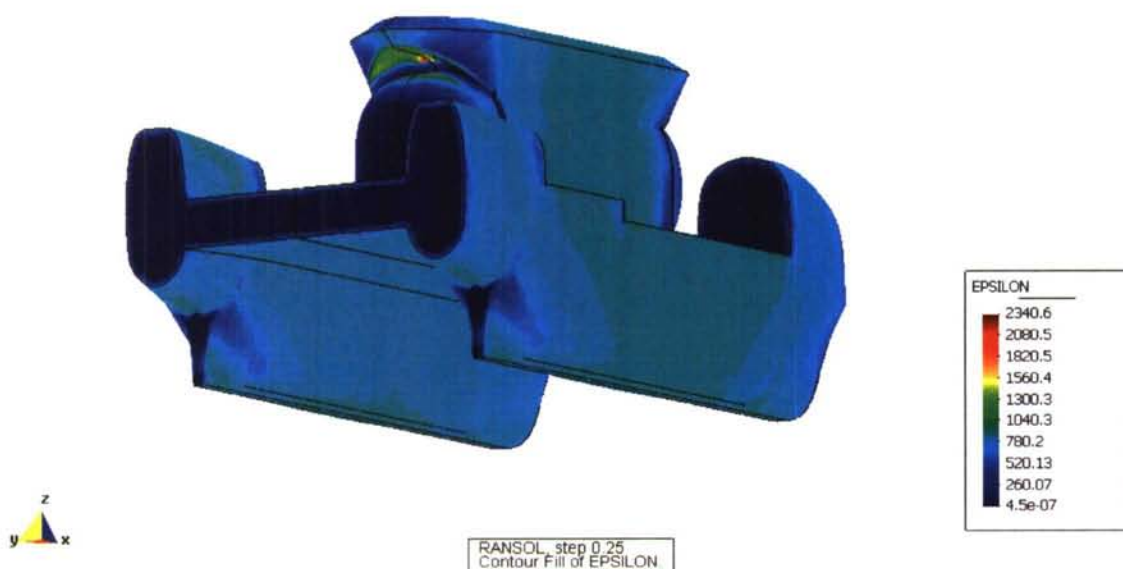
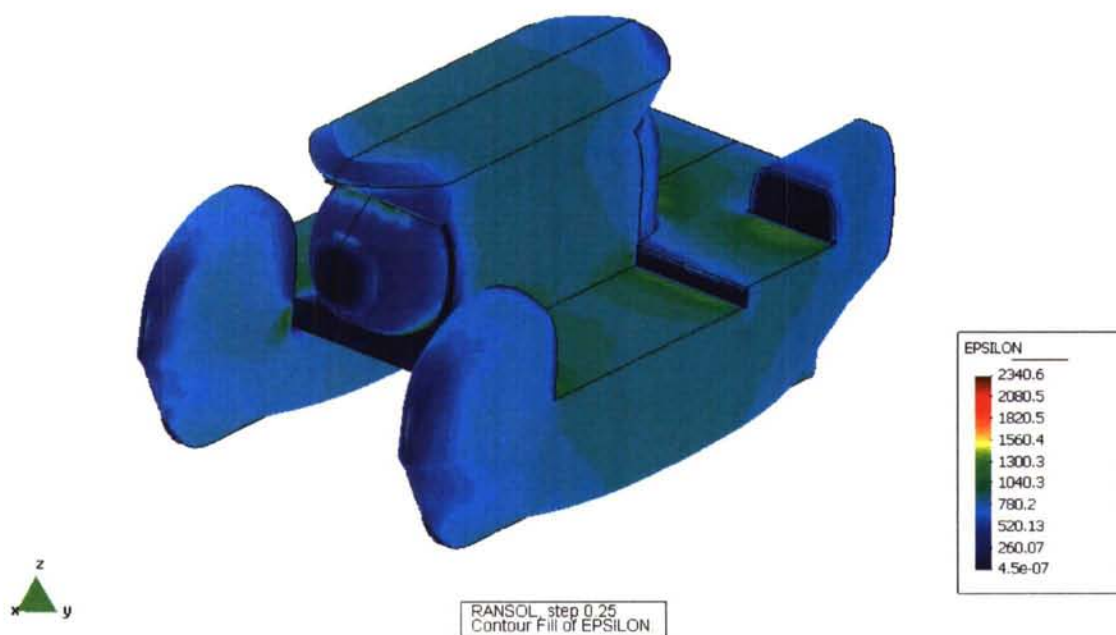
Por el resto los valores de velocidad mantienen una coherencia, tanto en posibles zonas de remansos como en la estela.



La energía cinética turbulenta presenta un valor en torno al casco más habitual. En torno a  $10 \text{ m}^2/\text{s}^2$ . En general la energía cinética turbulenta es mayor en cuanto el gradiente transversal de velocidades y la longitud de mezcla se incrementa. (Prandtl)



La viscosidad turbulenta asume, en torno al casco, valores más bajos que en la zona de la estela. No obstante siguen siendo un poco más altos que los normales comentados anteriormente.



Los valores de  $\varepsilon$  en el casco se pueden considerar normales, si bien es cierto que siguen siendo un poco altos. Evidentemente se les puede aplicar, desde el punto de vista de coherencia, los mismos comentarios que los realizados para las otras dos magnitudes turbulentas.

Cabe entonces, de un modo general, comentar que si bien los valores de las magnitudes turbulentas obtenidos en torno al casco son normales y aguas abajo pero dentro de la zona fuerte de la estela se disparan, es posible que sea el efecto de un vehículo que guarda un aero-hidrodinamismo bastante particular. Como se ha comentado anteriormente el artefacto no está optimizado desde un punto de vista dinámico. Es por esto que los resultados obtenidos en casos normales pueden no ser comparables a los obtenidos en este caso. De hecho no lo son.



Esto que en principio puede parecer un inconveniente se transforma en una ventaja dado que las geometrías complejas darán un grado de validez mayor al trabajo realizado.

A modo de comprobación de resultados se calculará el coeficiente de resistencia al avance y el número de Strouhal.

Se obtiene un Coeficiente de resistencia de:

$$C_D = \frac{D}{\frac{1}{2} \rho A u^2} = 0.212$$

Y un número de Strouhal:



El periodo de cada ciclo son 0.02 s.

Con esto se obtiene que  $St = f \frac{D}{u} = 50.0 \frac{0.255}{35} = 0.364$

Que parece un valor aceptable.

El valor de  $C_D$  parece más aceptable en este nuevo modelo que en el anterior, ya que el anterior, en comparación con el cilindro,  $C_D = 0.33$  [36], era demasiado bajo.

El valor del  $St$  ahora sale más alto, como era de esperar. Al refinar la malla la solución se atenúa menos y es capaz de captar oscilaciones más pequeñas. Este valor es aceptable, teniendo en cuenta que para un cilindro al mismo régimen  $St = 0.225$ , [35].

## Comparación de resultados numéricos y experimentales

Las comparativas que aquí se realizan muestran el mapa experimental en la parte baja de la imagen, siendo este el rectángulo pequeño. En los CORTES 1 y 2 el mapa experimental se presenta especularmente al plano de simetría central del submarino. La parte numérica que le corresponde está a la misma altura y distancia del plano de crujía, pero en la parte superior de la imagen.

Con respecto al CORTE 3 se presentan dos zonas recuadradas, la superior se corresponde con el mapa numérico, mientras que la inferior se corresponde con el mapa experimental en la misma zona.

Como aclaración de la orientación y montaje de los cortes experimentales tal y como se muestran en las comparativas se presenta la siguiente figura:

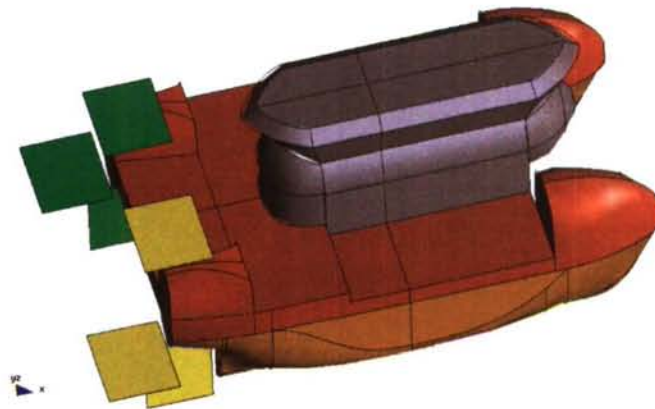


Fig (14.6)  
Planos de comparación: numérico (verde) - experimental (amarillo)

Los planos amarillos representan los resultados experimentales medidos, mientras que los planos verdes representan las zonas análogas de resultados numéricos. Las imágenes de la comparativa en los cortes 1 y 2 están en planta desde arriba y con la proa a la derecha.

Exactamente igual se ha de interpretar el anexo de resultados, en el que se presentan el resto de los casos corridos.

Las comparativas del corte 3 se realizan con el modelo de perfil pero con una inclinación que permita visualizar la parte numérica.

El caso expuesto aquí se corresponde con el último de los presentados en el anexo de resultados. Se corresponde con el llamado caso 8, que se ha corrido con:

Malla de 133624 nodos.

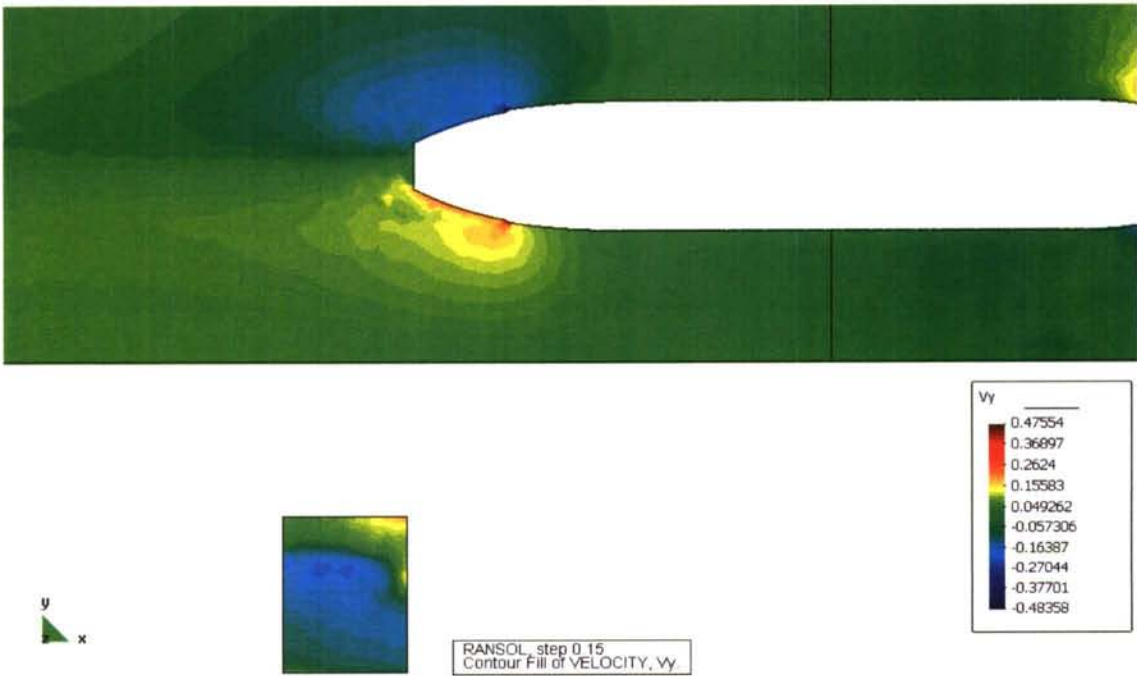
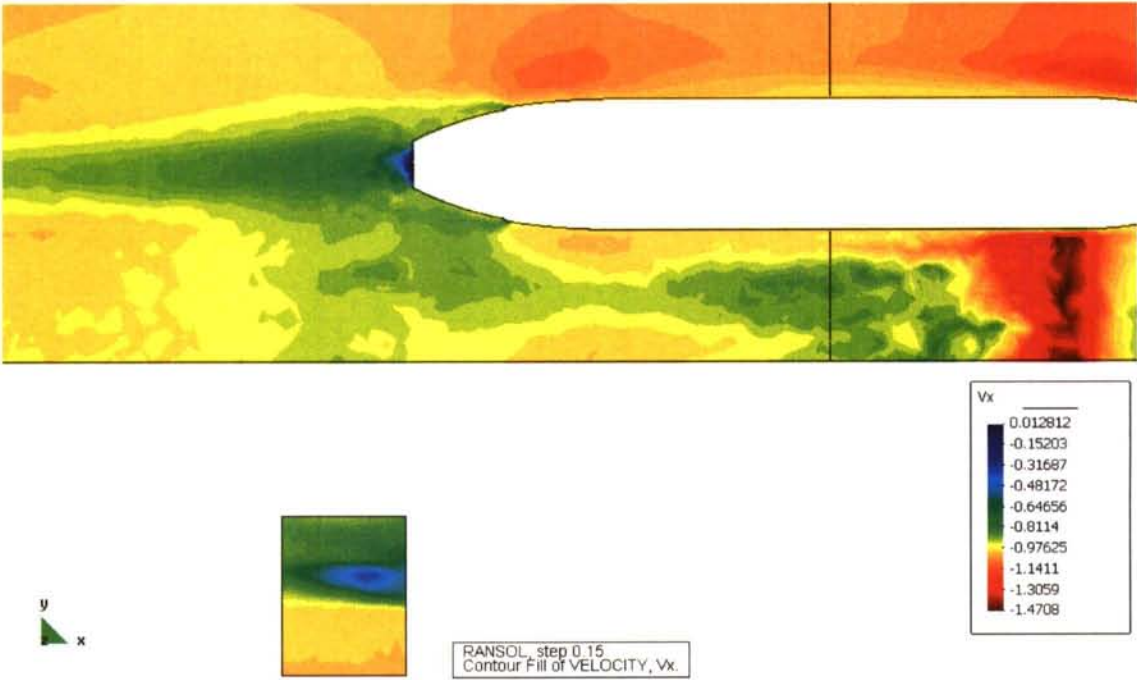
Los parámetros de turbulencia fijan en:

$$2.5e-8 < k < 116.83$$

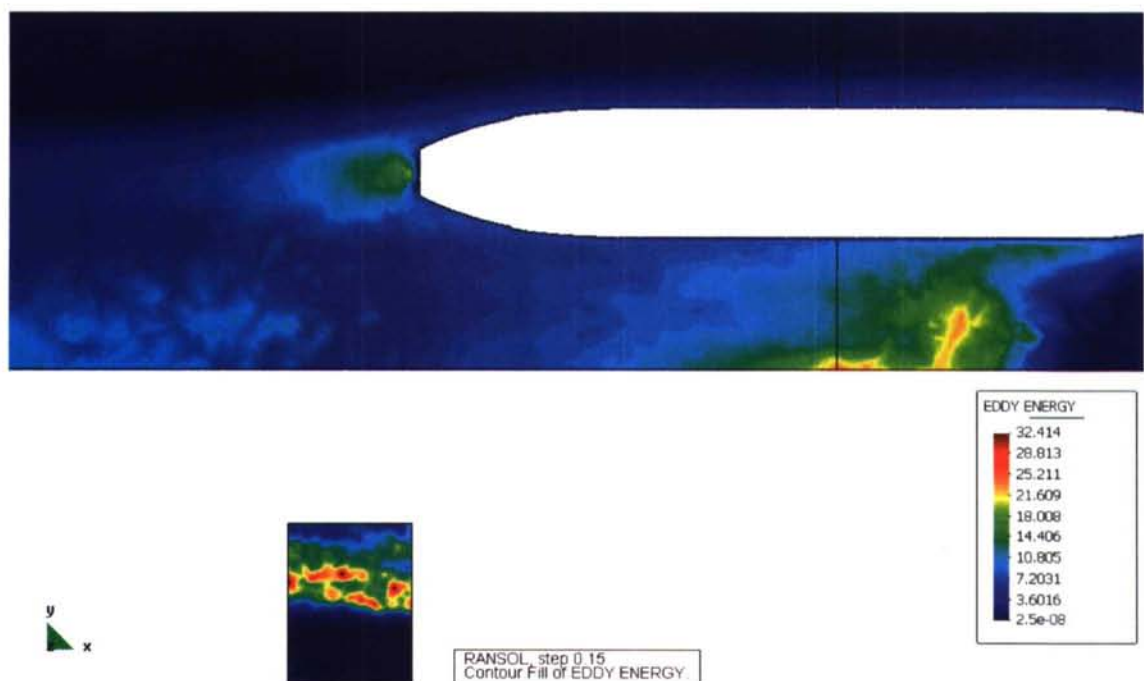
$$4.5e-7 < \varepsilon < 179530$$

$$1.8e-5 < \nu_T < 0.18869$$

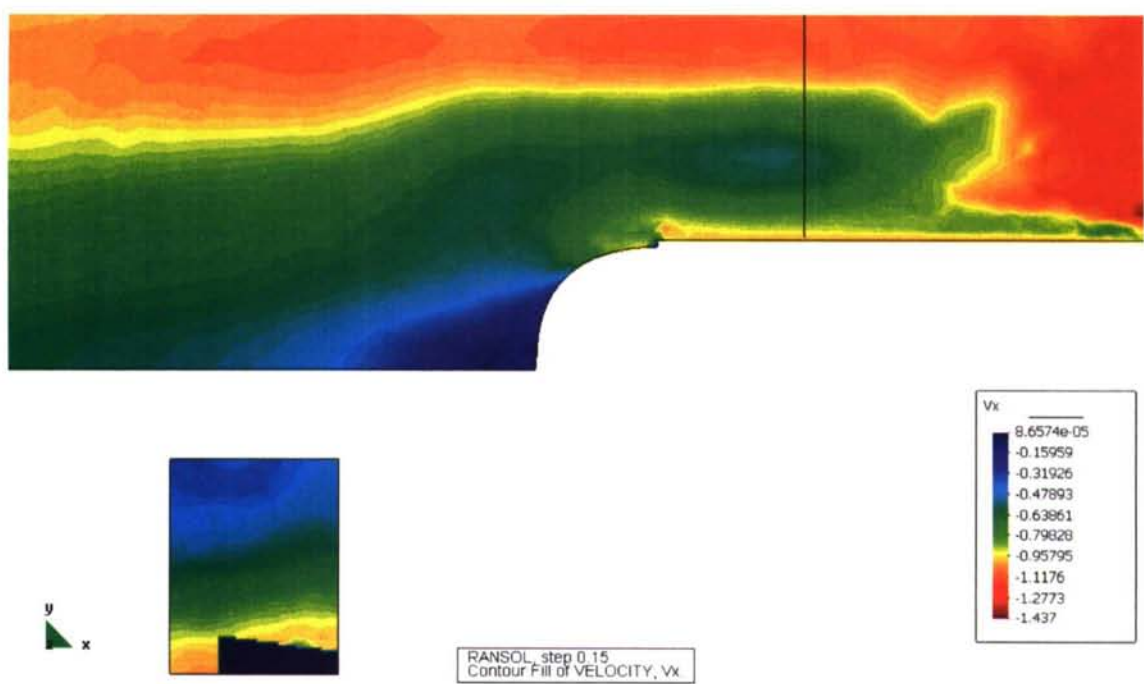
CORTE 1

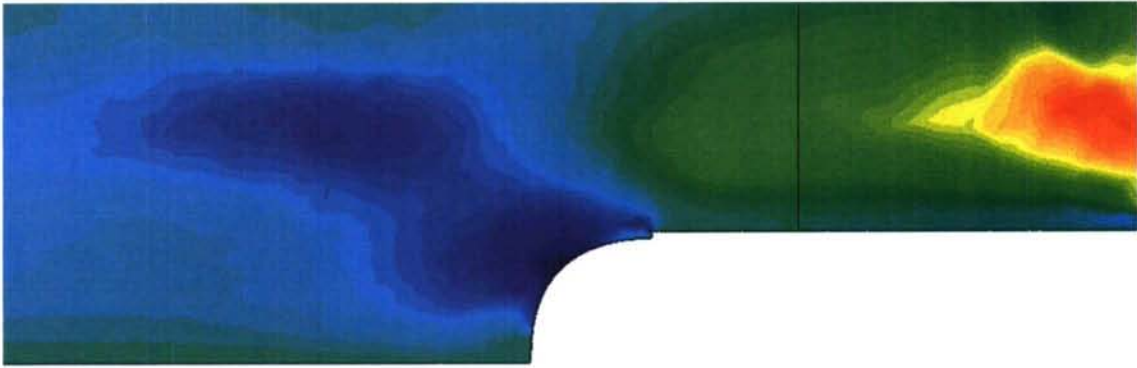






CORTE 2

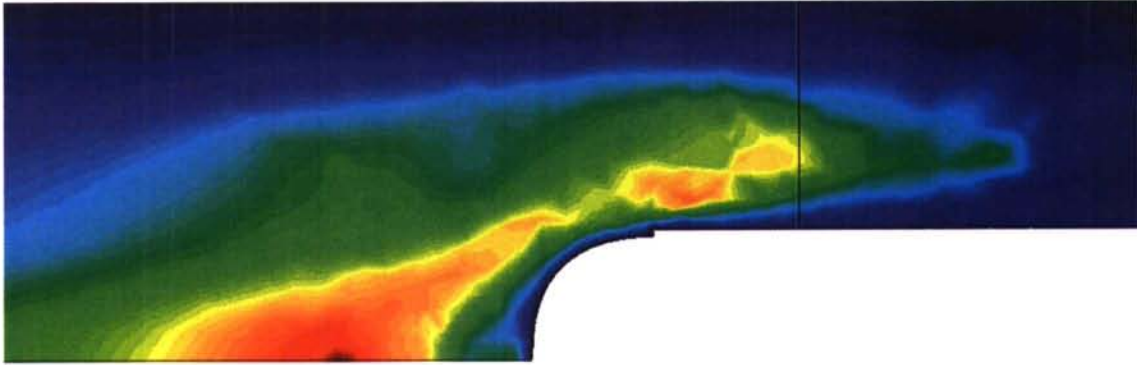
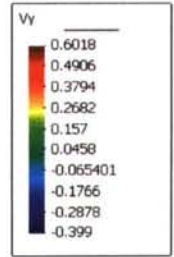




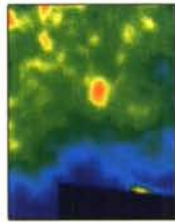
y  
x



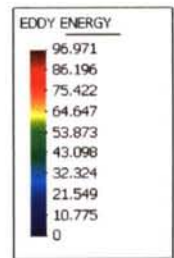
RANSOL, step 0.15  
Contour Fill of VELOCITY,  $V_y$ .



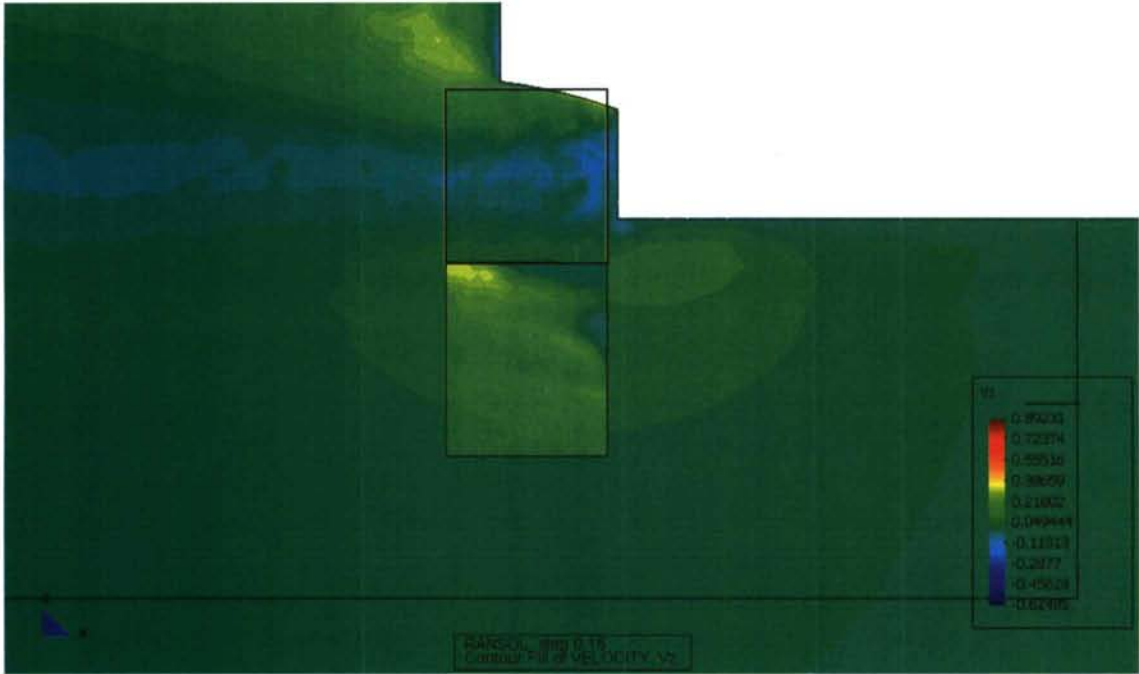
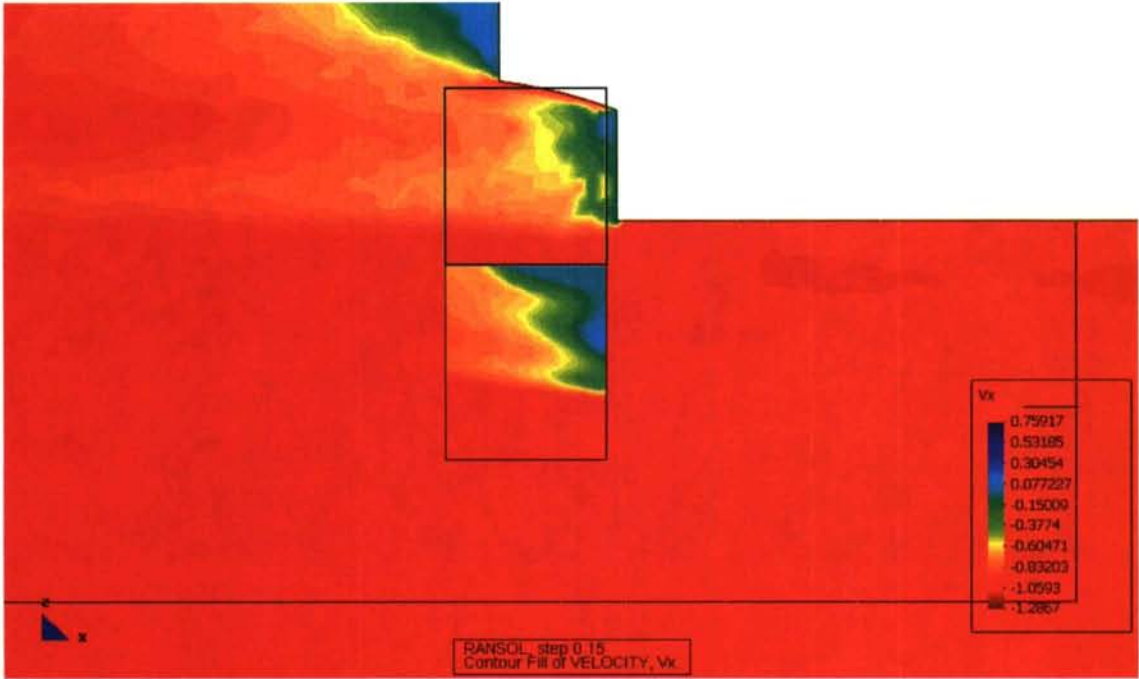
y  
x



RANSOL, step 0.15  
Contour Fill of EDDY ENERGY



CORTE 3







Para poder interpretar bien las comparaciones entre numérico y experimental en el caso del PROTECAS se han de tener en cuenta varios puntos:

- En la comparación de los mapas de  $k$  en las zona separada aguas abajo del modelo se ha de tener en cuenta que la difusión impera porque la malla se va haciendo de 14 mm.
- Los mapas de  $k$  están calculados a partir de considerar que las componentes  $\overline{v'v'}$  y  $\overline{w'w'}$  son las mismas con la misma distribución espacial. En su momento ya se ha comentado que esto es falso aunque la tendencia sea correcta. Es por esto que la comparación de los mapas de  $k$  se han de hacer observando únicamente la tendencia y no los picos, sobre todo aguas abajo de la pared.
- En la parte numérica los campos de velocidad tienen una componente difusiva debida a un mallado grosero. Esto se observa en las figuras anteriores de manera clara. Para tener en cuenta este efecto y considerar que no es un error del código, se ha de comparar considerando hasta dónde se podría mejorar con una malla más fina.
- Independientemente de la difusión, la malla no podrá simular más allá de de la separación entre nodos. A la vista de los resultados numéricos queda claro que hay zonas donde la malla representa resultados válidos en los nodos, pero en la zona intermedia interpola. A veces en ciertos mapas en las zonas internodales falta definición de la solución, pero claramente es achacable a la malla.

Por todo lo anterior, y sin haber visto las imágenes se podría concluir que las diferencias entre numérico y experimental son sustanciosas. No obstante no lo son porque el modelo ha simulado bastante bien el caso real, aun con una malla excesivamente grosera.

Además hay una tendencia muy positiva de mejora de los resultados con una malla más fina. Por lo tanto lo que limita el método no es la base teórica sino la potencia de cálculo de la máquina. Como uno de los condicionantes de diseño es que el código se corra en un PC el modelo se admite como bueno.

En base a lo anterior se ha de resaltar que la mejora de los resultados, entre los primeros casos y el final, es evidente. El proceso seguido para la mejora se puede ver en el anexo de resultados y ha constado de los pasos siguientes:

- Optimización de la ley de pared.
- Optimización de los parámetros de la turbulencia.
- Modificación de la malla (esfuerzo computacional).

Como se ha explicado anteriormente la mejora más sustanciosa la ha producido el último punto. Por este motivo y también en base a las conclusiones de la calibración se concluye que el modelo puede incrementar su precisión y será tanto mejor cuanto más potencia de cálculo utilice.

No obstante y teniendo en cuenta todo lo comentado se concluye que desde un punto de vista práctico los resultados numéricos son válidos, con una precisión más que aceptable y utilizables para conocer el resto de la estela, teniendo claras las limitaciones del método.

## **CONCLUSIONES**



## Conclusiones

La conclusión principal, a la vista de los resultados, es que se ha conseguido la calibración del modelo de turbulencia  $k - \varepsilon$  estándar para los dos casos analizados.

Como se puede constatar el proceso de calibración ha sido muy laborioso. No se pretende aquí hacer hincapié en la labor realizada, pero sí en el esfuerzo computacional y experimental llevado a cabo.

Es por esto que las conclusiones han de tomar en consideración este punto y señalar que una calibración mediante una geometría compleja tiene el problema de que haya una difusión numérica importante y, como consecuencia, el peligro de que la calibración no se consiga. Esto se agrava cuando se dispone de una potencia de cálculo reducida.

Con el análisis del primer modelo de KRISO se pretendió limitar estos efectos, ya que dicho modelo, aun siendo 3D tiene una geometría simple. Esto ha permitido desarrollar el proceso de calibración con una malla fina para un modelo relativamente complejo. Lo que se ha perseguido con esto es dar fiabilidad al código.

La difusión numérica existente en el caso de KRISO resulta evidente cuando se observa lo que sucede en el corte que queda fuera de la malla fina definida en la estela. Así pues, como se ha comentado a lo largo de este trabajo, es muy probable que para el caso de KRISO una malla más fina proporcionase resultados mejores. Aun así, a la vista de los resultados, queda claro que si bien hay una componente difusiva muy difícil de eliminar, los resultados numéricos se adecuan bastante bien a los experimentales.

Como ya se ha comentado, una limitación importante en el diseño de la tesis es que el código ha de poder correr en un PC con unos resultados lo más satisfactorios posibles. Al recordar los casos numéricos corridos se puede observar que la mayoría tienen un número de nodos en torno a 120.000-140.000. Esto supone una limitación, aunque al tratar el problema adecuadamente (baterías de nodos de malla fina) se puede minimizar.

El problema anterior se aminoraría al trabajar con un PC actual, que puede llegar a 750000 nodos. Además con los recientemente aparecidos de 64 bits este valor se multiplica hasta por 10. No obstante el tiempo de cálculo con estos PC's sigue siendo una limitación, aunque las tendencias en aumento de potencia hacen que esta tienda a minimizarse con el tiempo.

Tras la primera geometría KRISO se ha estudiado la geometría PROTECAS, que presenta más limitaciones, tanto desde el punto de vista numérico como experimental.

Los problemas numéricos claramente se aminoran con más potencia de cálculo, no obstante más lentamente de lo deseable. Una disminución lineal de la distancia entre nodos supone un aumento cúbico del número de nodos, y cada nodo lleva aparejada su batería de incógnitas. Esto supone que el número de nodos necesarios para hacer un análisis preciso de la geometría PROTECAS es mucho mayor que el utilizado.

Así pues, como la potencia de la máquina para mantener el tiempo de cálculo aumenta exponencialmente, y que para correr el PROTECAS con una malla relativamente fina no serían suficientes ni 5 veces el número de nodos utilizados, el modelo que se ha



montado puede valer como el más aceptable racionalmente. De cualquier modo, lo que sí es cierto, es que el modelo parece aceptable a la vista de los resultados obtenidos. Teniendo en cuenta que lo que se persigue es la aplicación de CFD's como herramienta en ingeniería naval, el nivel de precisión conseguido para este propósito se puede considerar satisfactorio.

En estas conclusiones se ha hecho hincapié en que por diferentes cuestiones hay dificultades en conseguir unos resultados numéricos precisos. Sin embargo, esto aporta un grado de validez y versatilidad mayor al trabajo realizado, porque permite que con modelos relativamente simples se consigan resultados bastante aceptables. Dichos resultados han de ser interpretados de forma correcta, sin exigir que sean idénticos a los experimentales, y este precisamente es uno de los valores y dificultades añadidas de esta tesis.

La conclusión más clara en este trabajo, como casi en cualquiera que se trabaje con CFD's, es que para un buen análisis de resultados sobre geometrías complejas, lo óptimo es trabajar conjuntamente con herramientas numéricas y experimentales. En el momento en que los resultados sean admisiblemente similares se podrá asegurar que la solución numérica es acertada. Desde un punto de vista cualitativo esto supone una ventaja enorme porque variaciones pequeñas de la geometría se podrán ensayar numéricamente con una gran fiabilidad.

Se ha puesto de manifiesto que el análisis de una geometría compleja genérica mediante cálculo numérico supone una serie de dificultades que redundan en que los resultados no sean todo lo buenos que se desearía. Por tanto, los resultados de estos cálculos se pueden poner en entredicho si no se dispone de validación experimental en casos análogos.

Es por esto que desde un punto de vista numérico las geometrías complejas son un problema, ya que en las simples hay las dificultades propias del cálculo, pero cuando se tiene objetos interaccionando con estelas las fuentes de error tienden a aumentar. En estos casos, como se ha dicho anteriormente, es muy aconsejable realizar ensayos experimentales para poder comparar.

Desde un punto de vista experimental los resultados obtenidos son realmente fiables dejando de lado las incertidumbres que, como se ha comentado en la sección correspondiente, son conservadoras. No obstante, la obtención de  $k$  adolece de un defecto intrínseco al conocerse sólo dos componentes de la velocidad. En cualquier caso, a la vista de los resultados, queda claro que este defecto es mínimo.

Se ha de señalar además que esta tesis se ha desarrollado en un escenario que procedía del proyecto PROTECAS de catamaranes sumergibles. Esto ha llevado a trabajar con geometrías a escala del diseño real de uno de los submarinos que resultó de dicho proyecto. Por tanto, y aunque no es la finalidad principal de esta tesis se ha conseguido simular tanto numérica como experimentalmente el flujo alrededor del submarino real. Es bien conocido que cuando el  $R_n$  es suficientemente alto como para garantizar un flujo turbulento completamente desarrollado se pueden hacer analogías entre el modelo y la embarcación real. Se trata de ponderar las fuerzas de inercia frente a las viscosas, con lo cual el aspecto del flujo alrededor del submarino es semejante en los dos casos. Exactamente lo mismo pasa con el  $C_D$ . Como en el túnel de viento no tiene instalada



una balanza no se han obtenido los resultados experimentales de fuerzas. Así pues esta analogía habría de hacerse con el resultado numérico.

Cabe añadir también que otro desarrollo de esta tesis ha sido el diseño y montaje del soporte para maquetas en la sección de ensayos del túnel de viento. Esto ha aportado al laboratorio una mayor versatilidad desde el punto de vista de ensayos con maquetas, que hasta entonces no se habían realizado. El soporte no sólo funciona adecuadamente sino que cumple perfectamente los requerimientos de diseño.

Con respecto a los resultados de la calibración de KRISO queda claro que la malla es muy determinante en los resultados obtenidos.

Se puede concluir que los resultados presentan tendencias aceptables en cuanto a los aspectos de los mapas, pero lo que también es claro es que los puntos donde se producen los máximos – mínimos de los mapas no son plenamente coincidentes. Por tanto, la aceptación de los resultados de KRISO se ha realizado conforme a las tendencias de los mapas.

Tanto en el caso de KRISO como en PROTECAS, conforme los cortes se van desplazando aguas abajo del modelo la solución se va atenuando, y sin embargo la solución en los cortes que se realizan sobre el casco parece que es bastante más aceptable. Luego a la vista de los resultados se desprende que el modelo montado responde bastante mejor a las soluciones próximas a la pared. Esto es en cierta medida debido a la difusión numérica y, por otro lado, porque el modelo de turbulencia presenta una cierta difusión intrínseca aguas abajo del modelo. Así pues tanto desde el punto de vista del modelo de KRISO como del PROTECAS las soluciones cercanas a la pared son más fiables que las alejadas aguas abajo.

Como se ha comentado a lo largo de este trabajo, el modelo PROTECAS presenta singularidades en ciertas aristas del modelo. En cualquier caso las singularidades desaparecerán al bajar el tamaño de malla y en definitiva al incrementar la potencia de cálculo. Pese a dichas singularidades el proceso ha convergido, lo que lleva a pensar que estas no se propagan a la estela. Así pues, se han de desechar los resultados numéricos del PROTECAS cerca de las aristas de singularidades, pero en el resto de la estela, como se ha podido comprobar al comparar con el experimental, los resultados son bastante aceptables. Es por esto que el modelo numérico del PROTECAS se ha dado por bueno.

Desde un punto de vista de operación con el modelo parece básico que los modelos de turbulencia de dos ecuaciones introducen dificultades al considerar las magnitudes próximas a cero. A lo largo de este trabajo ya se ha comentado extensamente lo que ello conlleva, pero operacionalmente hay que tener un cierto cuidado con la selección de estos valores mínimos- máximos. Como se ha visto en los casos presentados, los cambios en los mapas tanto de turbulencia como de velocidades pueden ser sustanciosos si se modifican estos valores. Así pues para trabajar con este modelo se habrá de poner especial cuidado en ello.

Exactamente lo mismo pasa con la ley de pared que se seleccione. Desde este punto de vista se ha de realizar un trabajo de afinado para que los resultados se complementen lo mejor posible con la realidad.



Al hilo de lo anterior se ha de resaltar que a lo largo del proceso de calibración se ha conseguido identificar las limitaciones del modelo. Esto ha sido una dificultad añadida, y los mapas han ido cambiando desde el primer caso de la calibración hasta el último. La calibración realizada mejora el código cualitativamente porque se ha llegado a conocer hasta dónde es capaz de llegar el modelo actualmente. A la vista de los mapas no se puede concluir que la modificación de las constantes de cierre del modelo modifiquen mucho los valores obtenidos.

Cabe ya sólo sugerir las líneas de futuras investigaciones.

A la vista de los resultados de la presente tesis se apuntan varias posibilidades. Por un lado se puede optar por tratar de calibrar otro de los modelos  $k - \varepsilon$ . Esto daría al CFD otra robustez y versatilidad. No obstante, se ha podido observar ya en el presente trabajo que la fiabilidad del modelo cerca de la pared es aceptable, pero conforme se va yendo aguas abajo el resultado del algoritmo se separa de los resultados experimentales.

Además el modelo de turbulencia  $k - \varepsilon$  tiene los problemas de estabilidad ya vistos en lo referente al cálculo de la  $\nu_t$  y de su estabilización cerca de la pared. Esto se derivaba de la dificultad de considerar campos de magnitudes próximos a 0.

Si bien es cierto que estos problemas no se solucionan en su mayoría al trabajar con otros modelos de dos ecuaciones, sí que es posible que otros modelos de dos ecuaciones obtengan mejores resultados. Es por esto que como posible trabajo posterior se proponga continuar con otro modelo como el  $k - \omega$ . Estos modelos no solucionan inmediatamente los problemas incluidos en el  $k - \varepsilon$ , pero cabe realizar un estudio sobre si para este CFD son más robustos y precisos que el modelo visto. Incluso contrastar resultados tanto cerca como lejos de la pared.

Además en el CFD se introduce la posibilidad de trabajar con los modelos llamados SST de tensiones algebraicas, que prescinden de la hipótesis de Boussinesq, pero que pueden ofrecer resultados aceptables. Cabría pues realizar un estudio de los resultados ofrecidos por este tipo de modelos, realizando su correspondiente calibración.

Desde un punto de vista experimental hay que pensar en el montaje del resto del soporte para maquetas, que dote a la maqueta de los seis grados de libertad. Además de este soporte sería deseable disponer de una balanza para medir las fuerzas aerodinámicas originadas sobre el modelo. Claramente, la financiación será un punto primordial en este aspecto.

## **ANEXO DE RESULTADOS**

### **Informe de calibración**

En este informe se presenta la comparación de resultados obtenidos entre numérico y experimental en la calibración con el modelo de KRISO. La batería de resultados incluida tiene la misma estructura en todos los casos, esto es, resultados numéricos a la izquierda y resultados experimentales a la derecha.

La escala de colores está adecuada en cada imagen a los máximos y mínimos correspondientes.

Los cortes presentados se corresponden con los definidos en la sección KVLCC Tanker. KRISO, denominándose sucesivamente Corte 1, Corte 2, Corte 3, Corte 4, Corte 5 y Corte 6.

Como complemento se incluye para cada caso corrido, una gráfica que representa el los valores de la energía cinética turbulenta frente a la posición transversal (manga). Esta representación se corresponde exactamente con la horizontal que pasa a través del centro del eje del propulsor.

En esta sección no se realizarán los comentarios de las soluciones, simplemente se presentan las mismas para su valoración en la sección correspondiente, que es donde son discutidos.

En la cabecera de cada caso corrido se da una explicación de la variación realizada en el mismo para considerar sólo el efecto de la variable modificada. No obstante al final del presente anexo se presenta el resumen de los casos corridos con todas las modificaciones realizadas en cada uno de ellos.

Asimismo, se presenta al final de este informe una tabla de resultados que son las fuerzas de resistencia al avance obtenidas en cada caso, así como el error cometido con respecto al resultado experimental.

Como nota especial y a la vista de que este anexo sería demasiado extenso en el caso de presentar exhaustivamente la batería completa de resultados, se ha optado por detallar sólo los casos seleccionados como definitivos, mostrando los mapas de resultados sólo de estos casos. Del resto de los casos sólo se presentarán las curvas resumen.

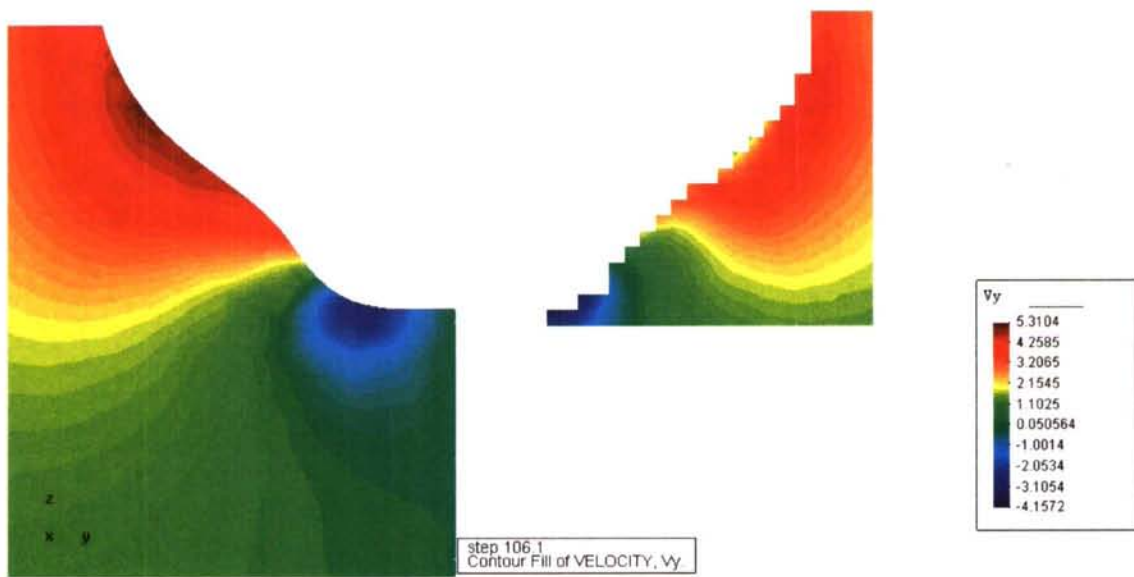
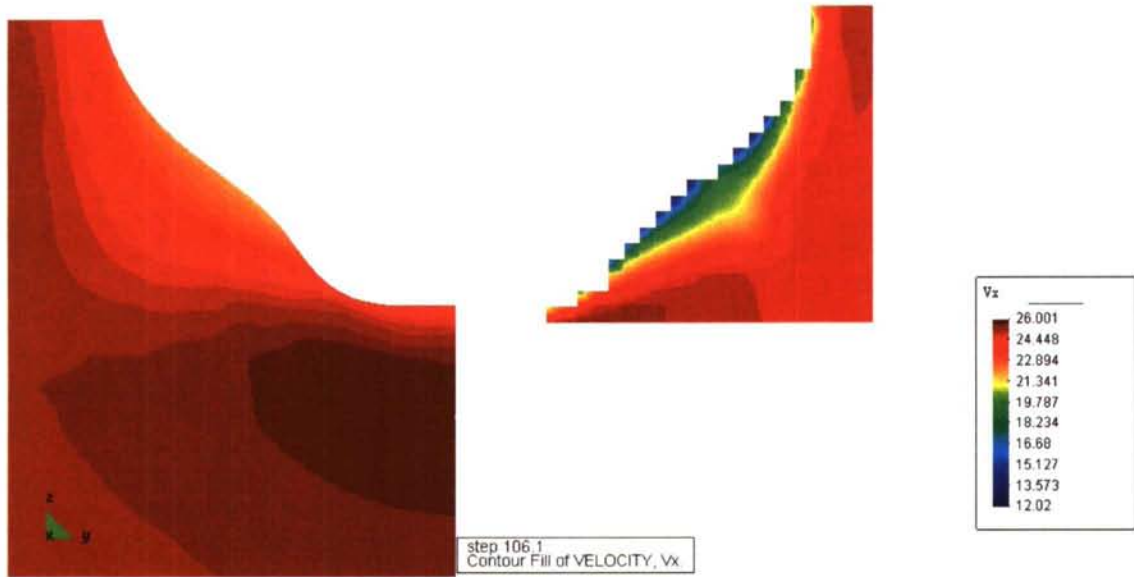
Como caso definitivo ha de entenderse el caso que tras las modificaciones realizadas se ha considerado el más adecuado para continuar, como base de las siguientes modificaciones.

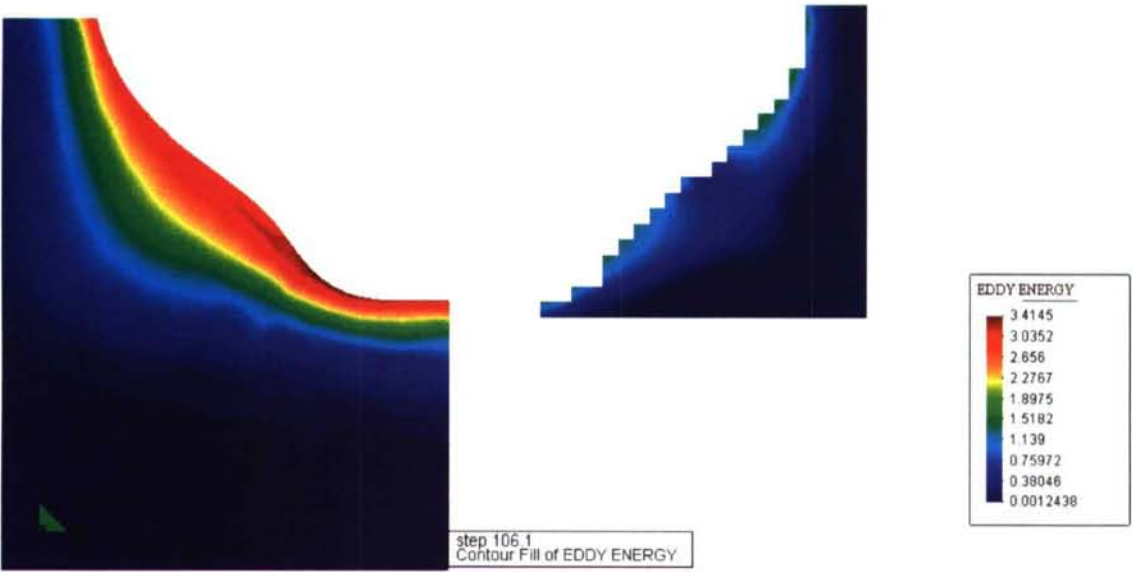
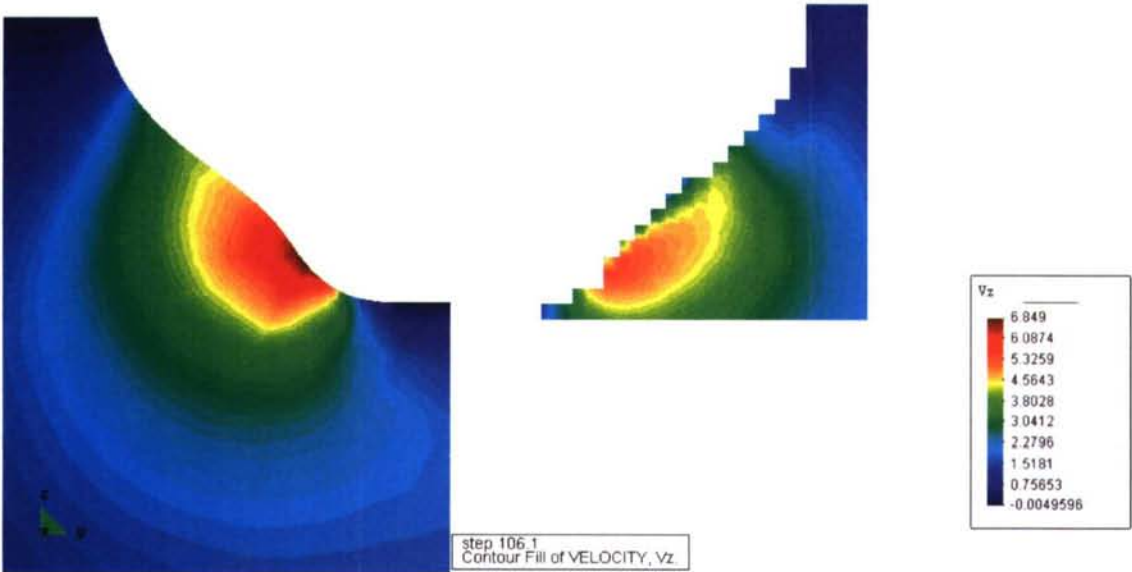
En las gráficas presentadas en este anexo tampoco habrá comentarios de ningún tipo. Todas tienen un membrete que se entiende que deja bien claro lo que representa cada una. Como al final de este apartado hay un resumen de todos los casos corridos con las modificaciones realizadas en cada uno de ellos, para asociar una curva de una gráfica a un caso particular sólo habrá que ver la modificación de cada caso y ver lo que se detalla en el membrete de cada curva.



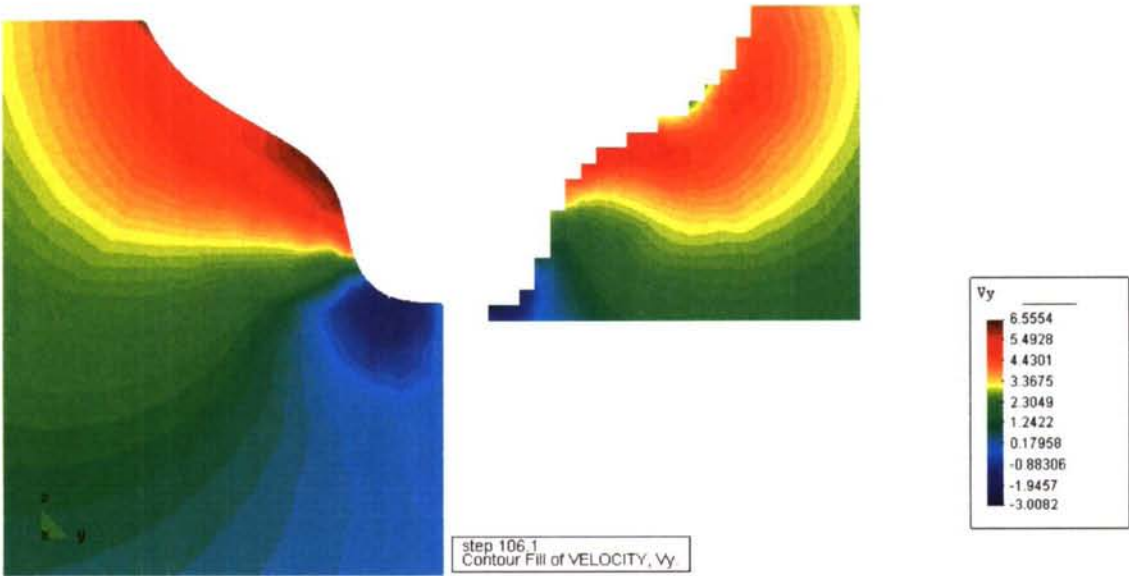
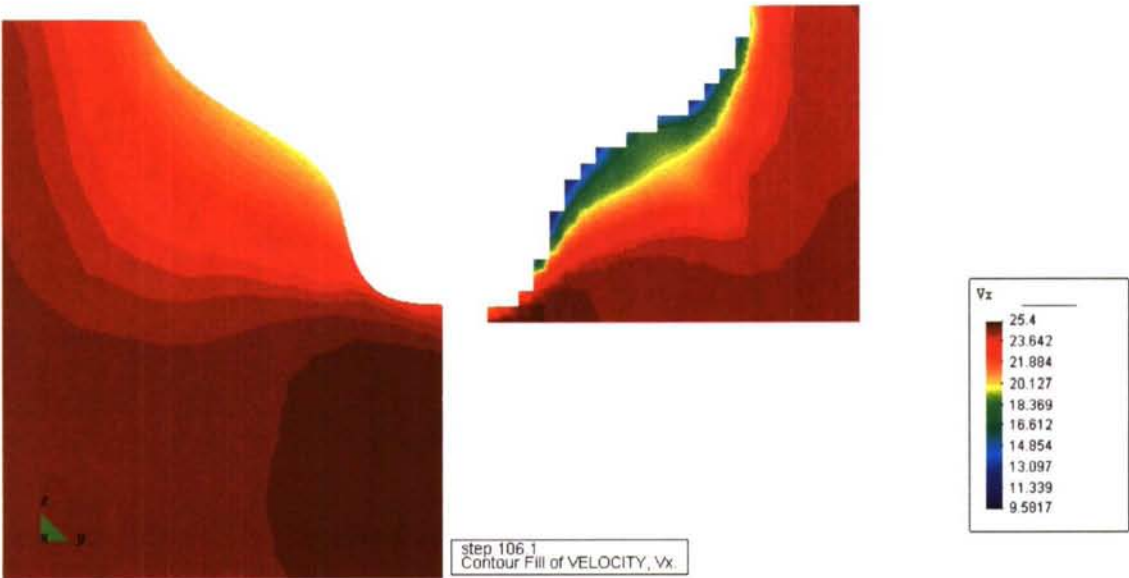
**Caso 0**

Se intenta observar la influencia de la malla. Malla de 75000 nodos.  
CORTE 1

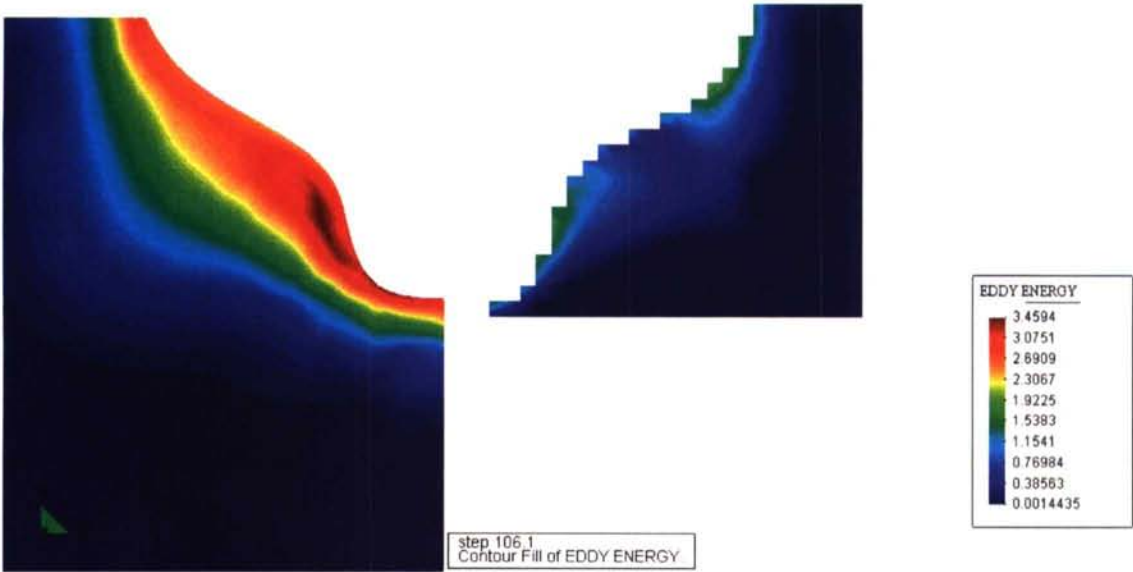
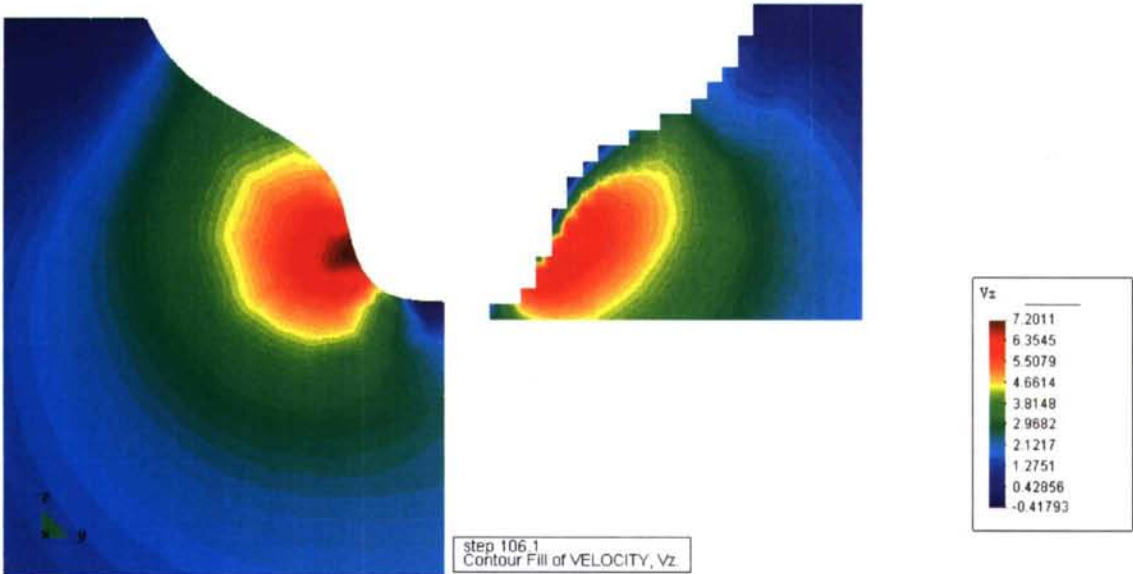




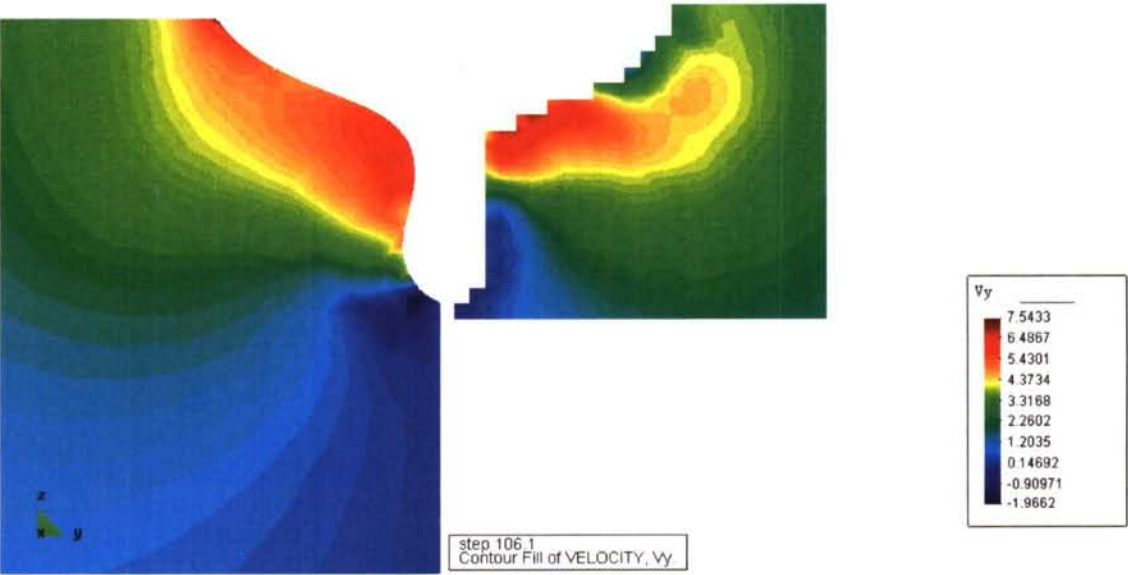
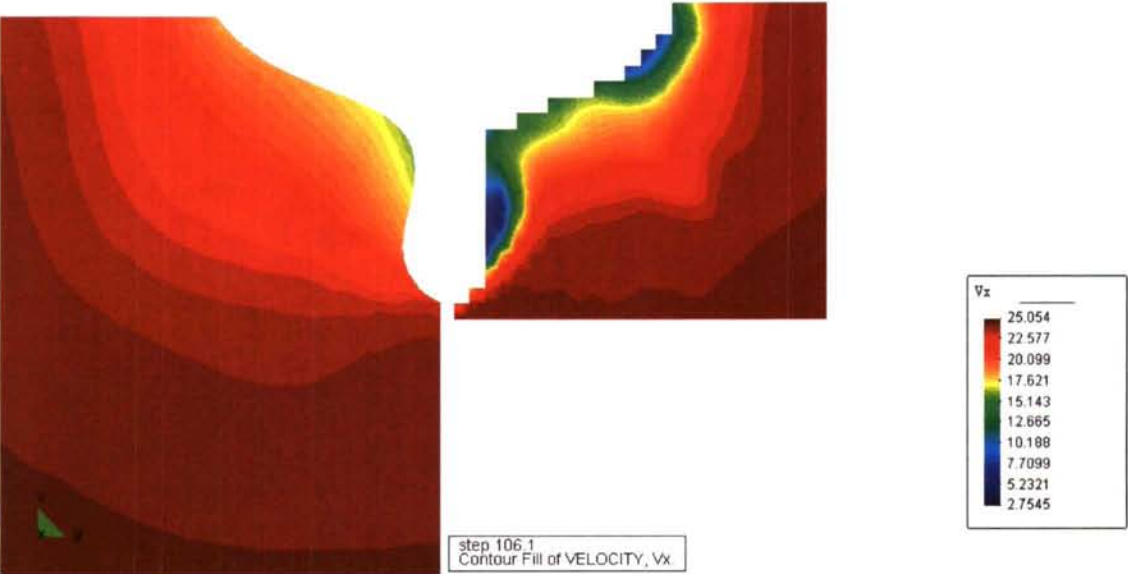
CORTE 2

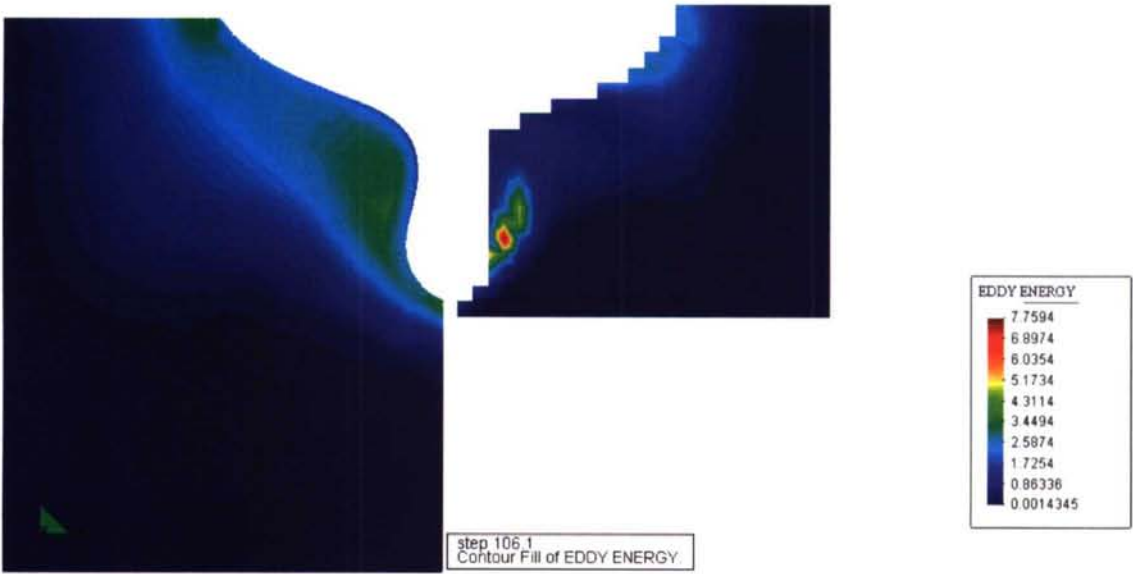
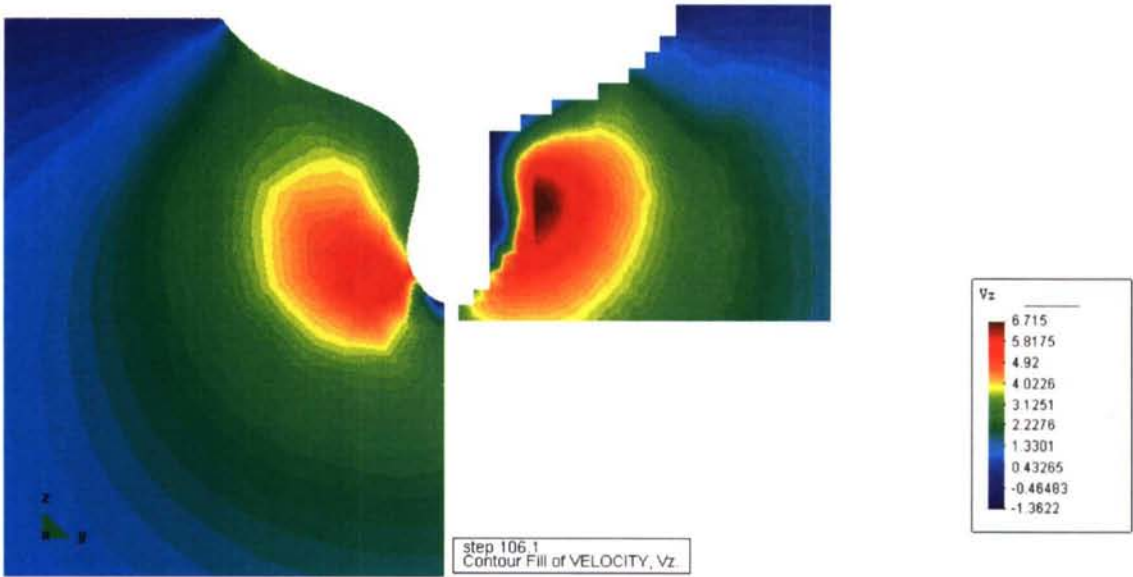






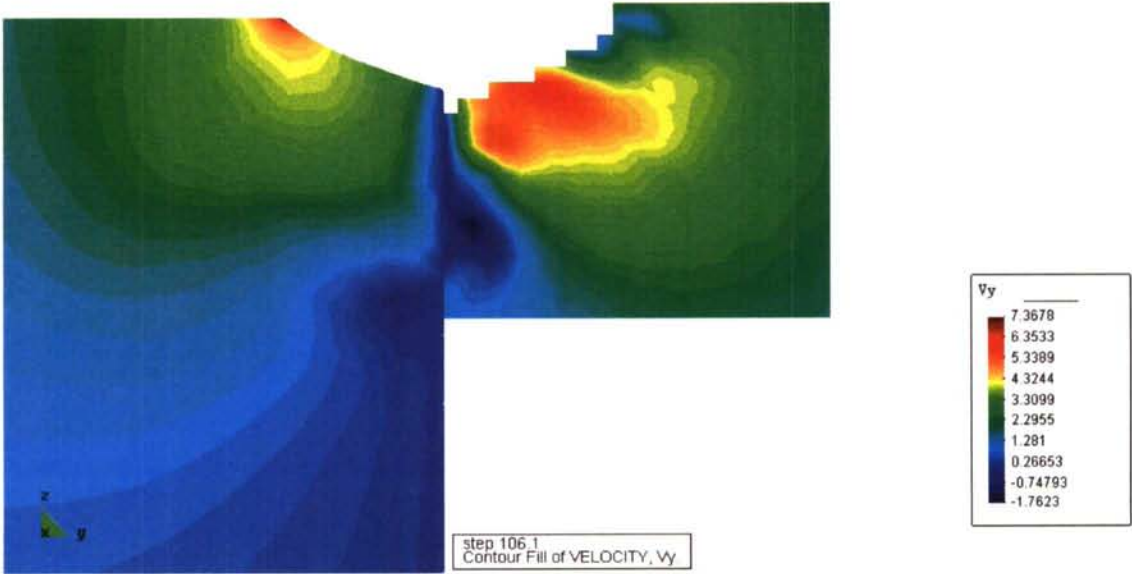
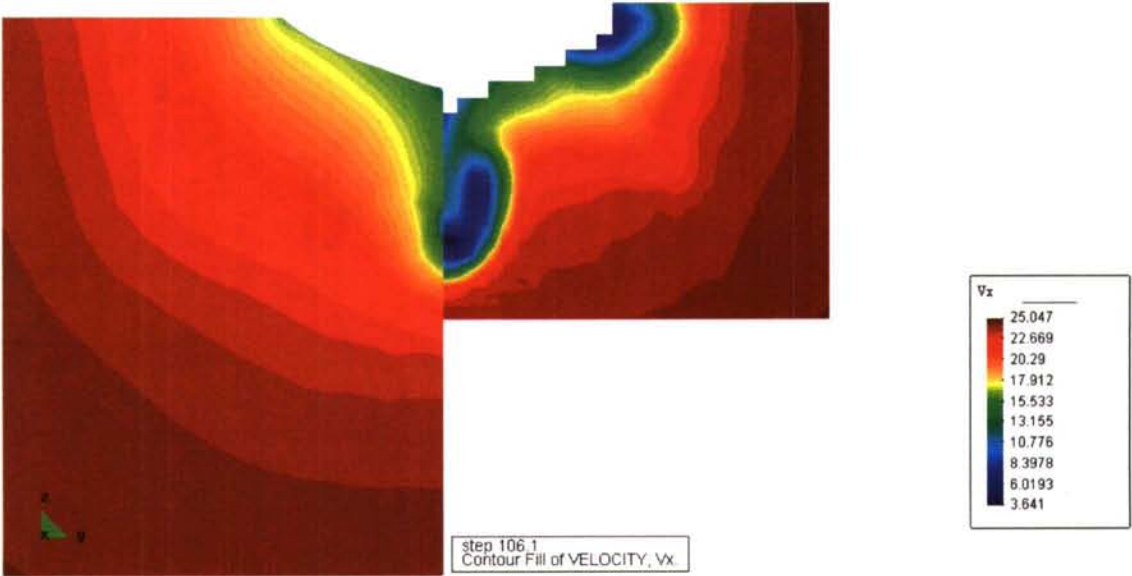
CORTE 3

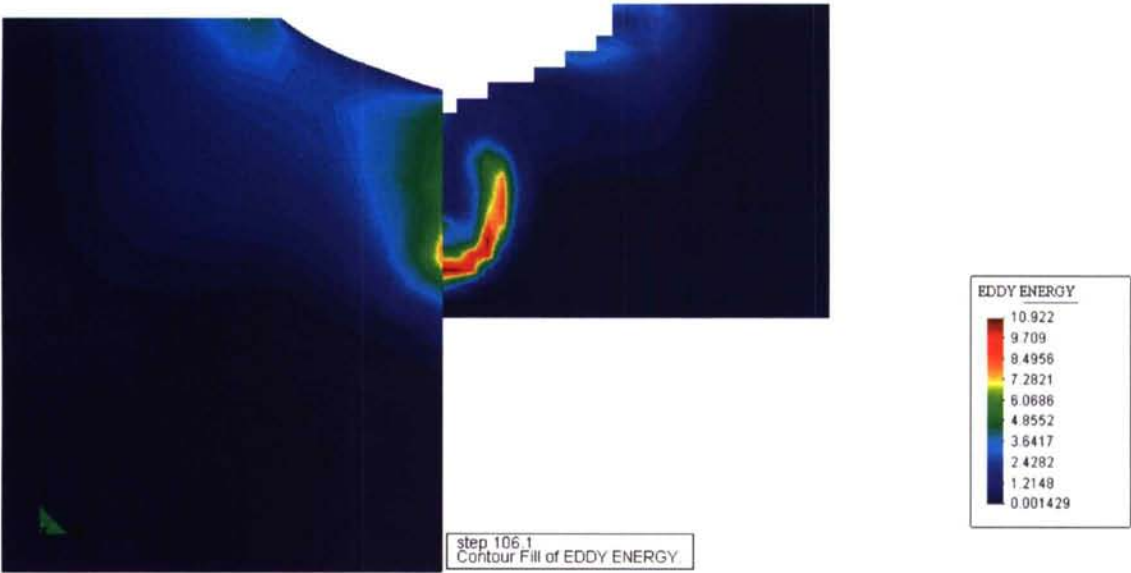
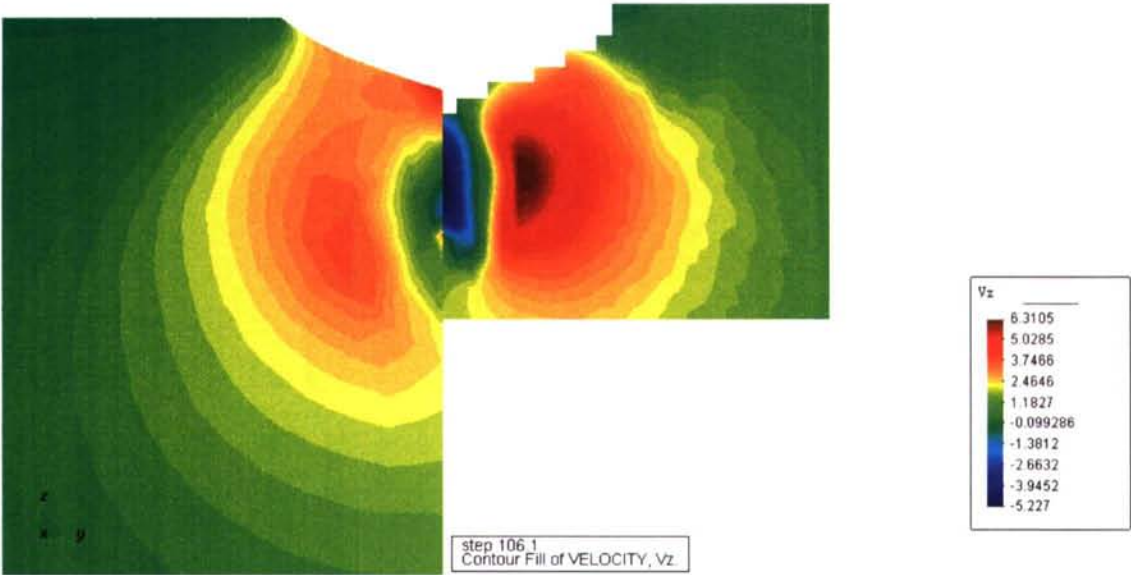




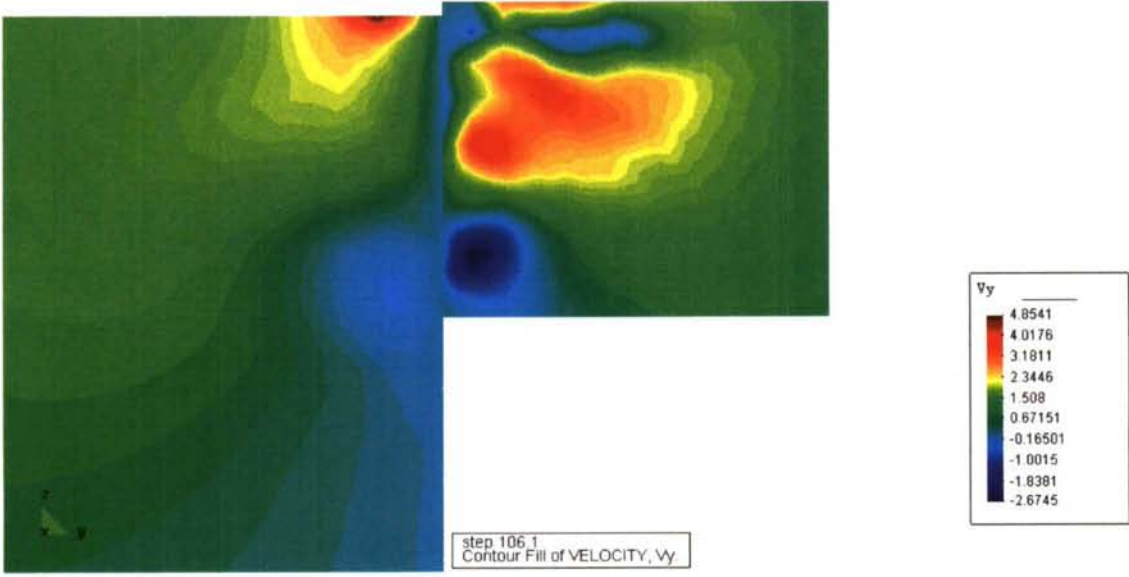
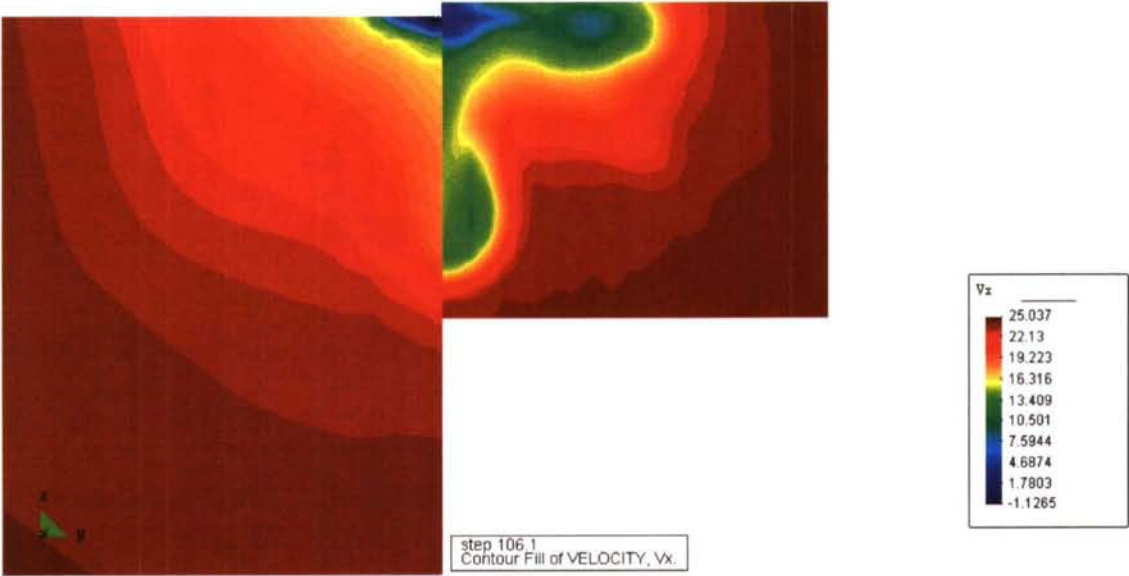


CORTE 4

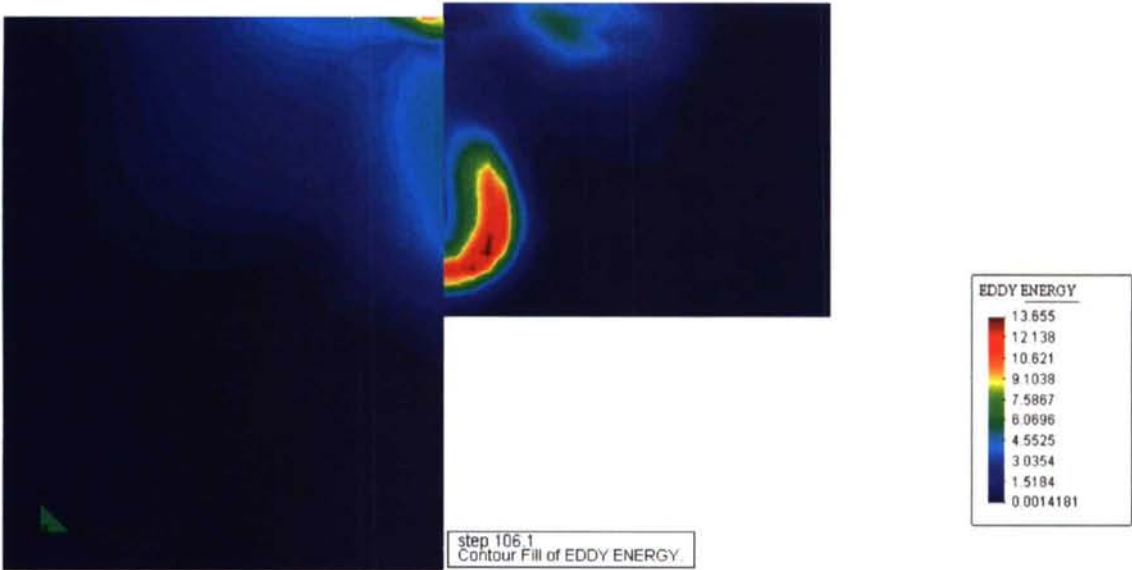
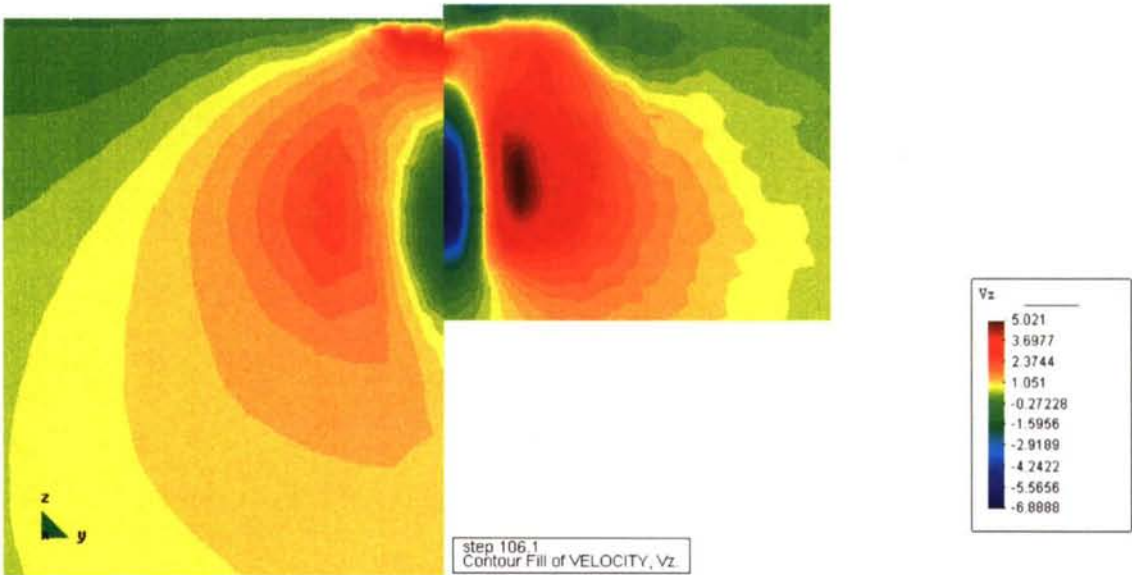




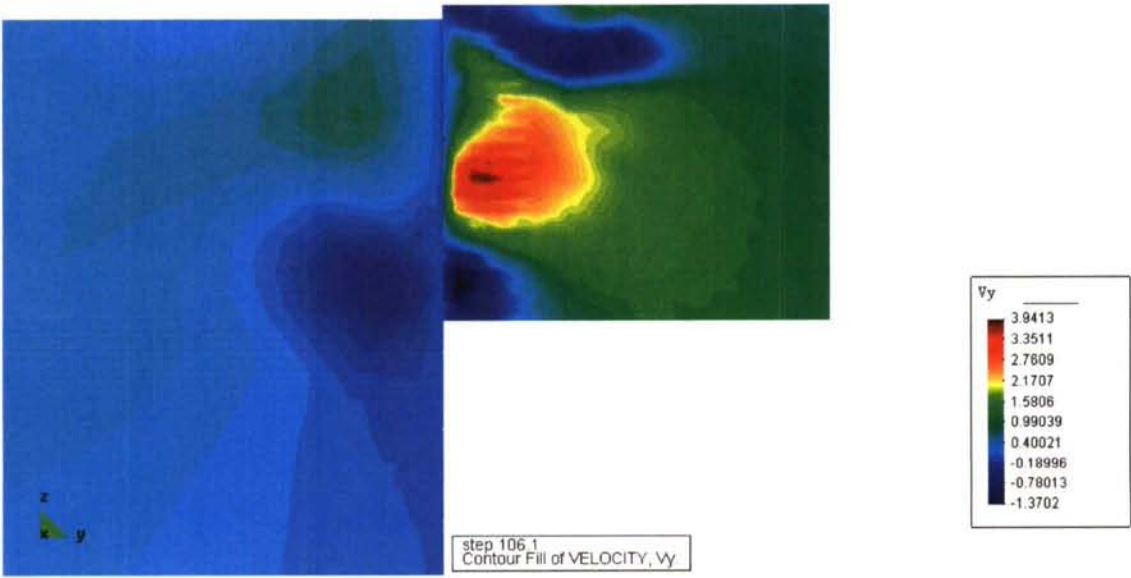
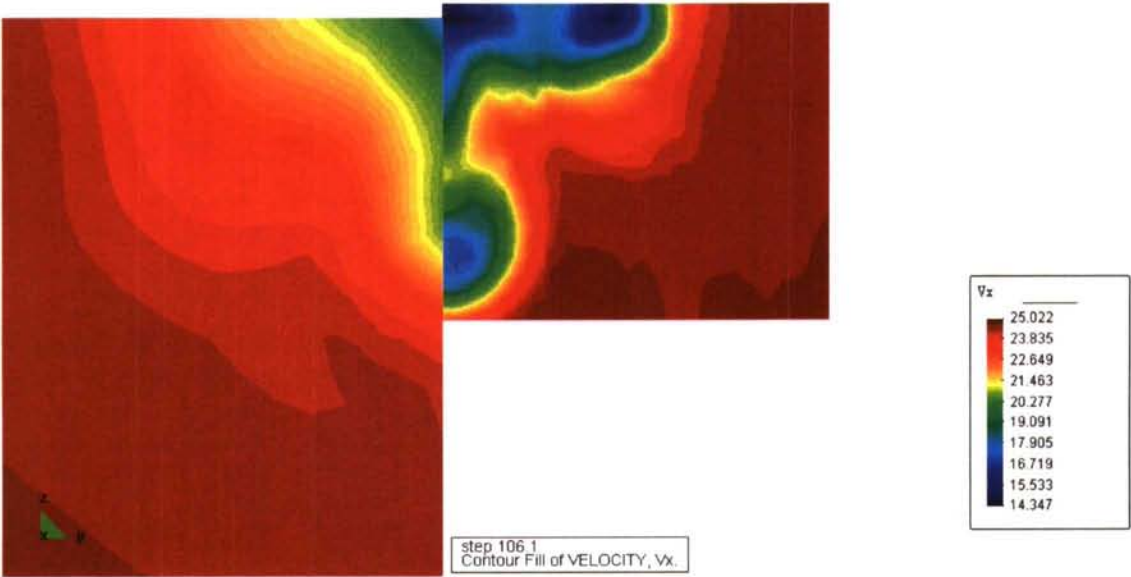
CORTE 5

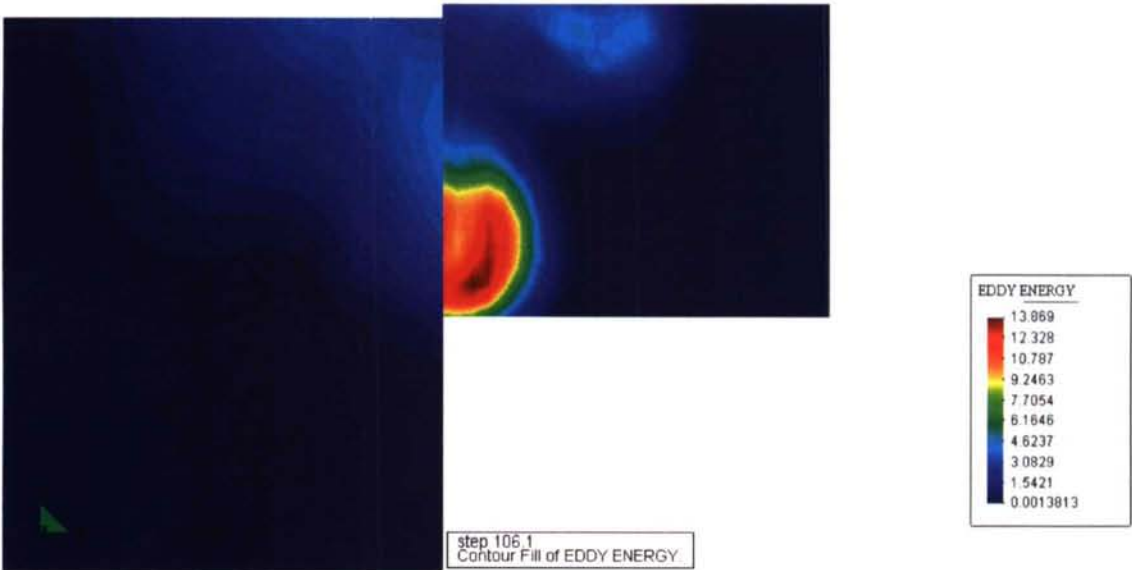
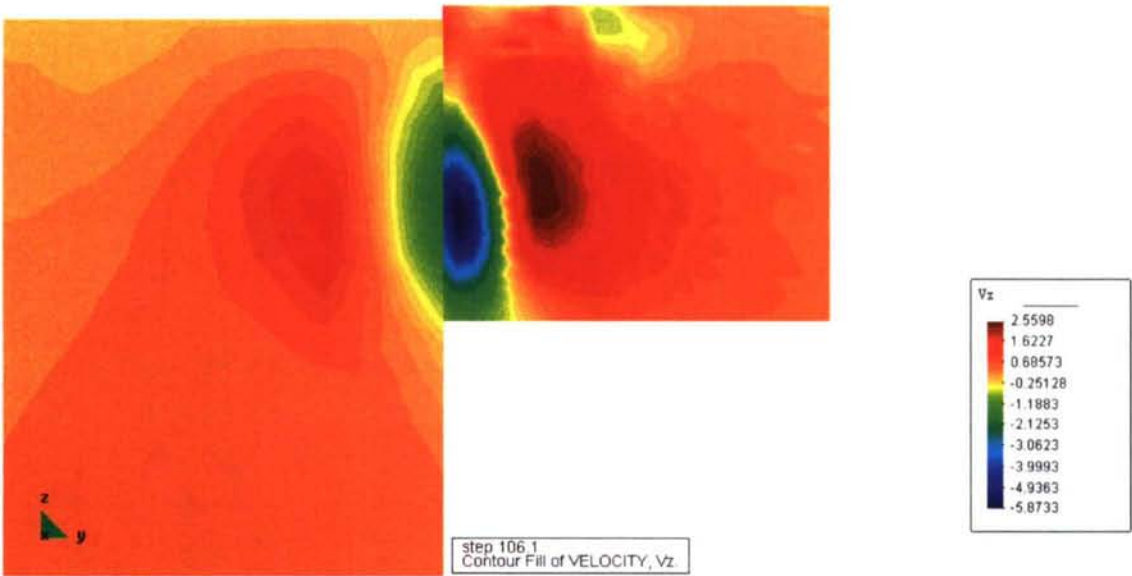




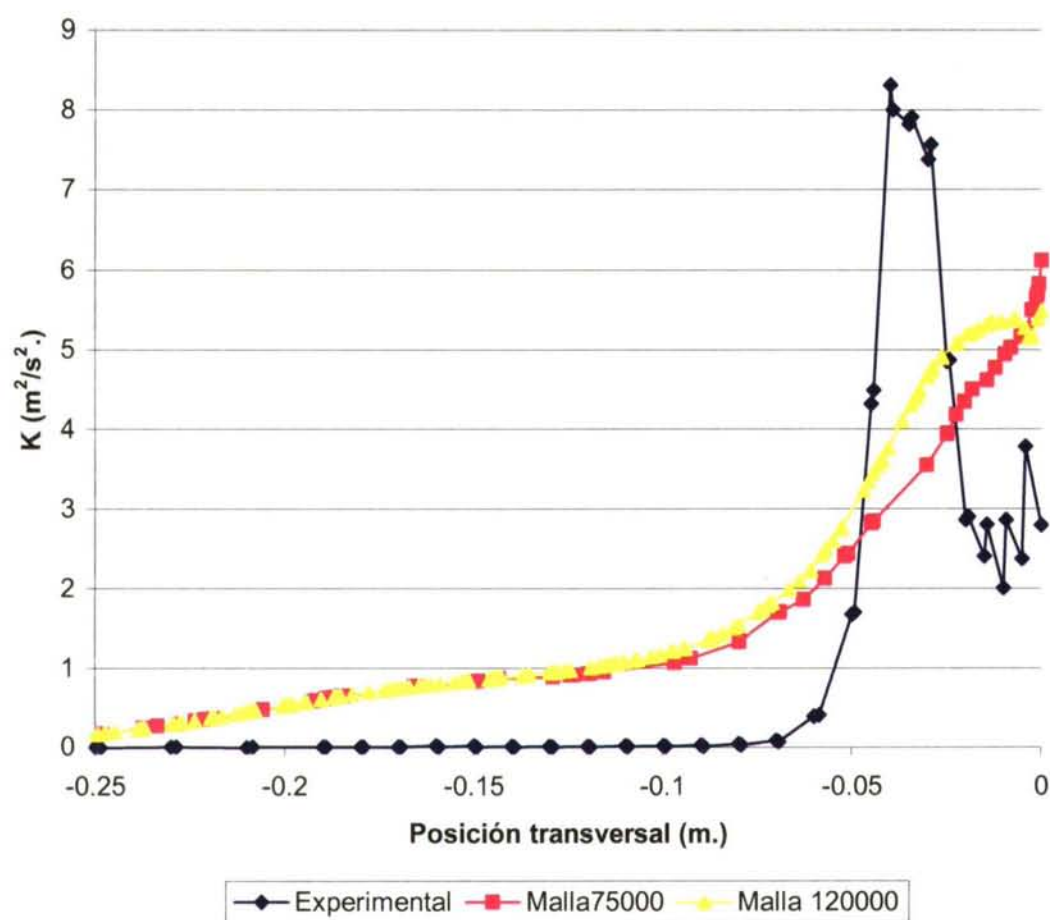


CORTE 6





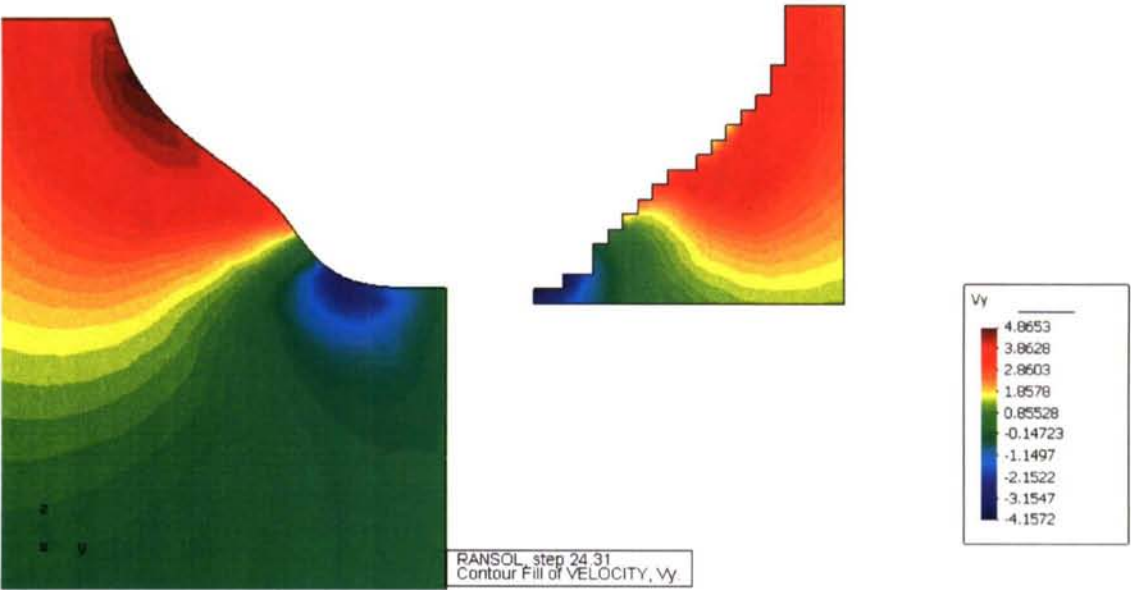
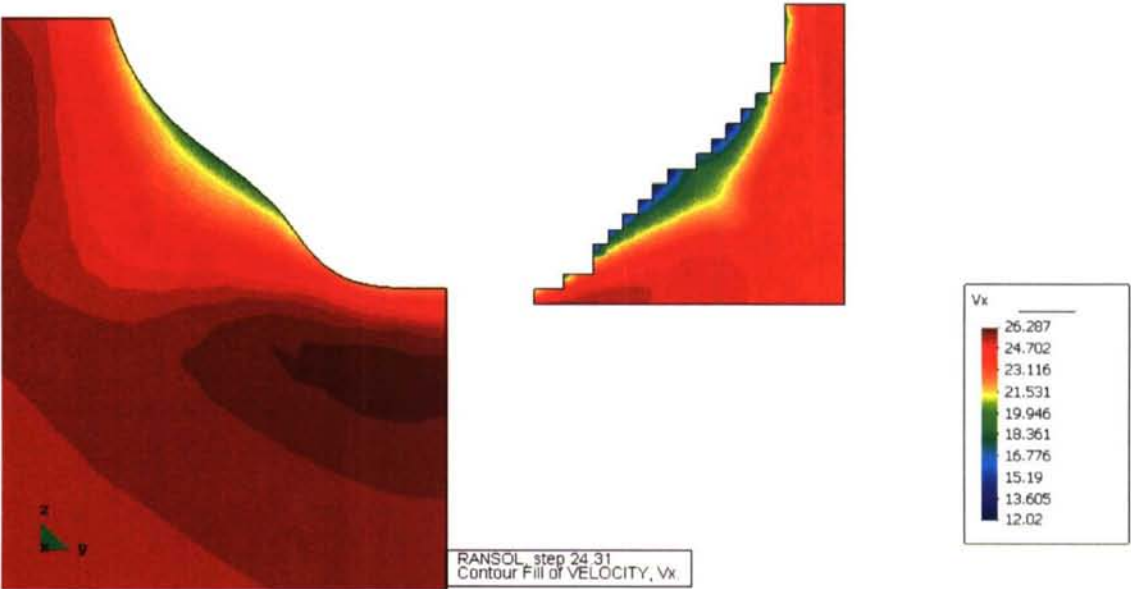


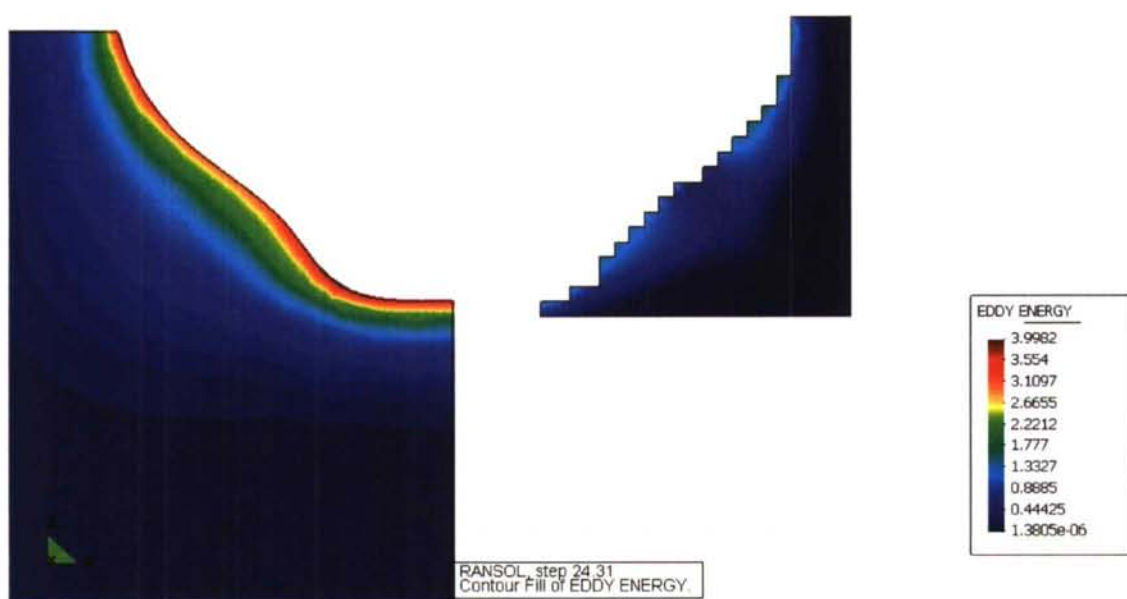
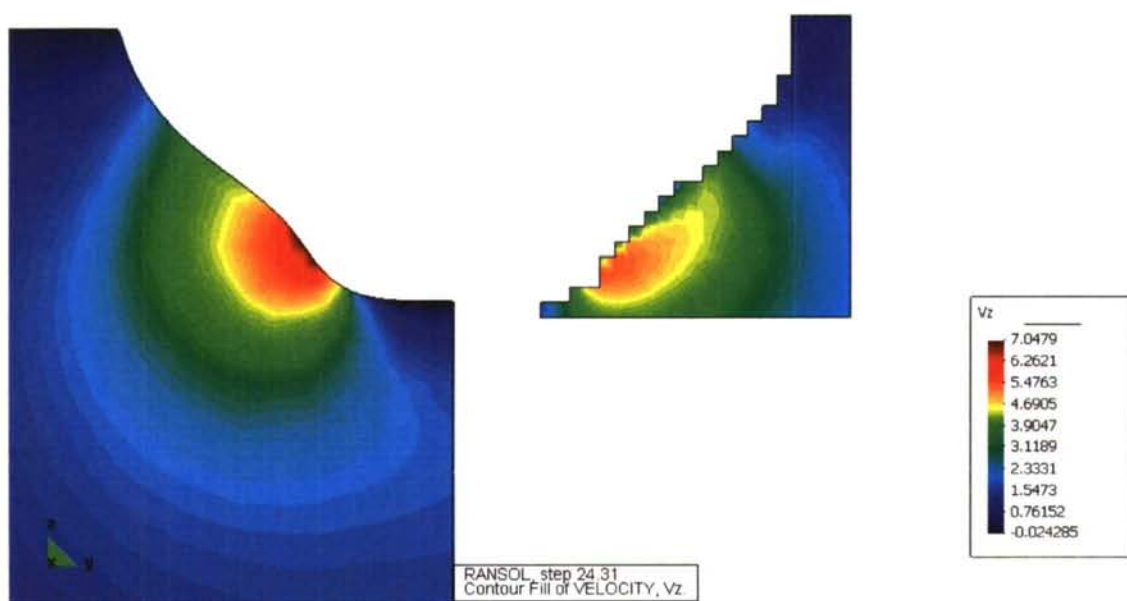
**K en la horizontal de la hélice**

**Caso 3**

Se fija delta en 8 mm.

CORTE 1









CALIBRACIÓN DE UN MODELO DE TURBULENCIA  
 $k - \varepsilon$  IMPLEMENTADO EN UN CÓDIGO CFD PARA  
APLICACIÓN EN HIDRODINÁMICA NAVAL

18

**TESIS DOCTORAL**

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA NAVAL Y OCEÁNICA

**PRESENTADO POR:** PABLO FARIÑAS ALVARIÑO  
INGENIERO NAVAL Y OCEÁNICO

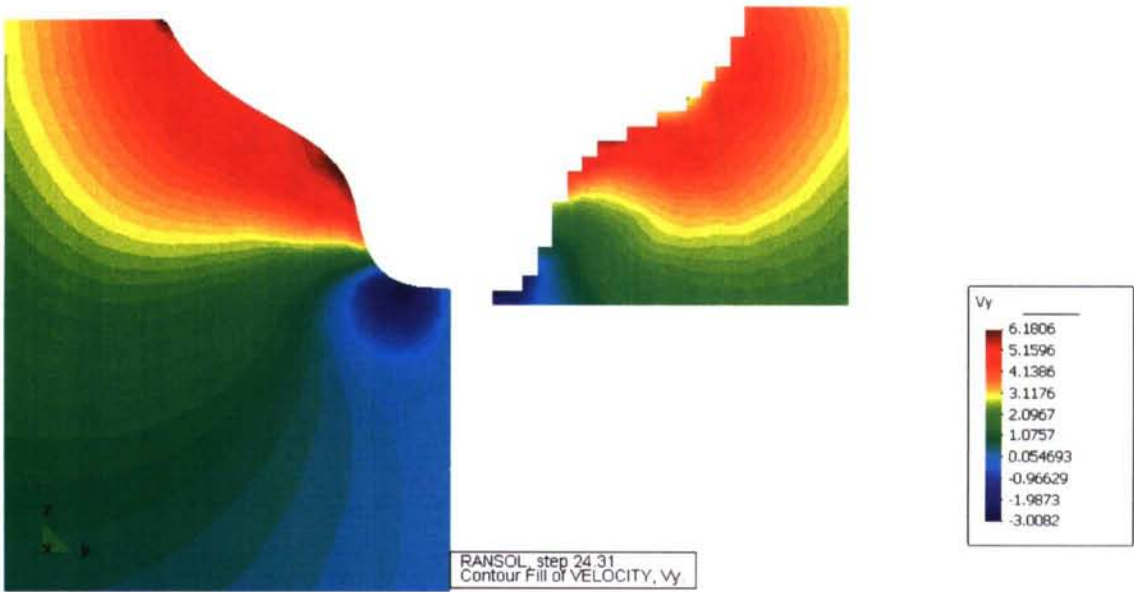
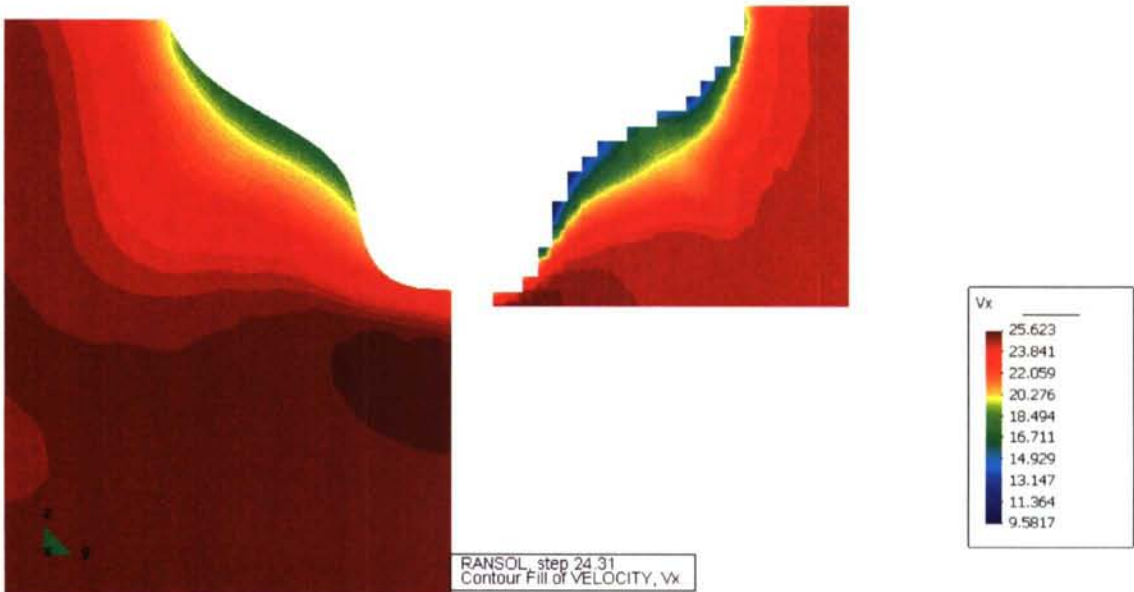
**DIRECTOR:** FERNANDO LÓPEZ PEÑA  
DR. INGENIERO AERONÁUTICO

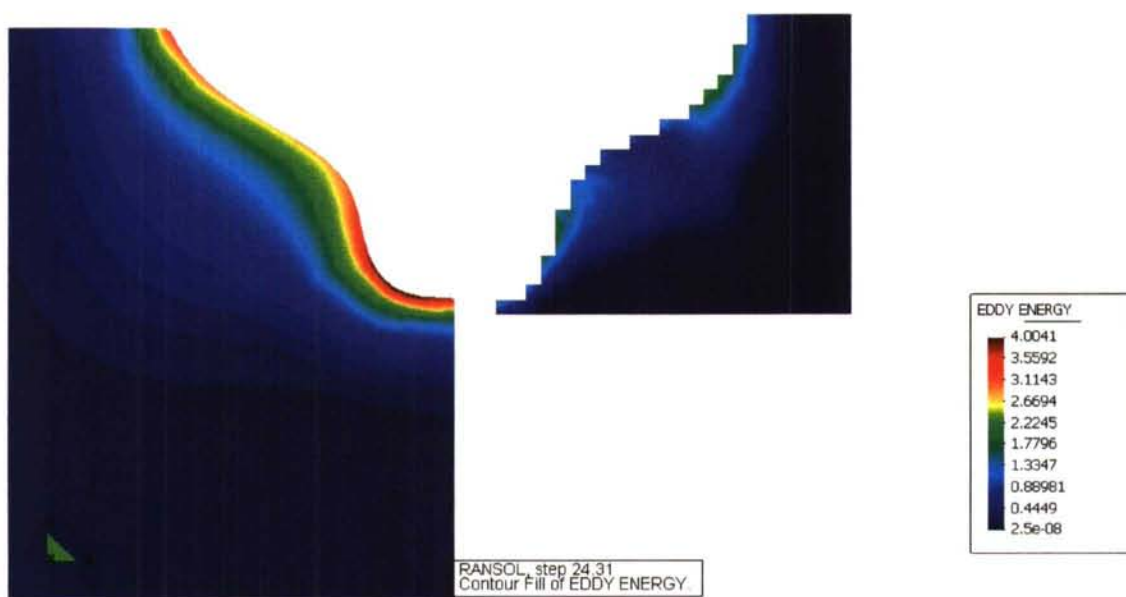
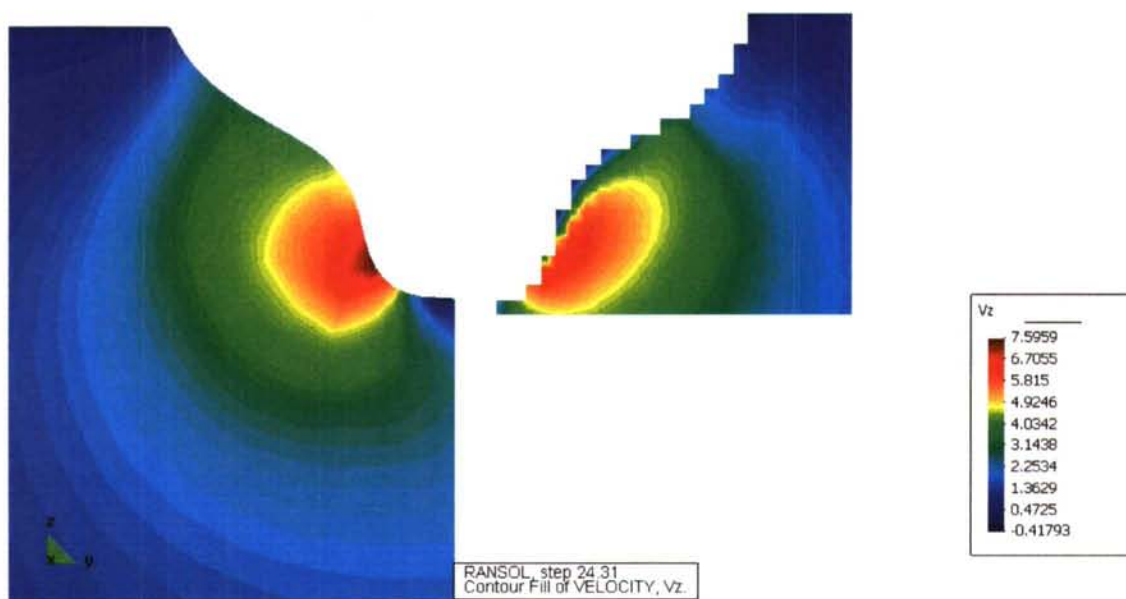
ESCOLA POLITÉCNICA SUPERIOR DE FERROL

UNIVERSIDADE DA CORUÑA

ABRIL 2004

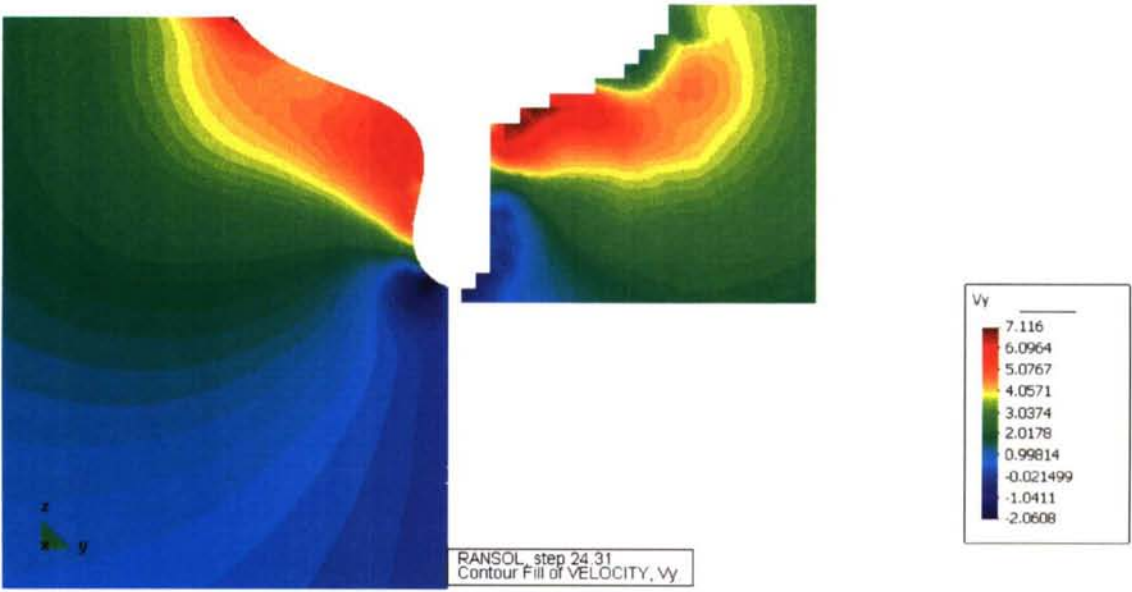
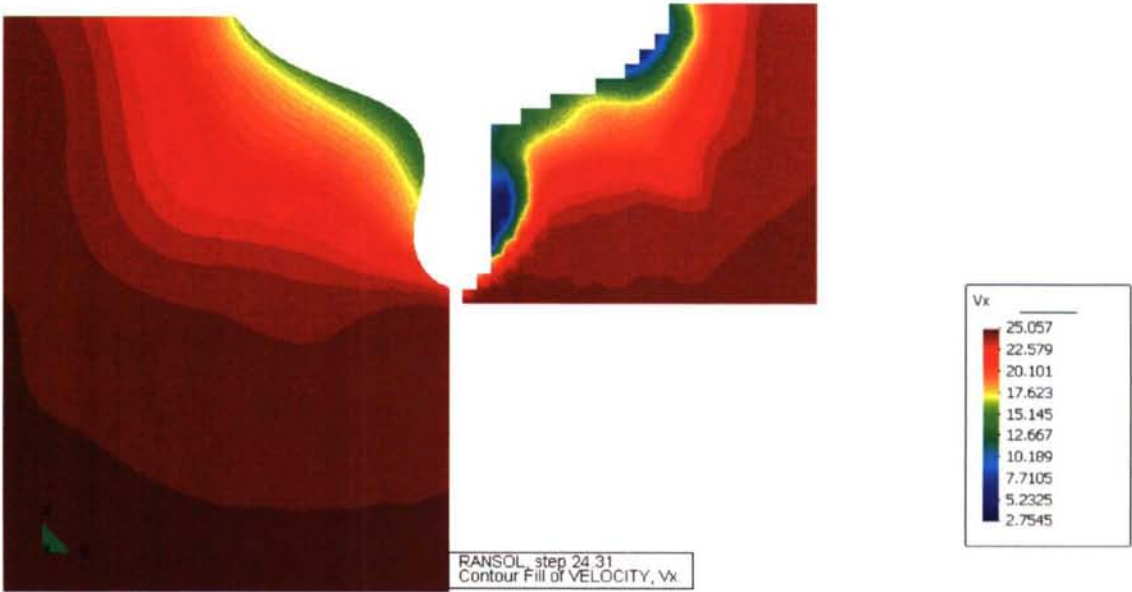
CORTE 2

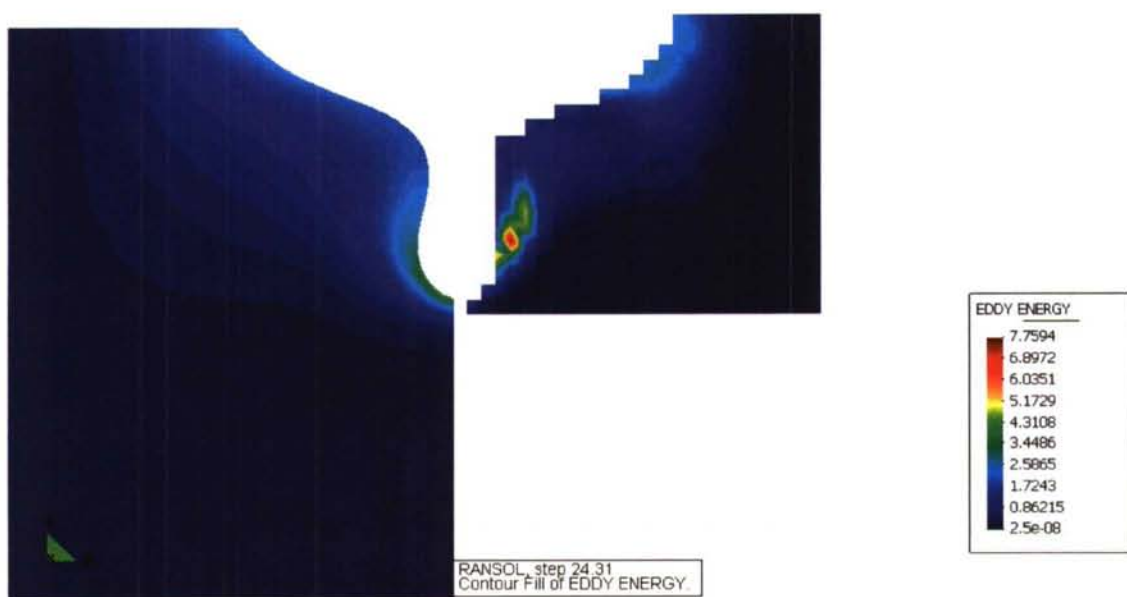
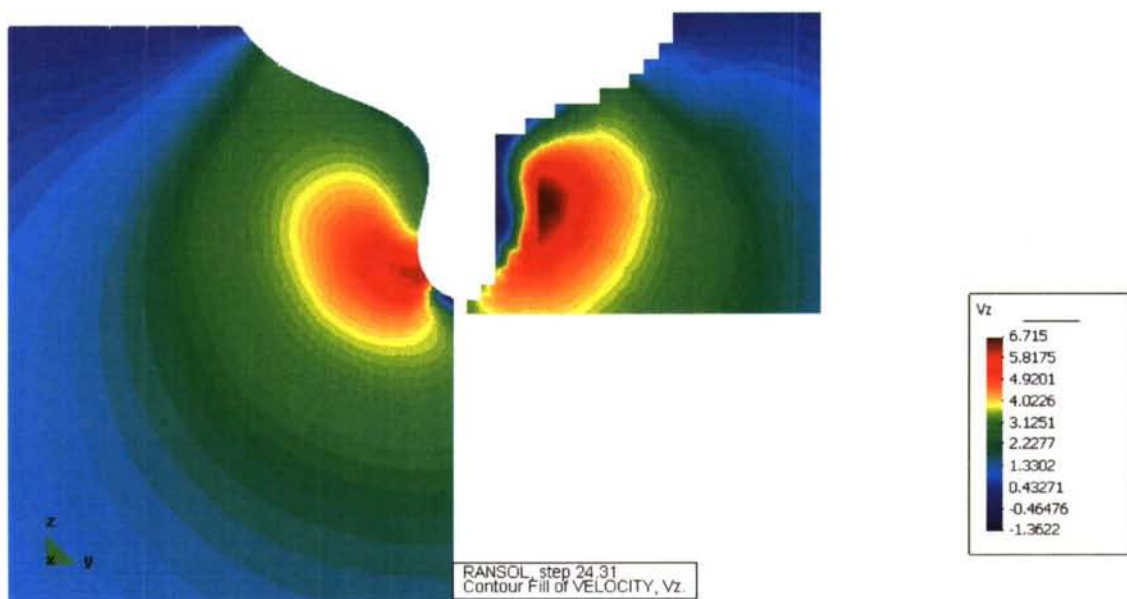




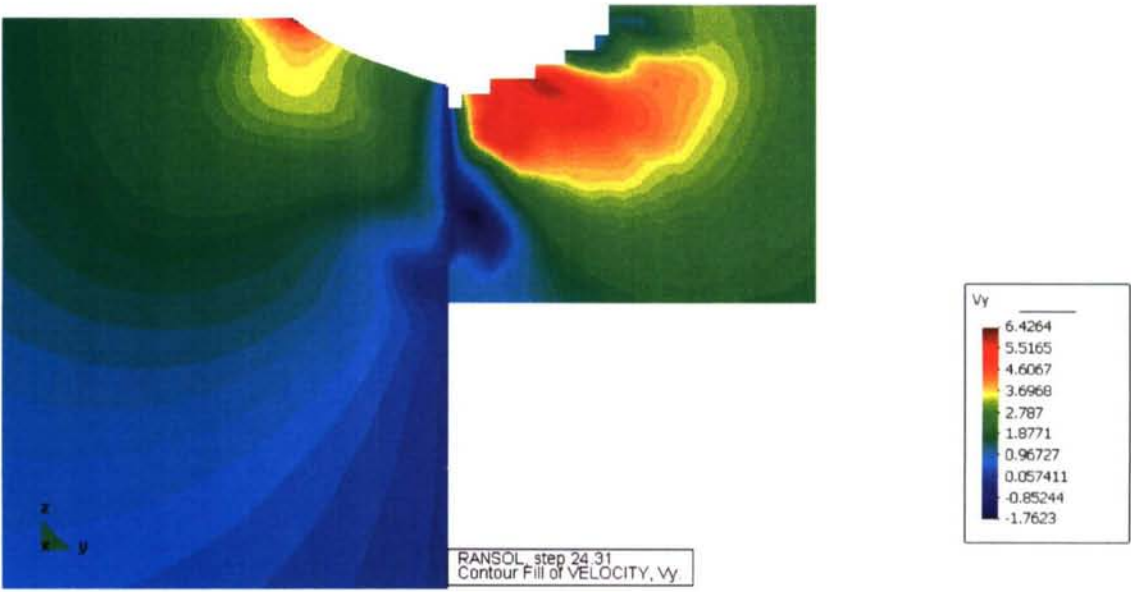
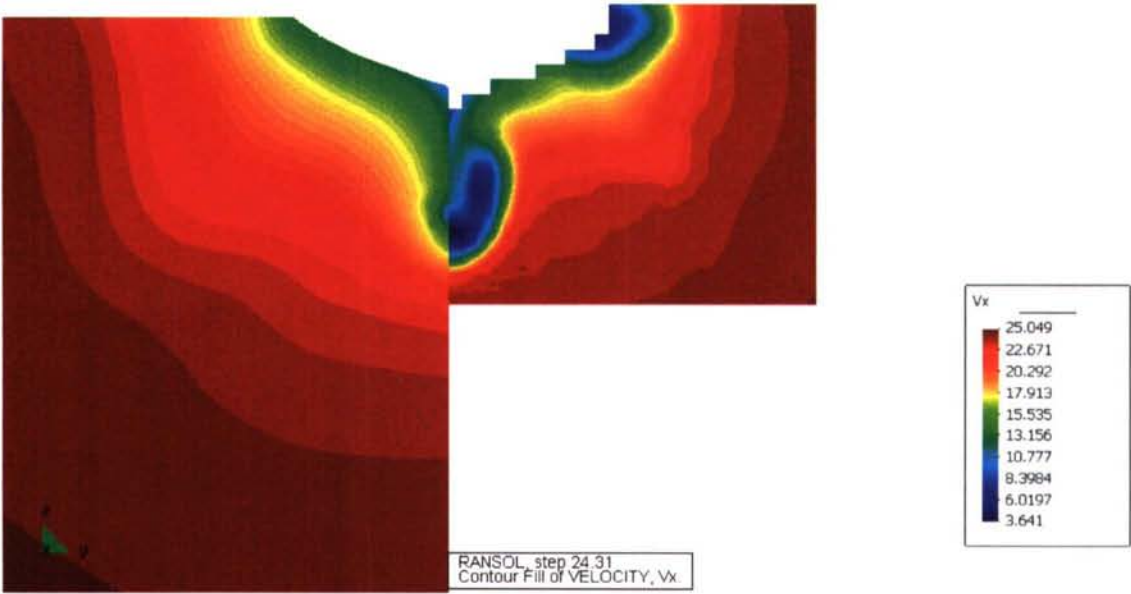


CORTE 3

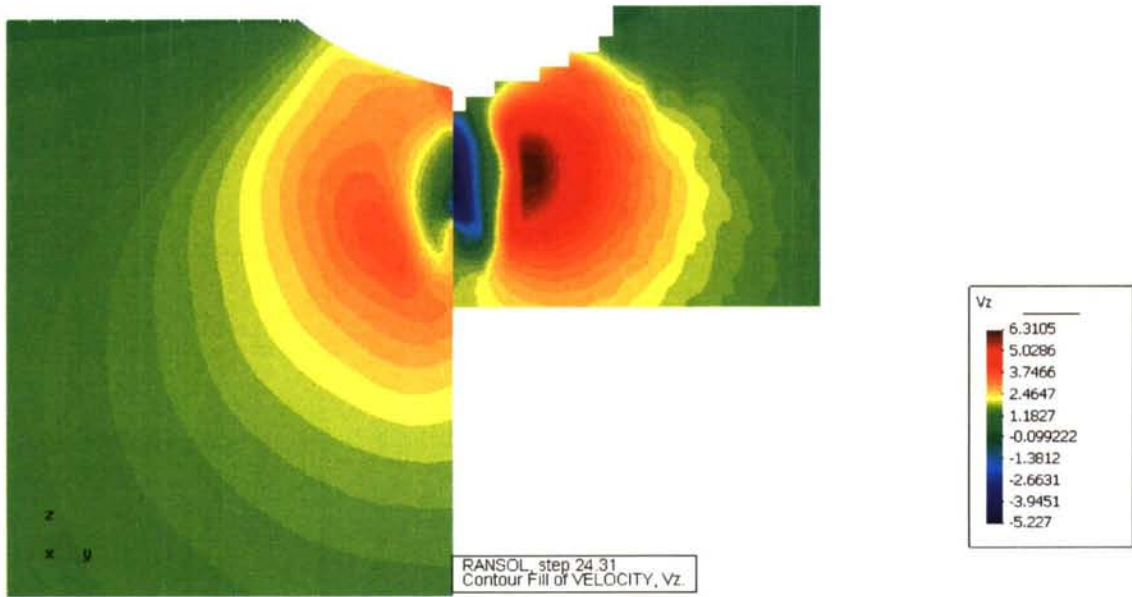




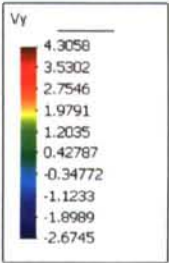
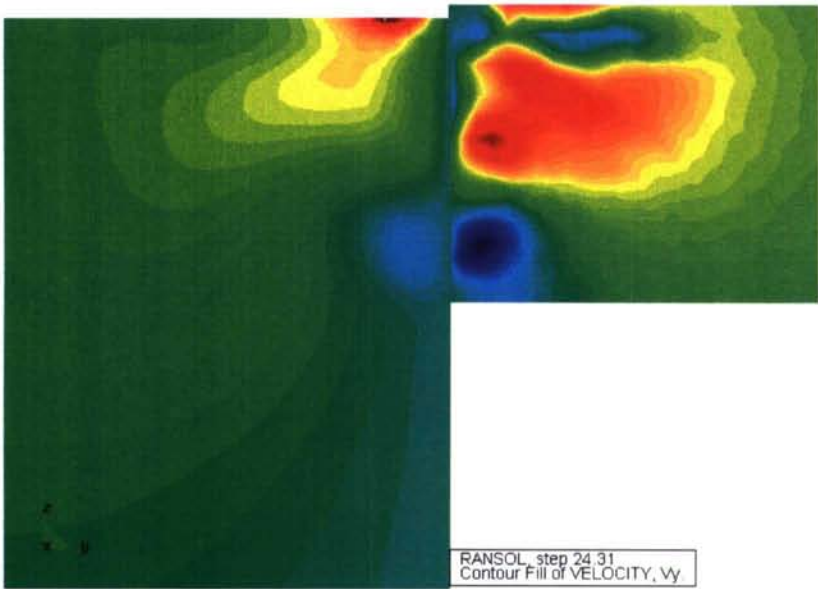
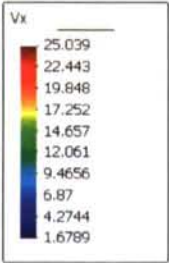
CORTE 4

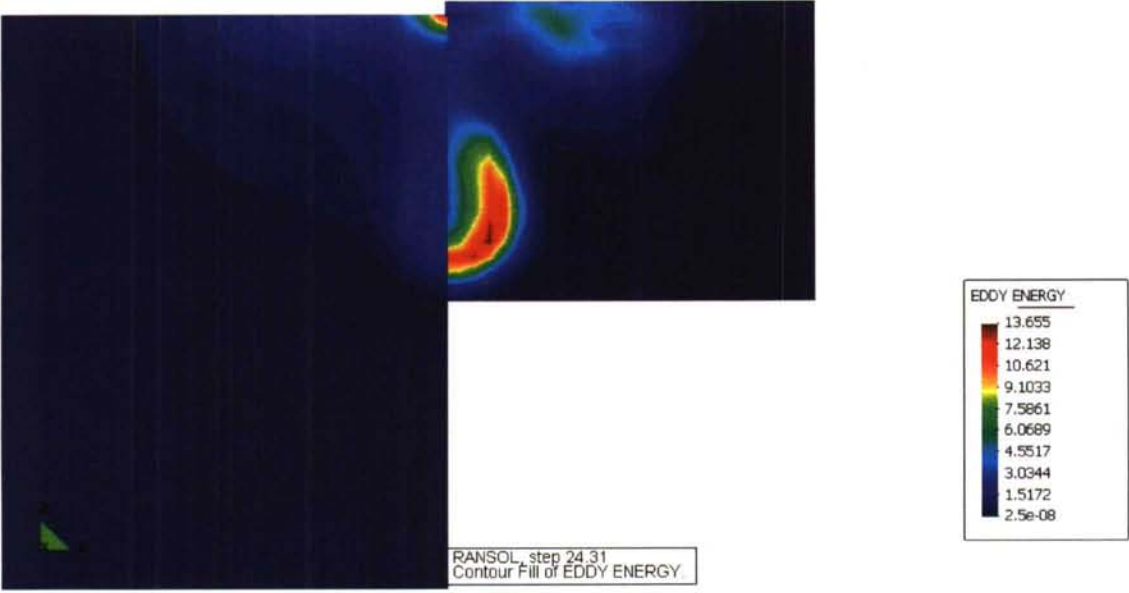
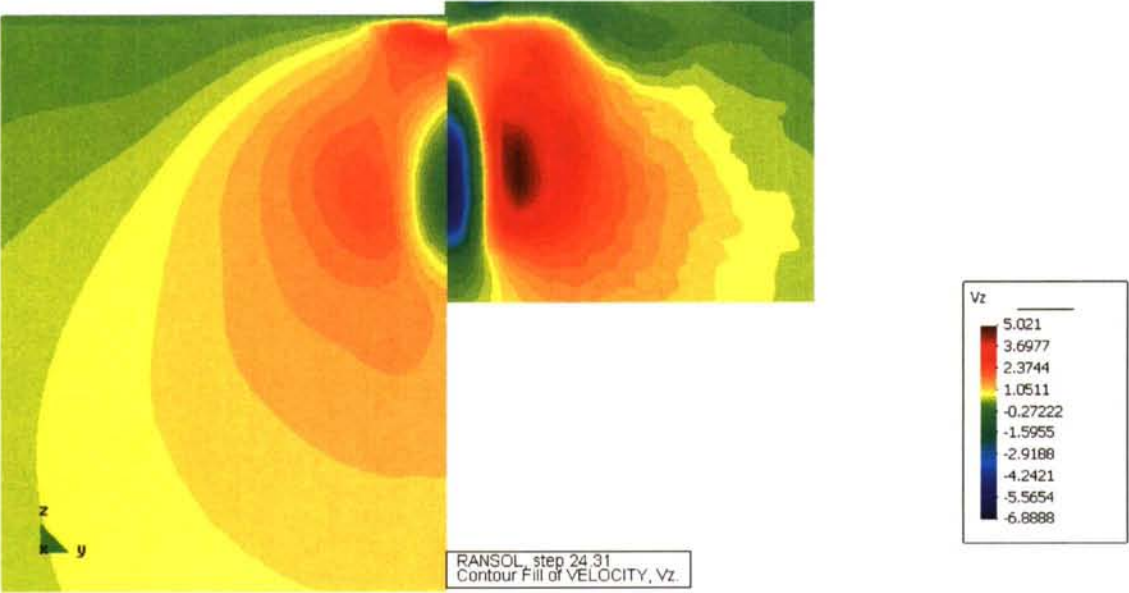






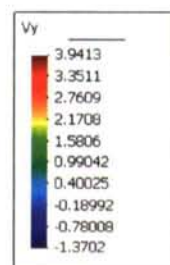
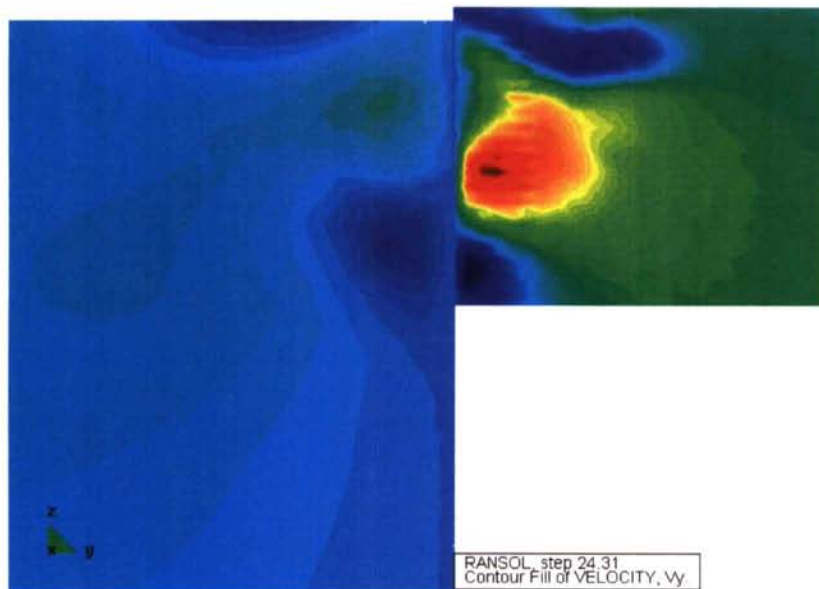
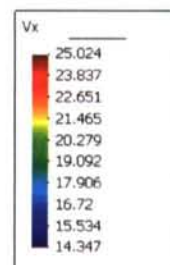
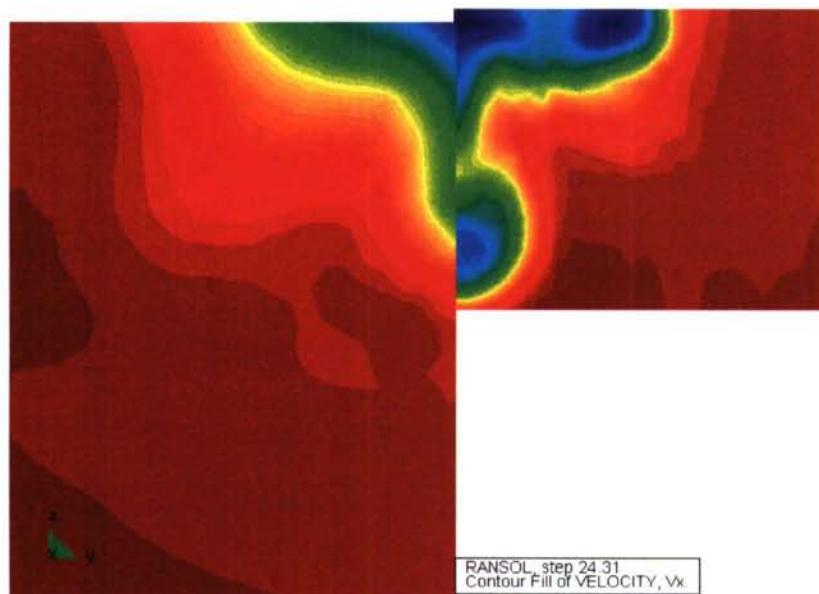
CORTE 5

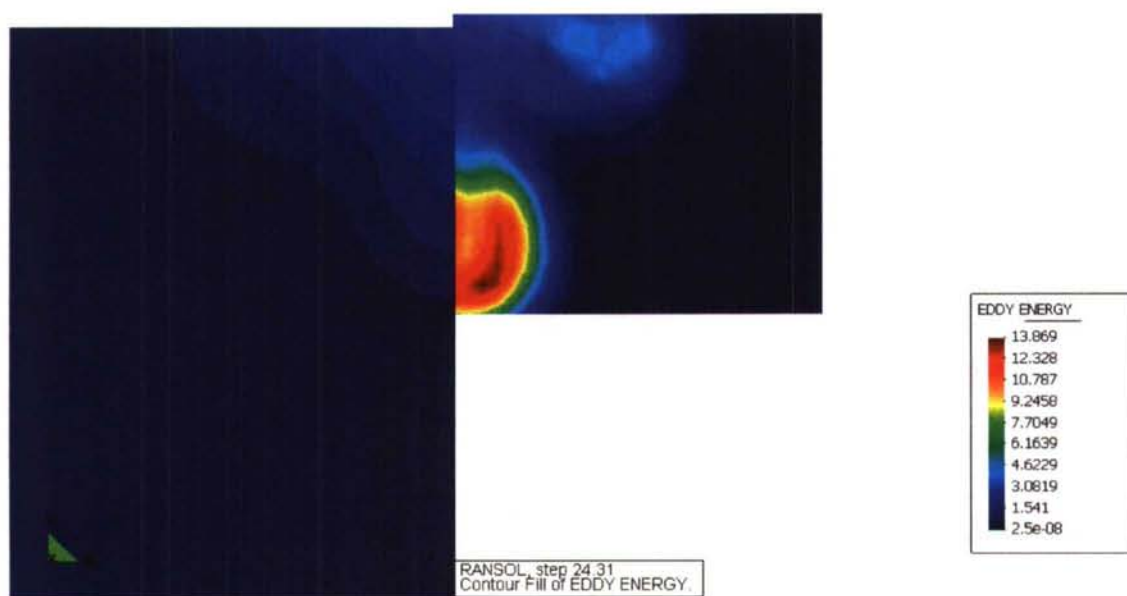
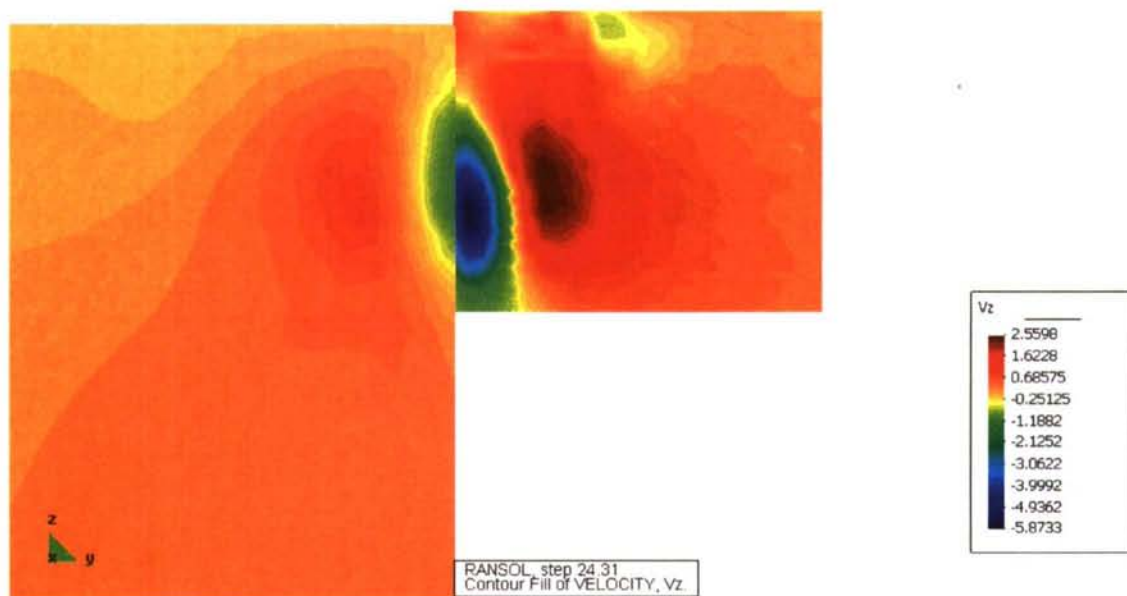




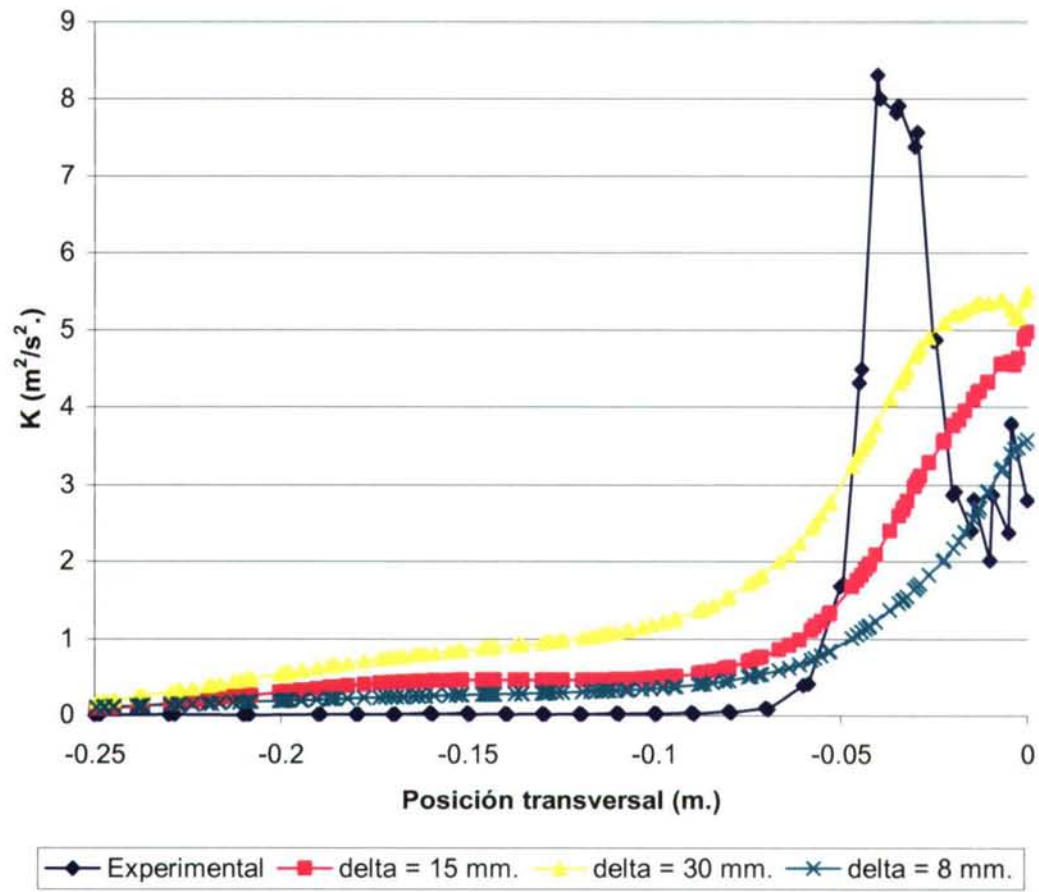


## CORTE 6



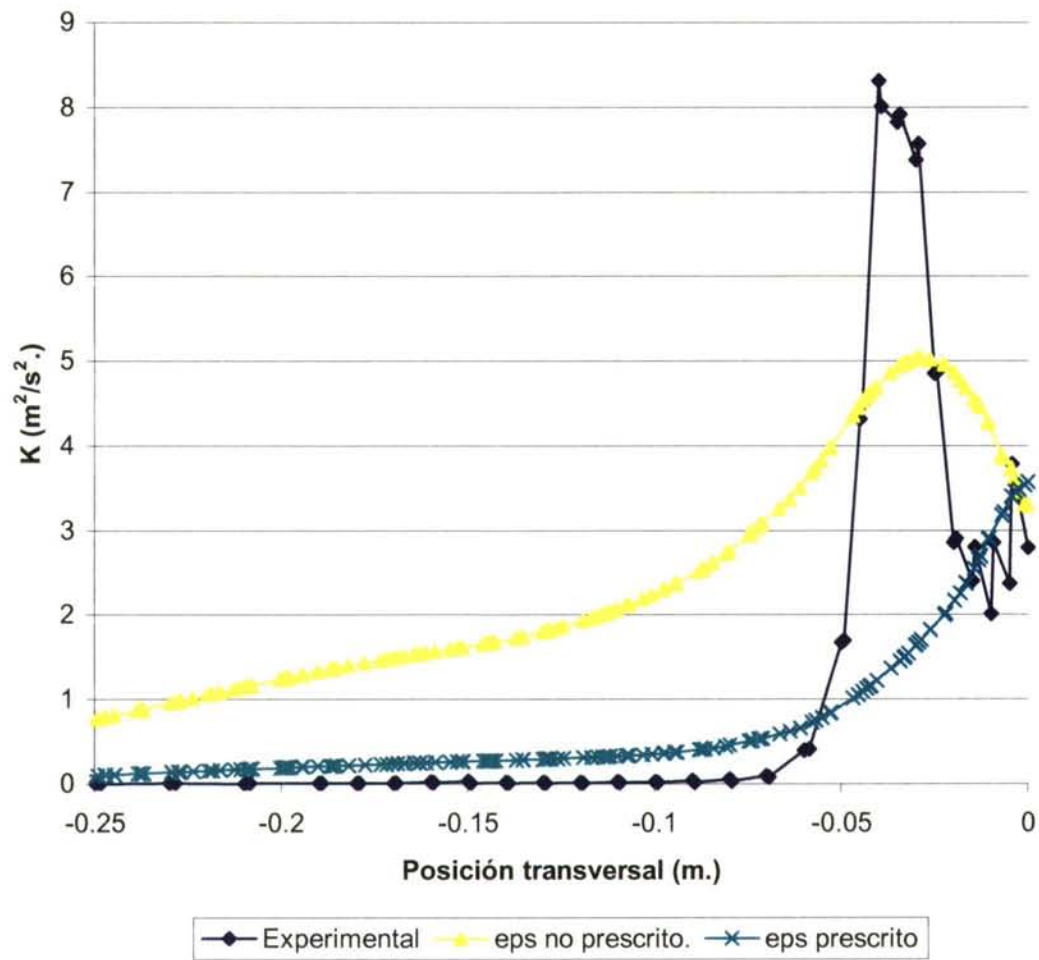


K en la horizontal de la hélice





K en la horizontal de la hélice



A continuación se pasa a modificar las constantes de cierre del modelo. Las modificaciones admisibles, a la vista de la Tabla 1.1 expuesta anteriormente, serán las siguientes:

	$\sigma_k$	$\sigma_\epsilon$	$C_{\epsilon1}$	$C_{\epsilon2}$	$C_\mu$
Variaciones	0.75-1.40	1.30-1.45	1.40-1.55	1.80-2.00	0.090-0.096

Tabla 1.4. Variaciones admisibles de las constantes de cierre del modelo  
Todos los casos anteriores han sido corridos con un modelo de turbulencia con unos valores de las constantes de cierre de:

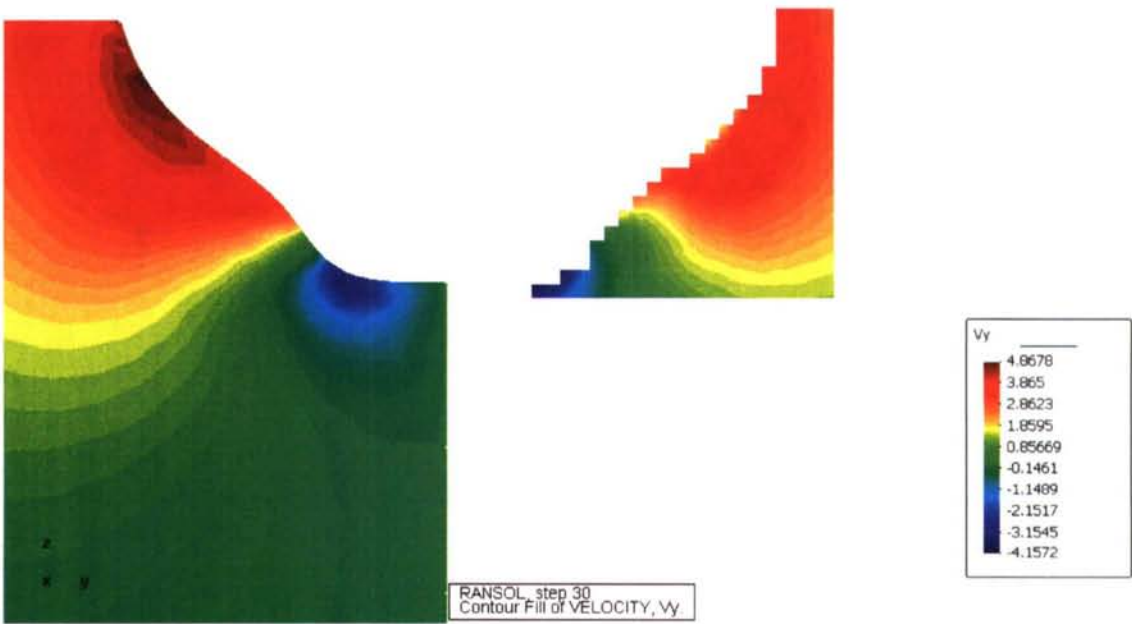
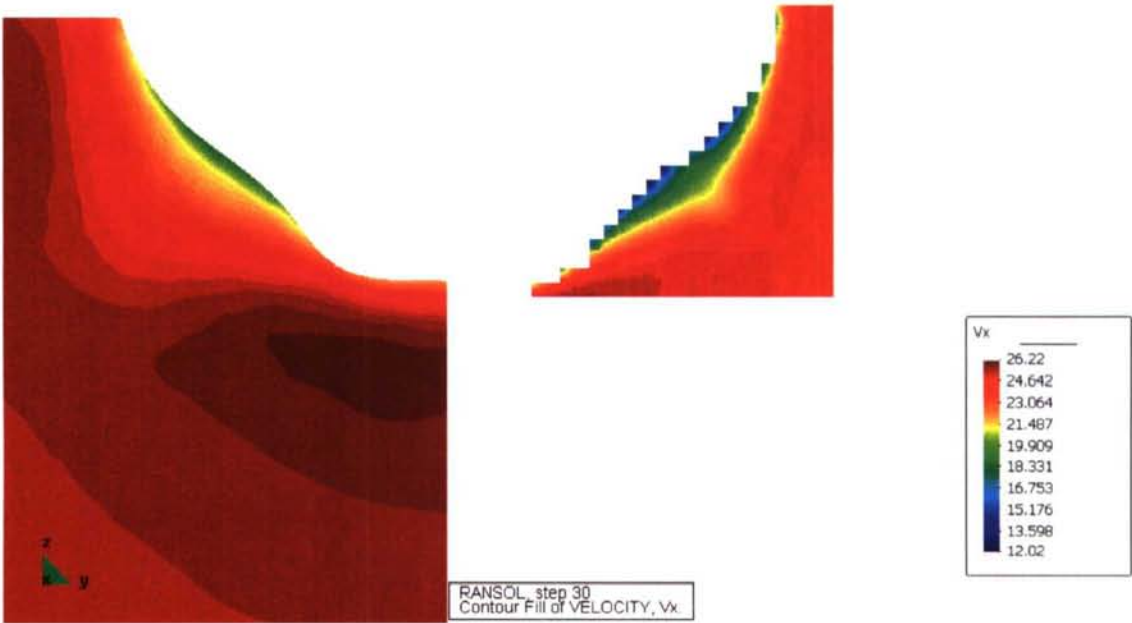
	$\sigma_k$	$\sigma_\epsilon$	$C_{\epsilon1}$	$C_{\epsilon2}$	$C_\mu$
Valores Origen	1.00	1.30	1.45	1.92	0.090

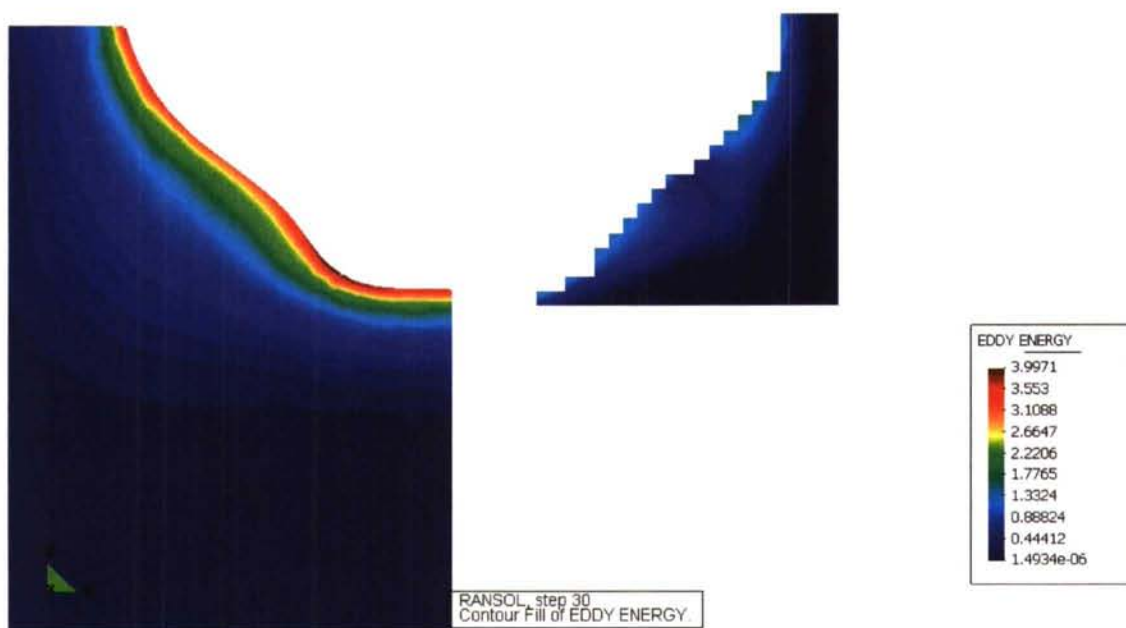
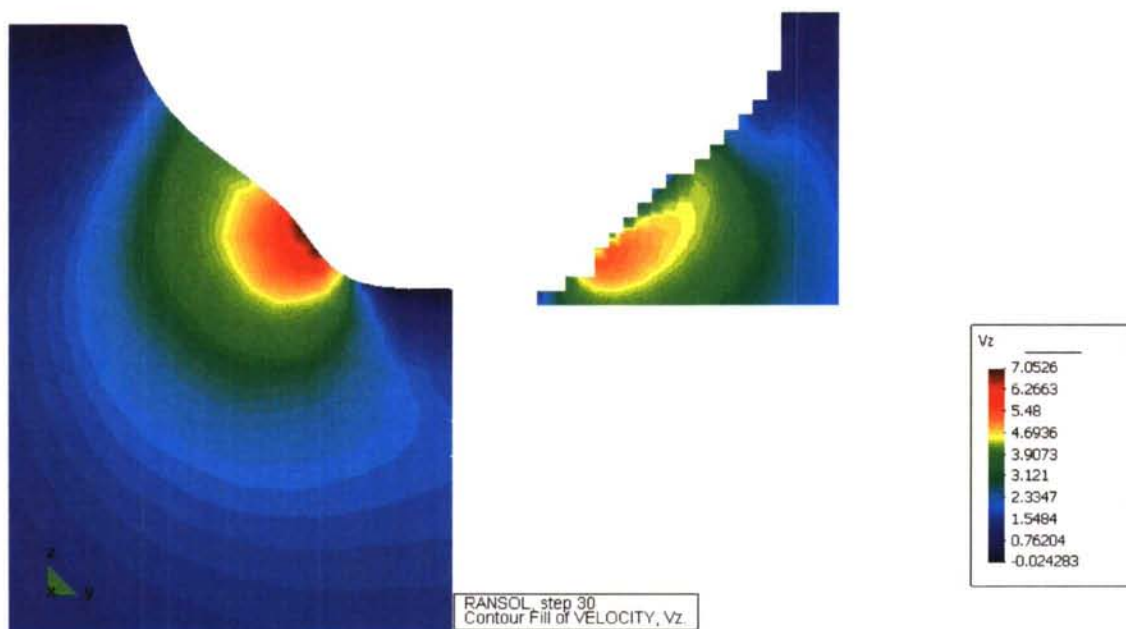
**Caso 7**

Se modifica el valor de  $\sigma_k$

	$\sigma_k$	$\sigma_\varepsilon$	$C_{\varepsilon 1}$	$C_{\varepsilon 2}$	$C_\mu$
Caso7	1.05	1.30	1.45	1.92	0.090

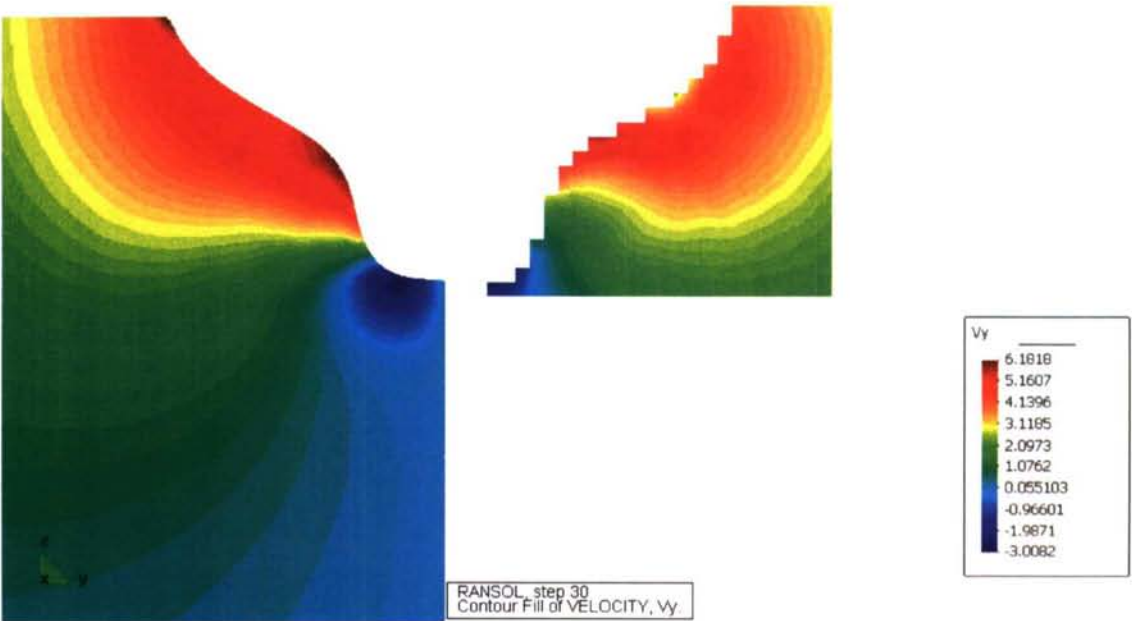
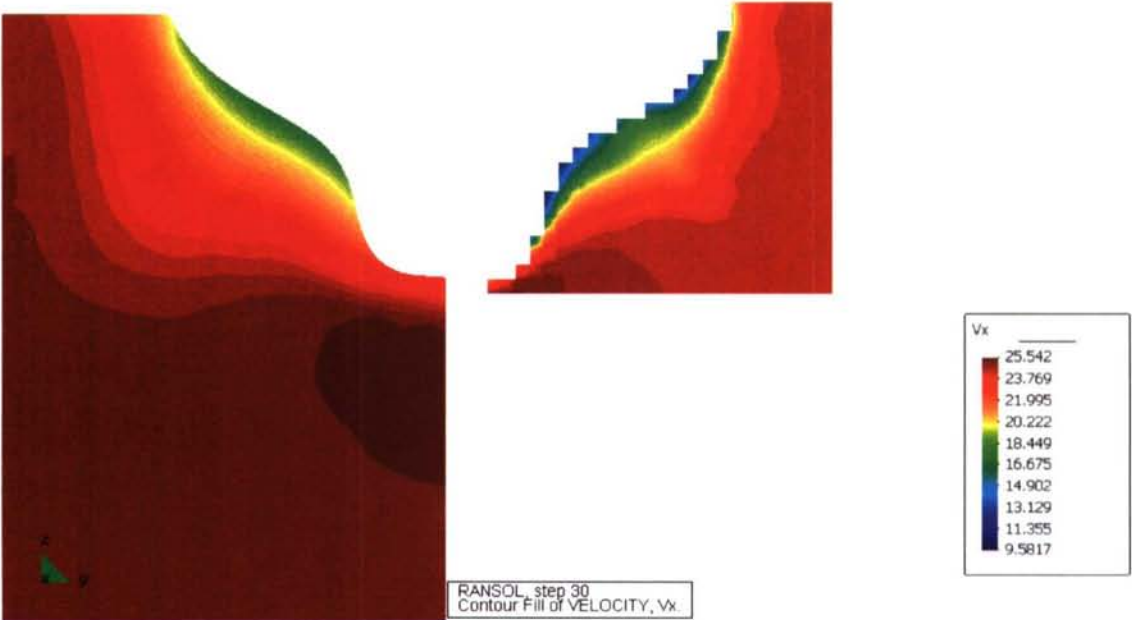
CORTE 1

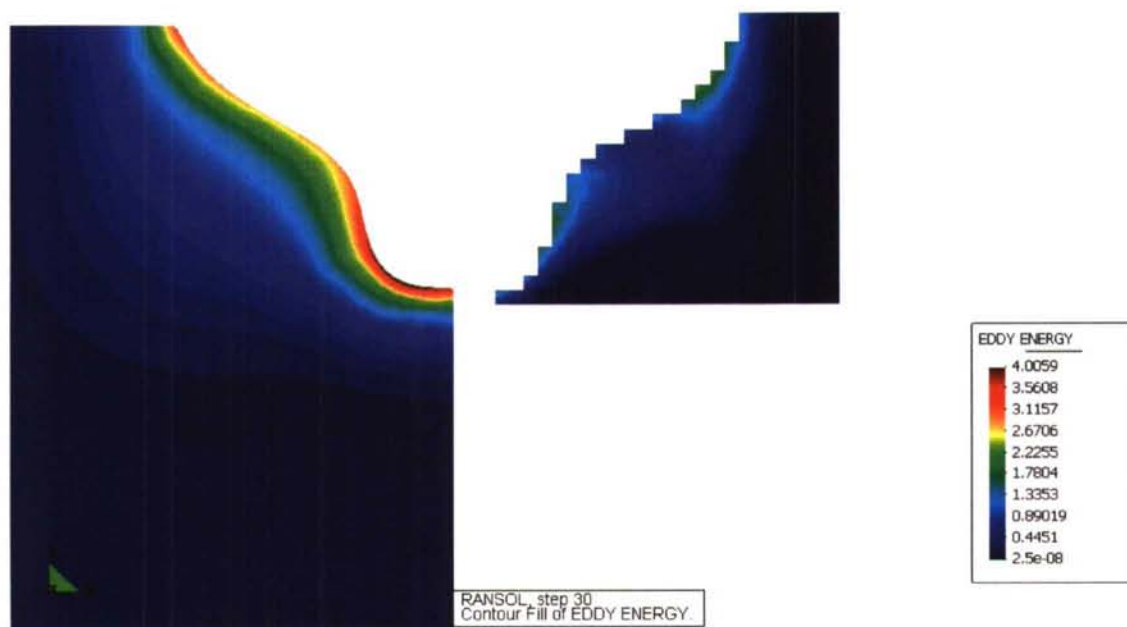
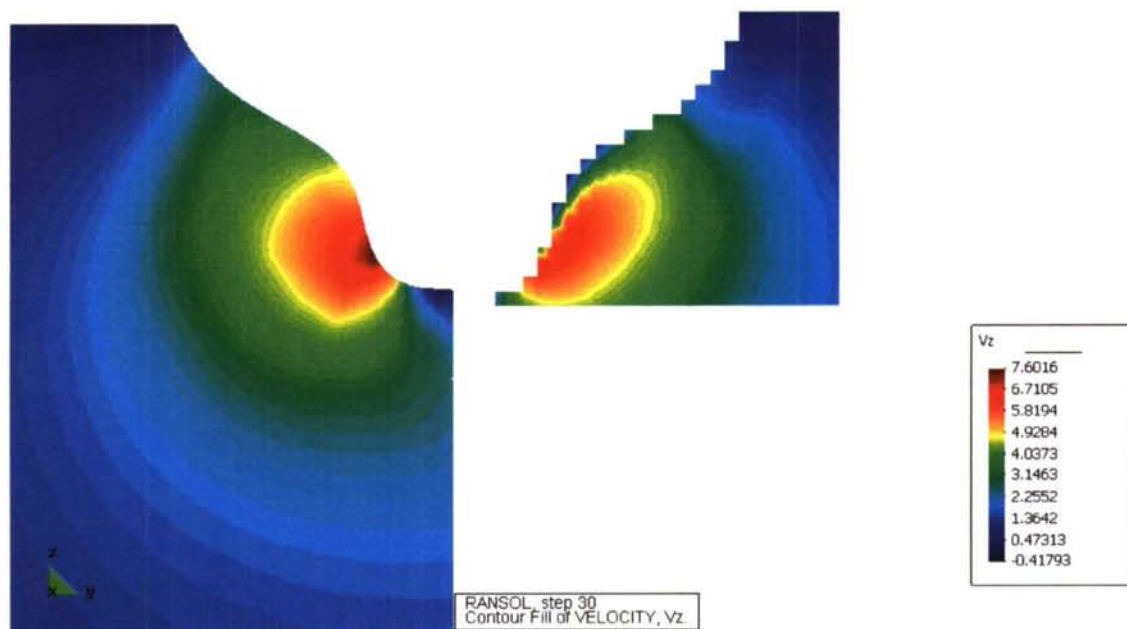




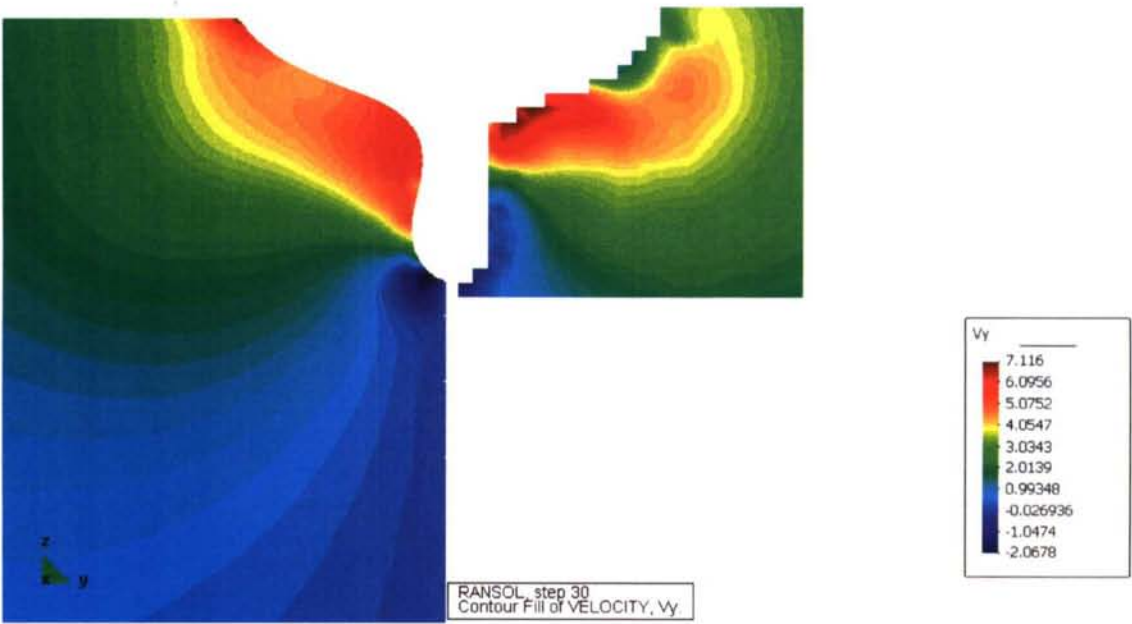
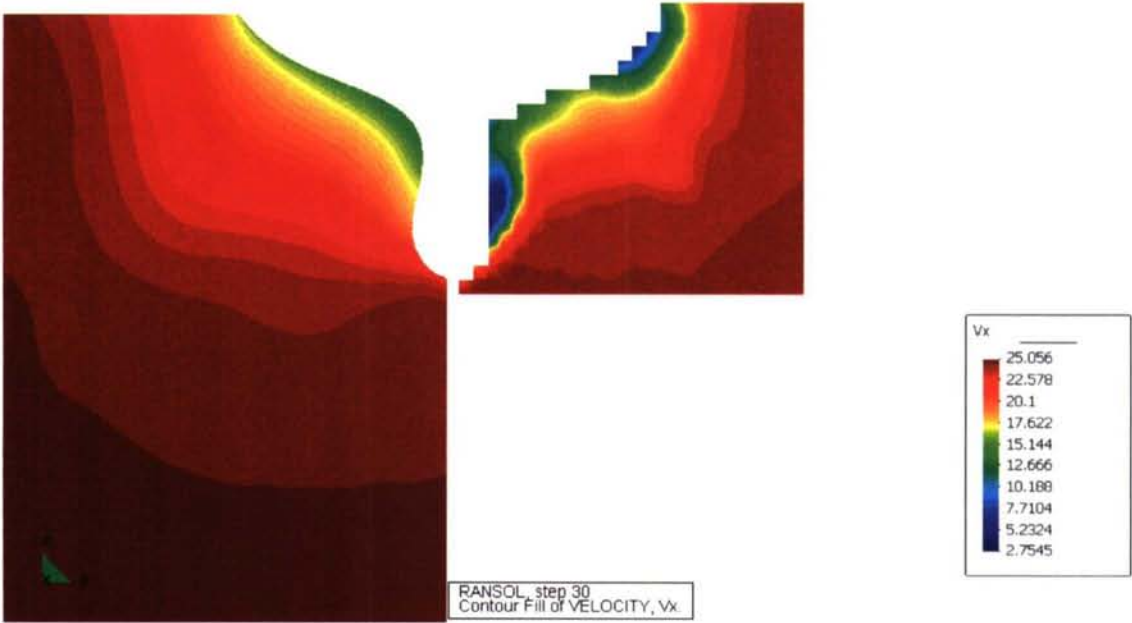


CORTE 2

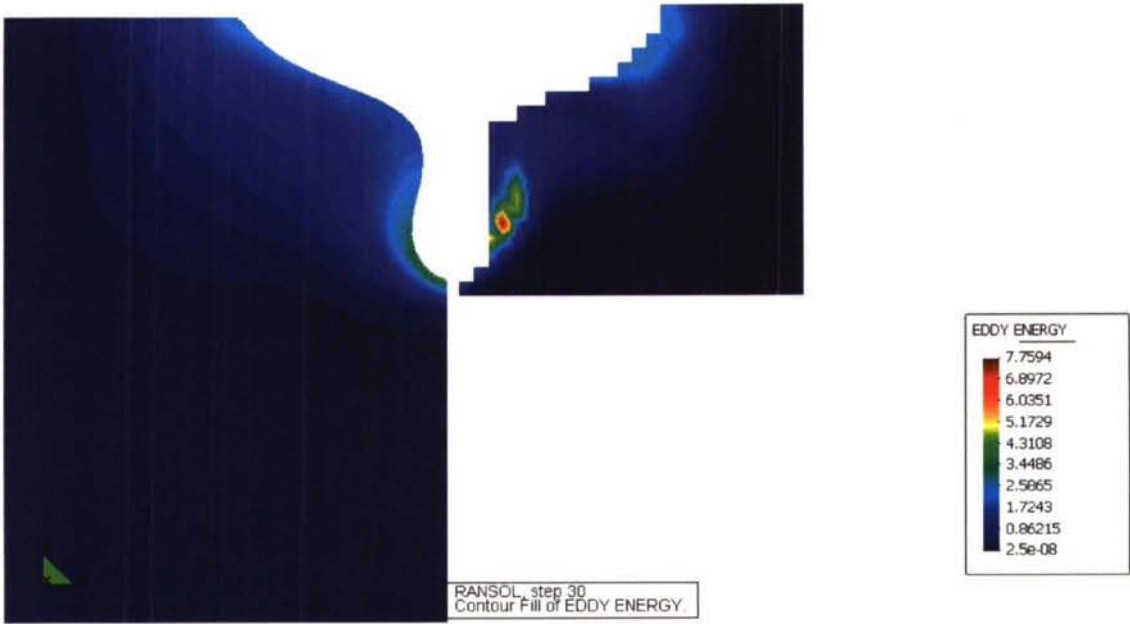
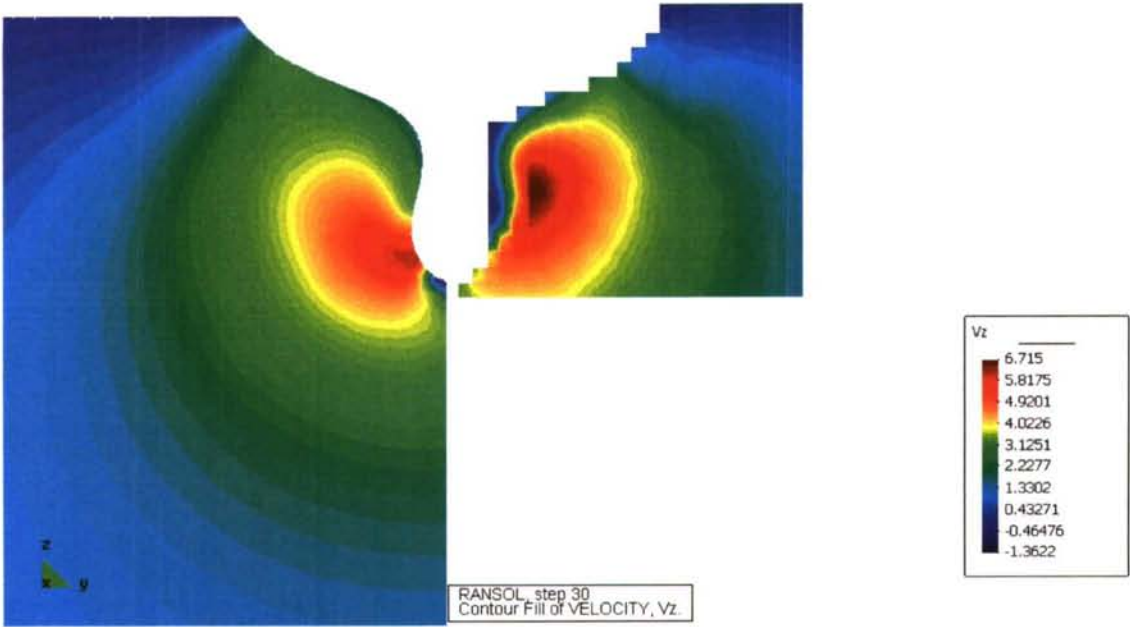




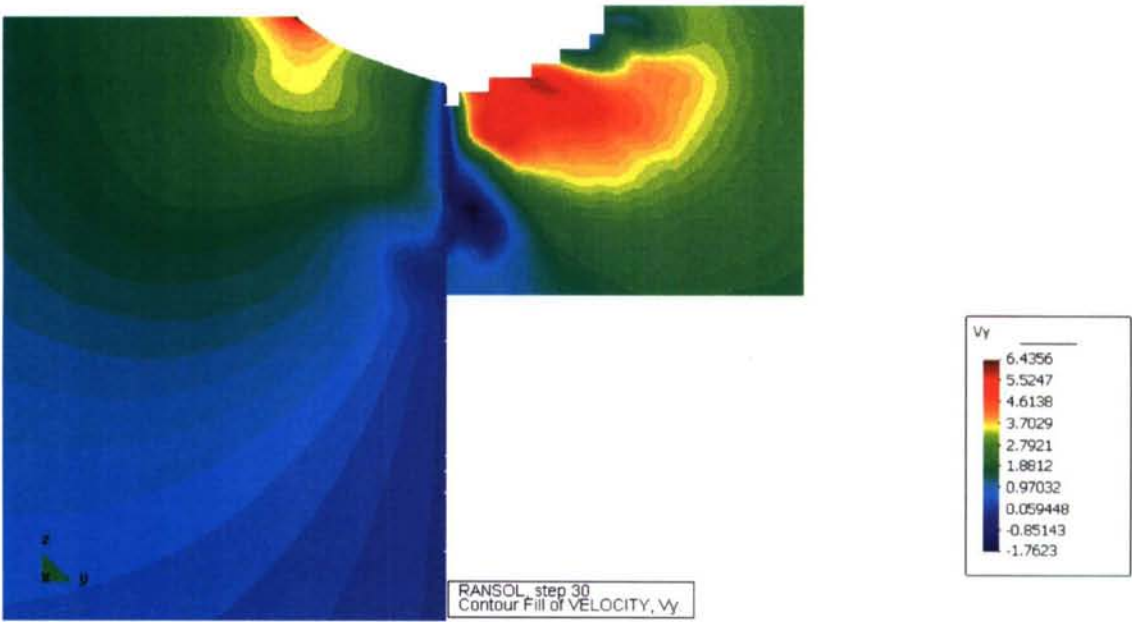
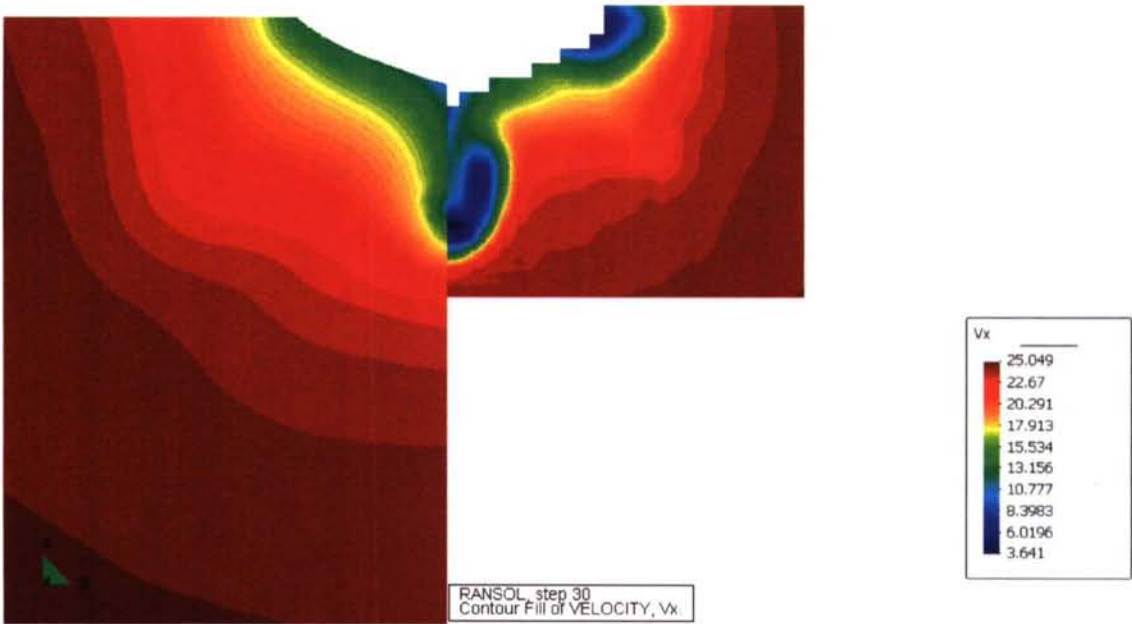
CORTE 3

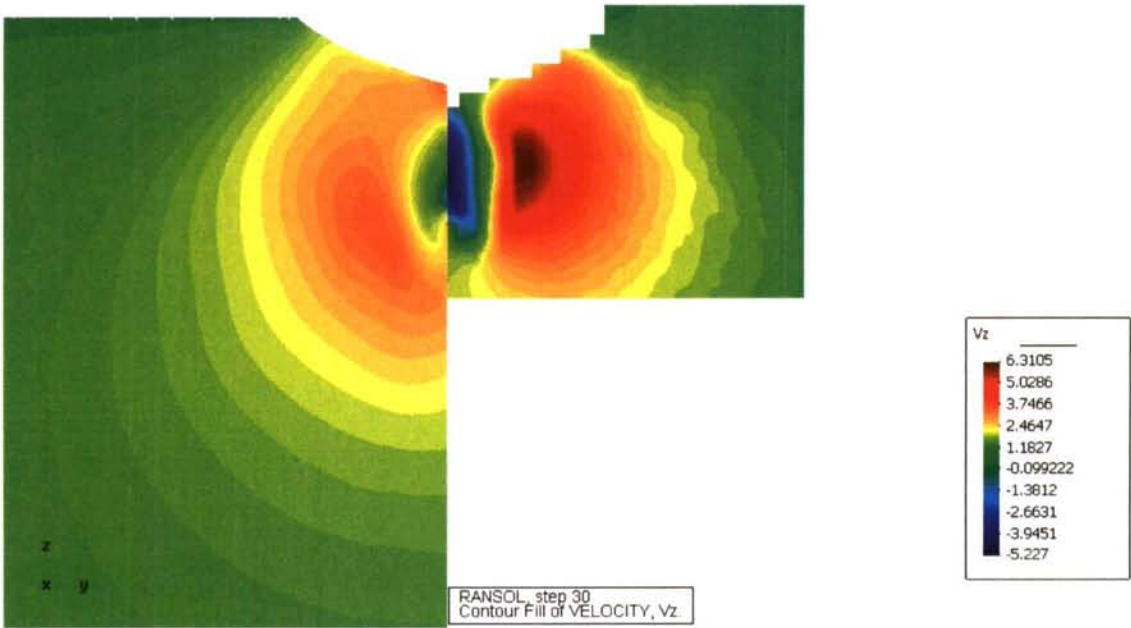






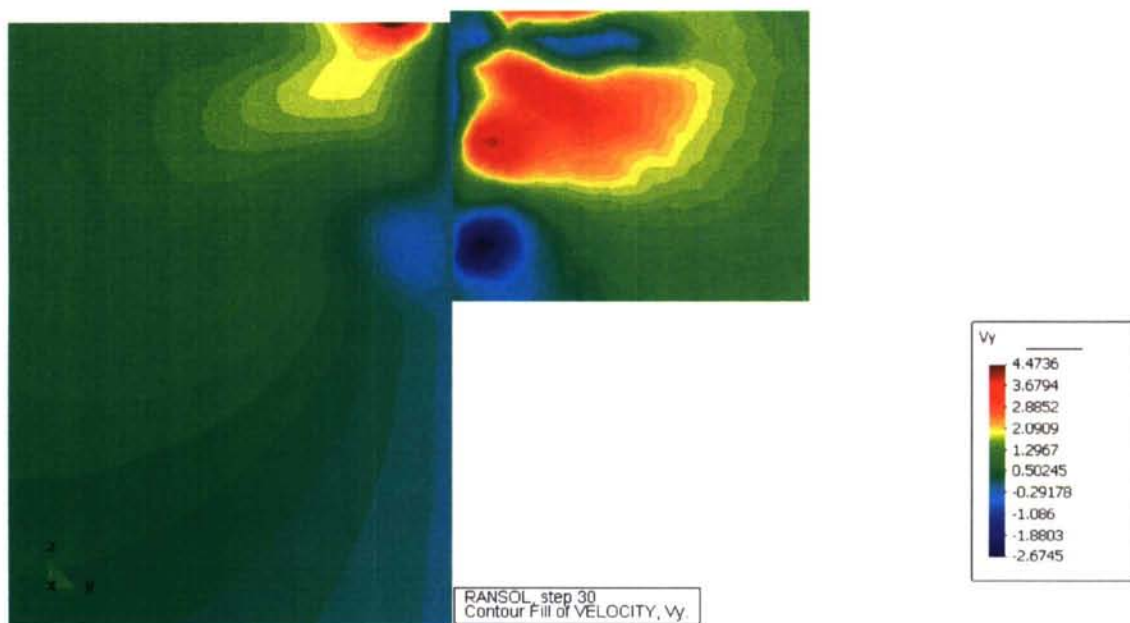
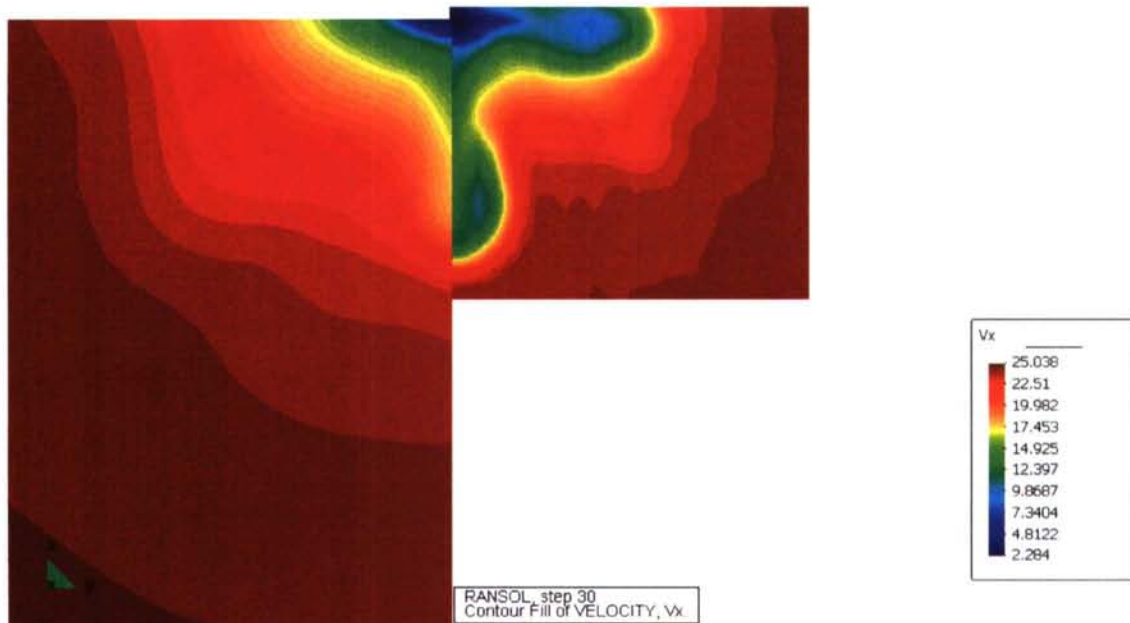
CORTE 4

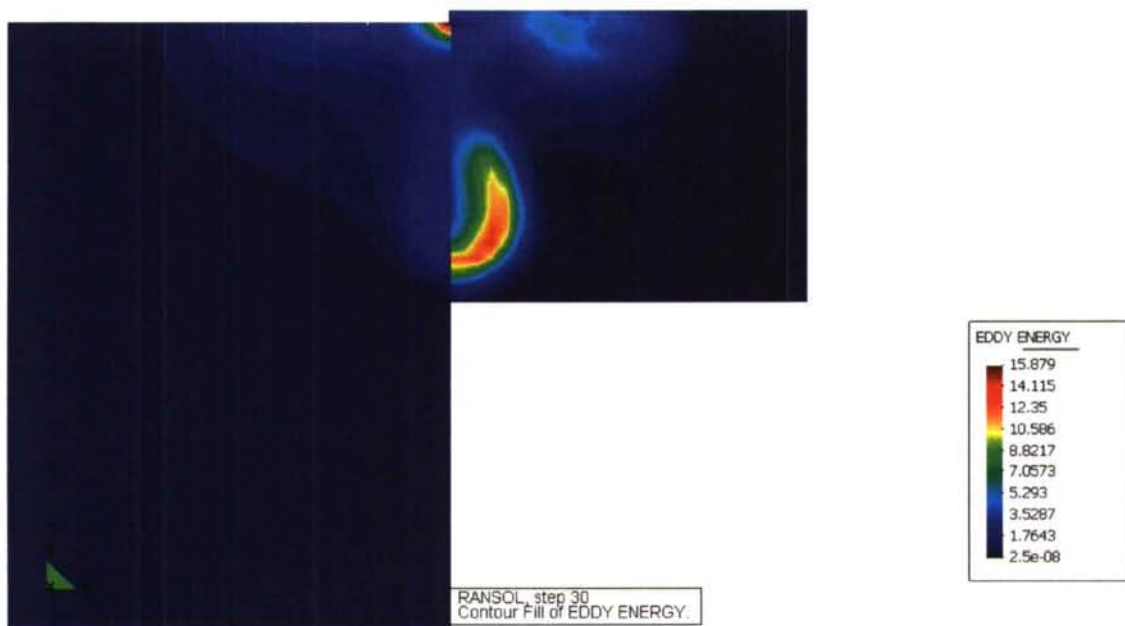
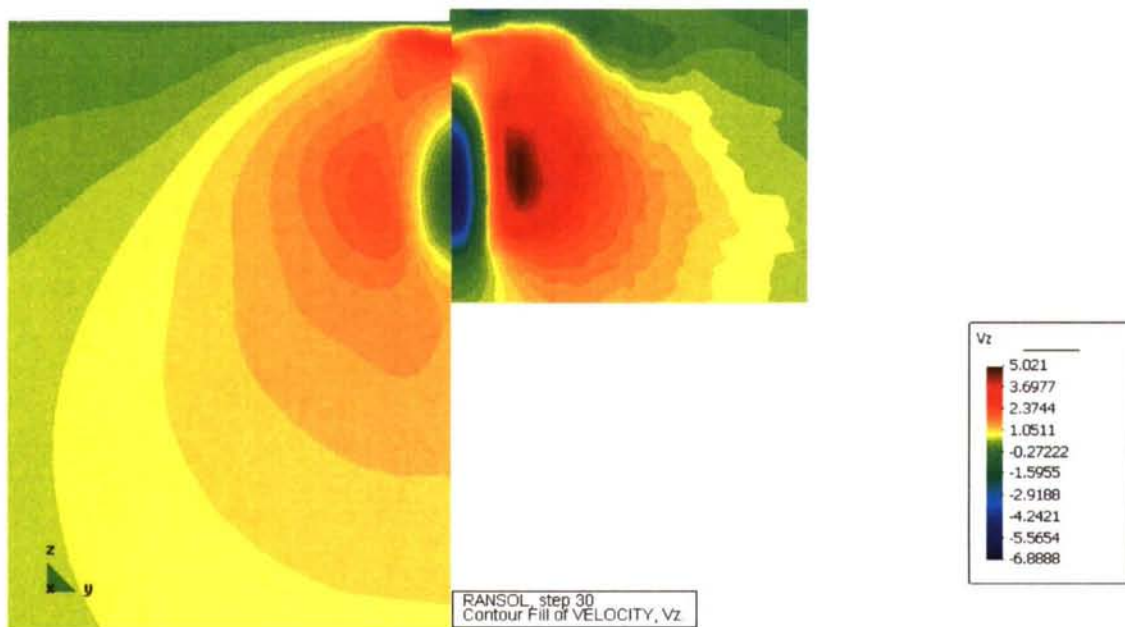




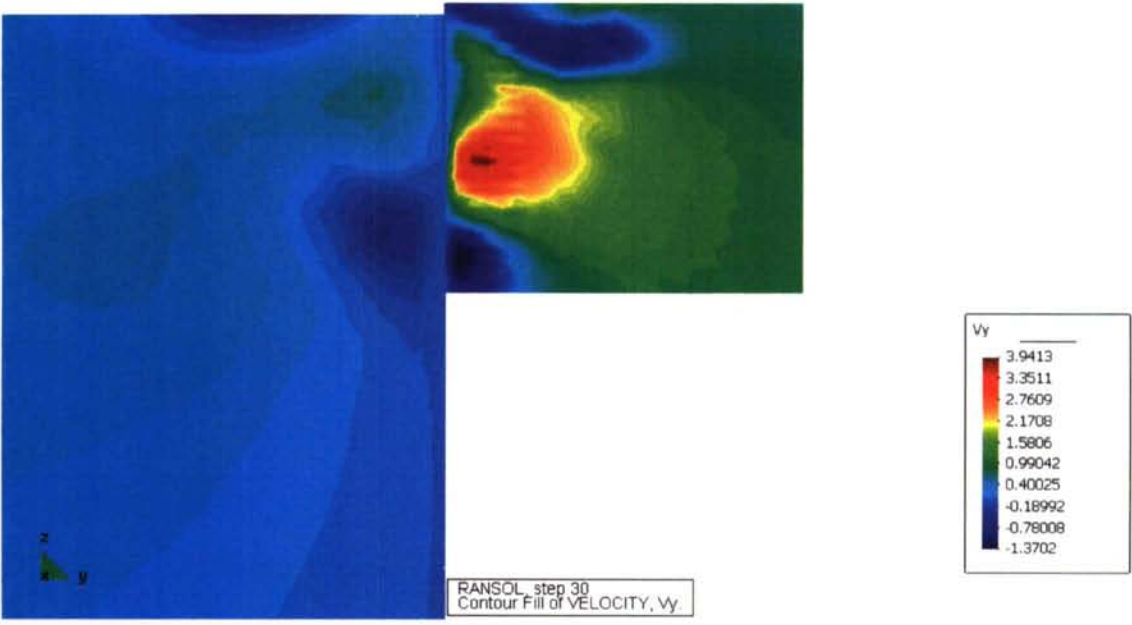
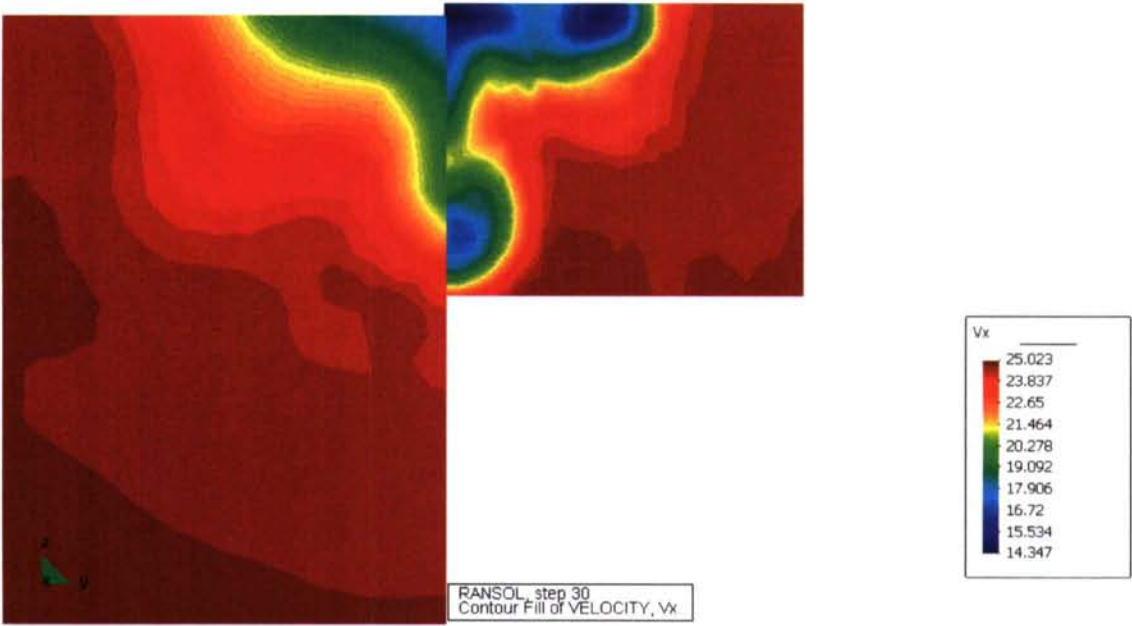


## CORTE 5

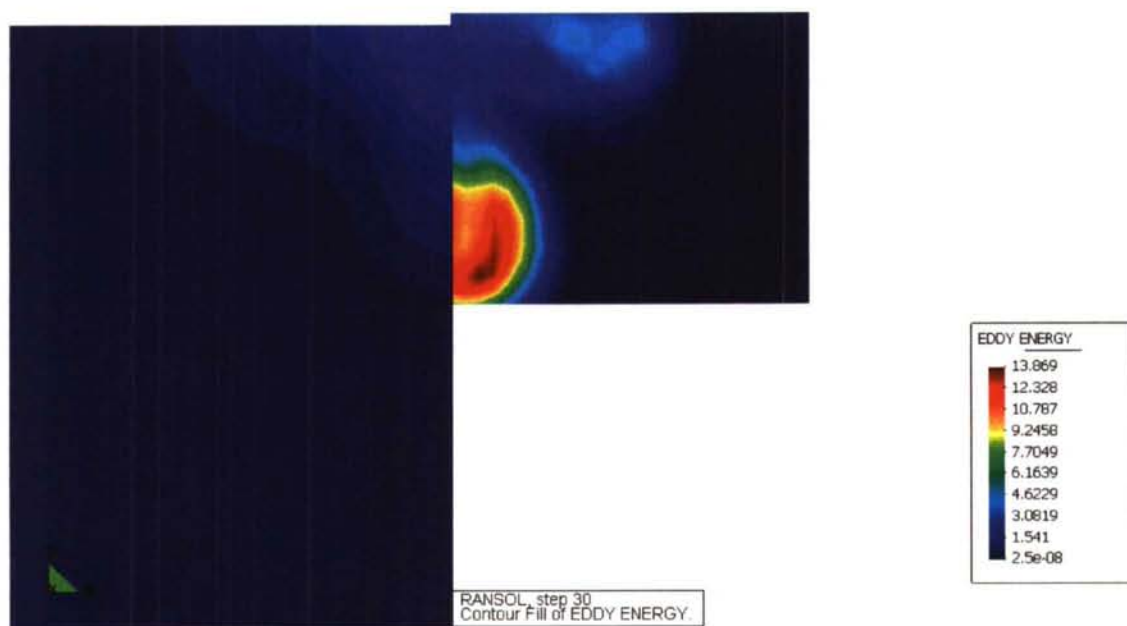
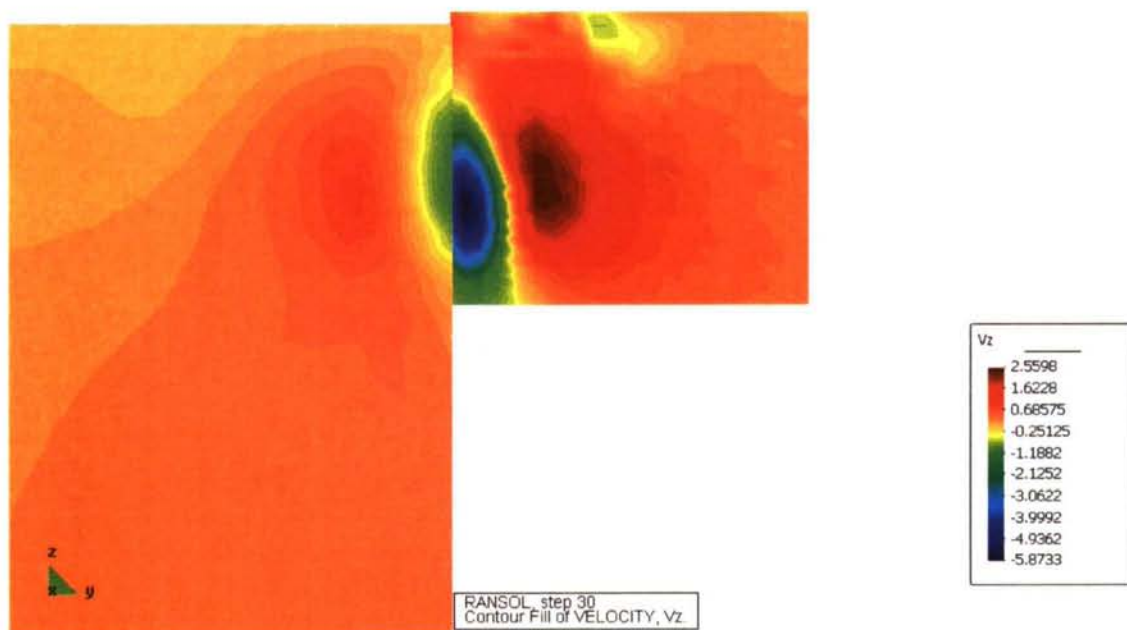




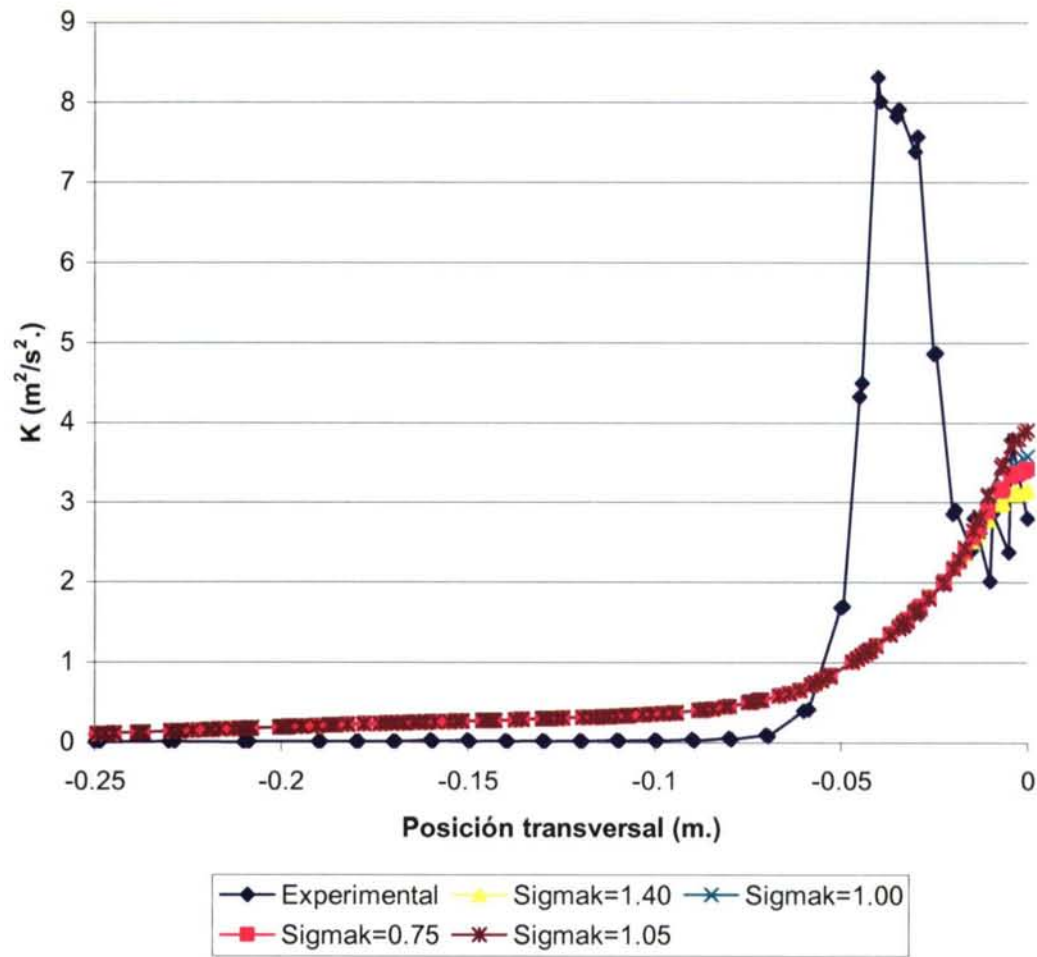
CORTE 6







K en la horizontal de la hélice



La siguiente constante del modelo que se variará es  $C_\mu$ , que en principio es la más influyente del modelo, Se ha de tener en cuenta el valor implícito de la constante de karman [\*]

	$\sigma_k$	$\sigma_\varepsilon$	$C_{\varepsilon 1}$	$C_{\varepsilon 2}$	$C_\mu$	$\kappa$
Variaciones	1.05	1.30-1.45	1.40-1.55	1.80-2.00	0.090-0.096	*0.399-0.433

$$* \kappa^2 = \sqrt{C_\mu} (C_{\varepsilon 2} - C_{\varepsilon 1}) \sigma_\varepsilon$$

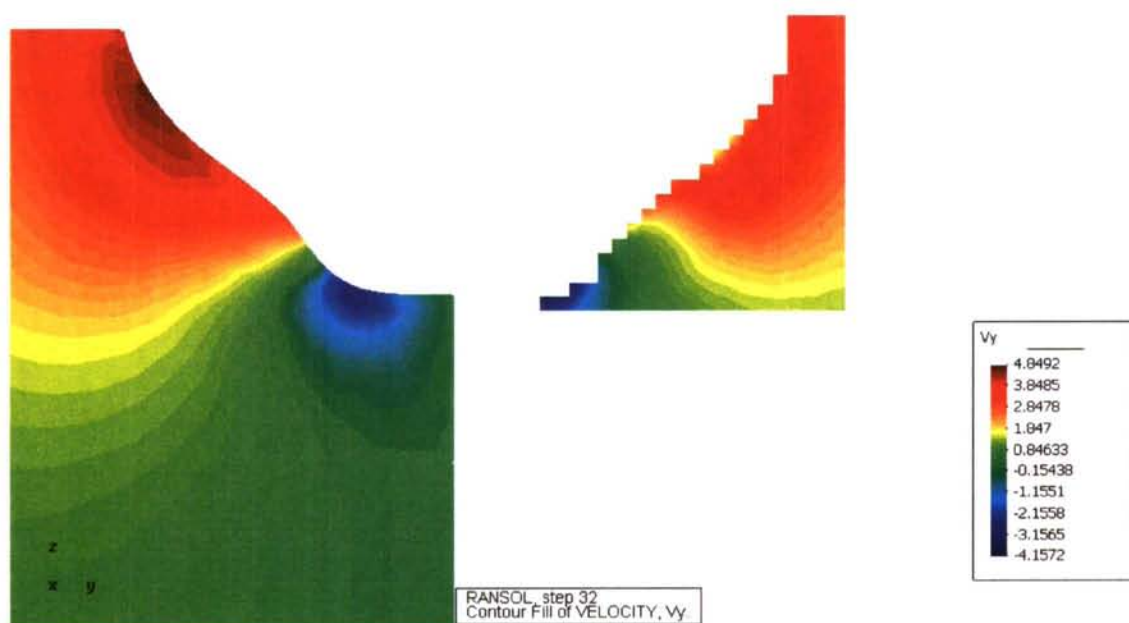
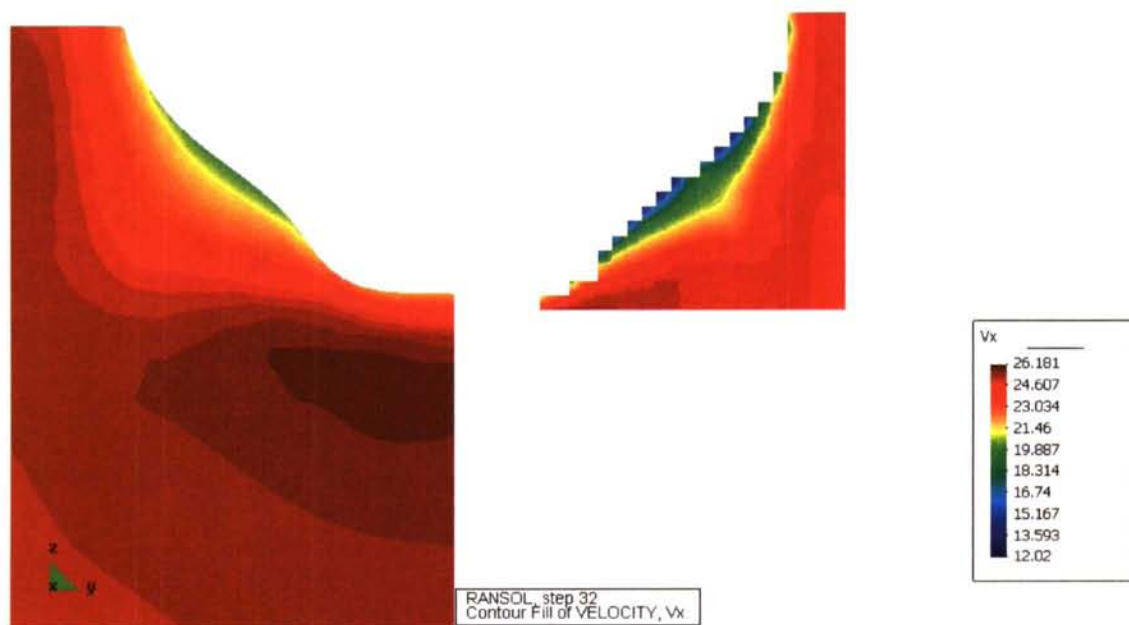
$$* [24]$$

**Caso 8**

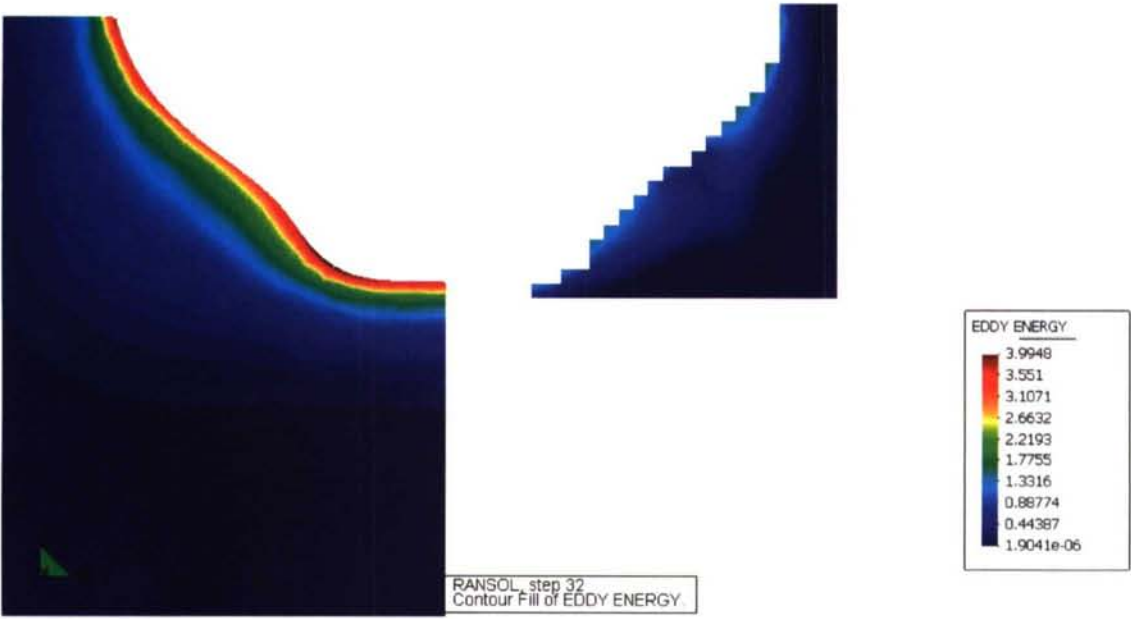
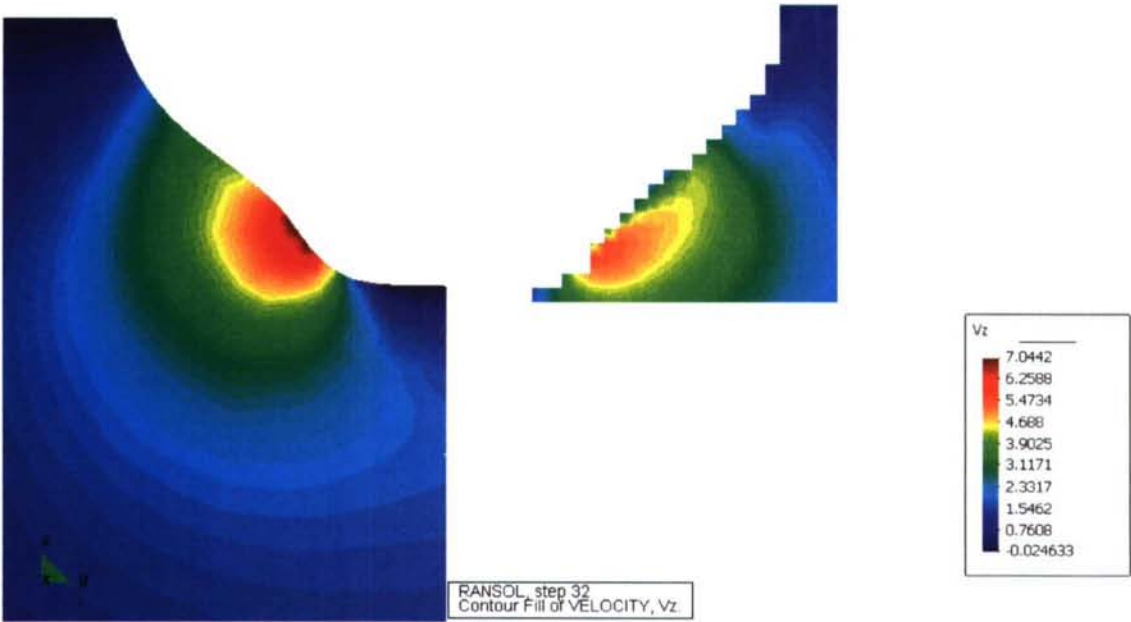
Se procede a variar el valor de la constante  $C_\mu$

	$\sigma_k$	$\sigma_\varepsilon$	$C_{\varepsilon 1}$	$C_{\varepsilon 2}$	$C_\mu$	$\kappa$
Caso 8	1.05	1.30	1.45	1.92	0.092	0.430

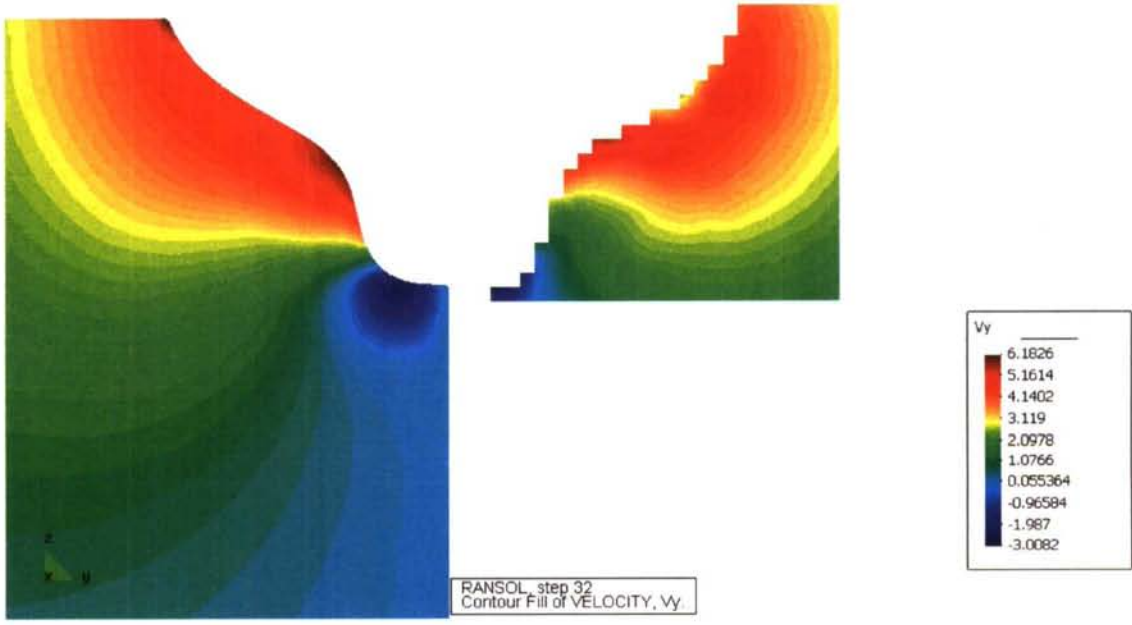
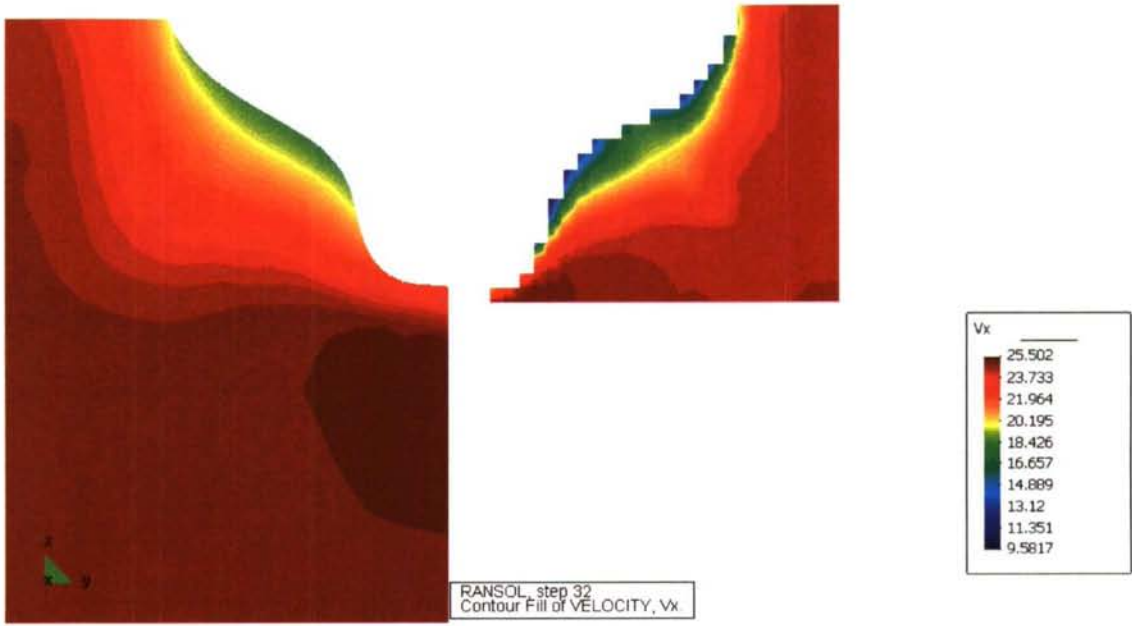
## CORTE 1

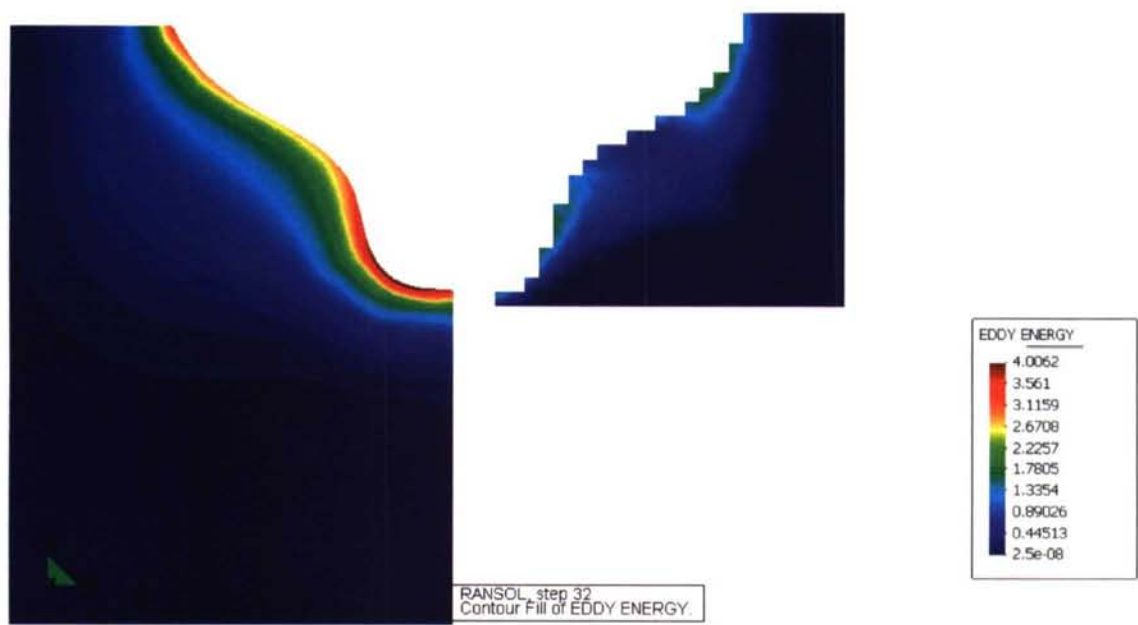
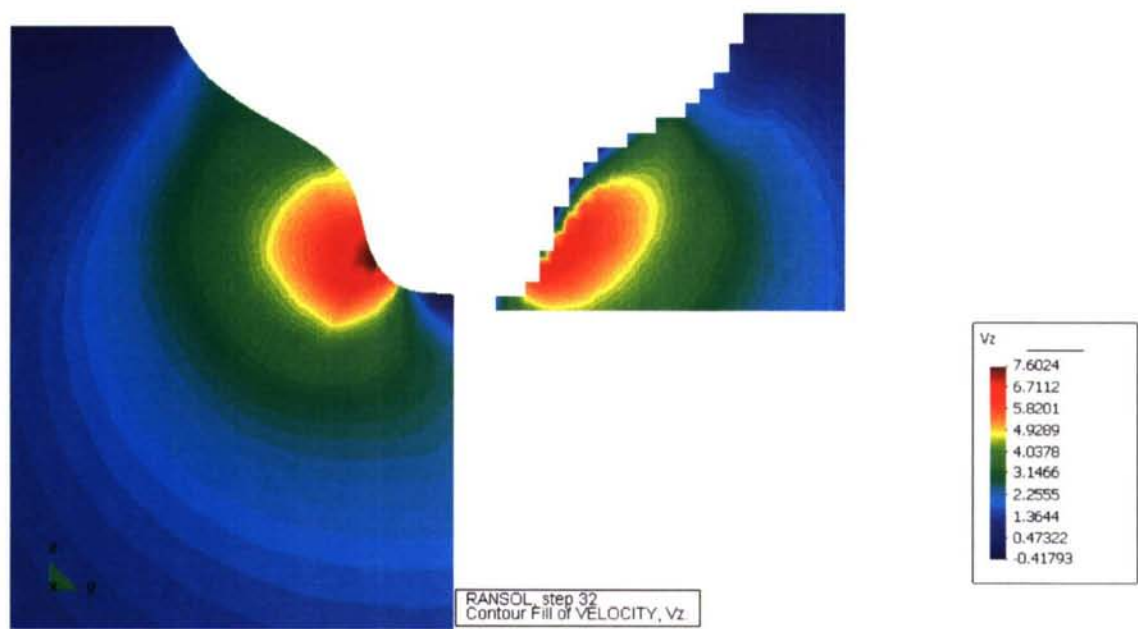






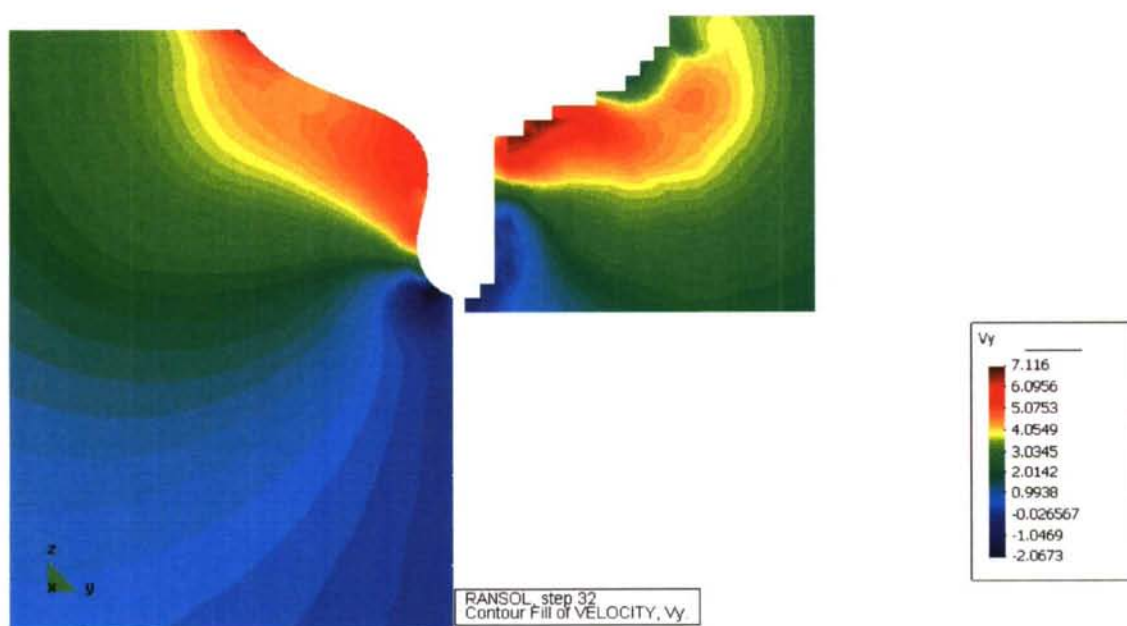
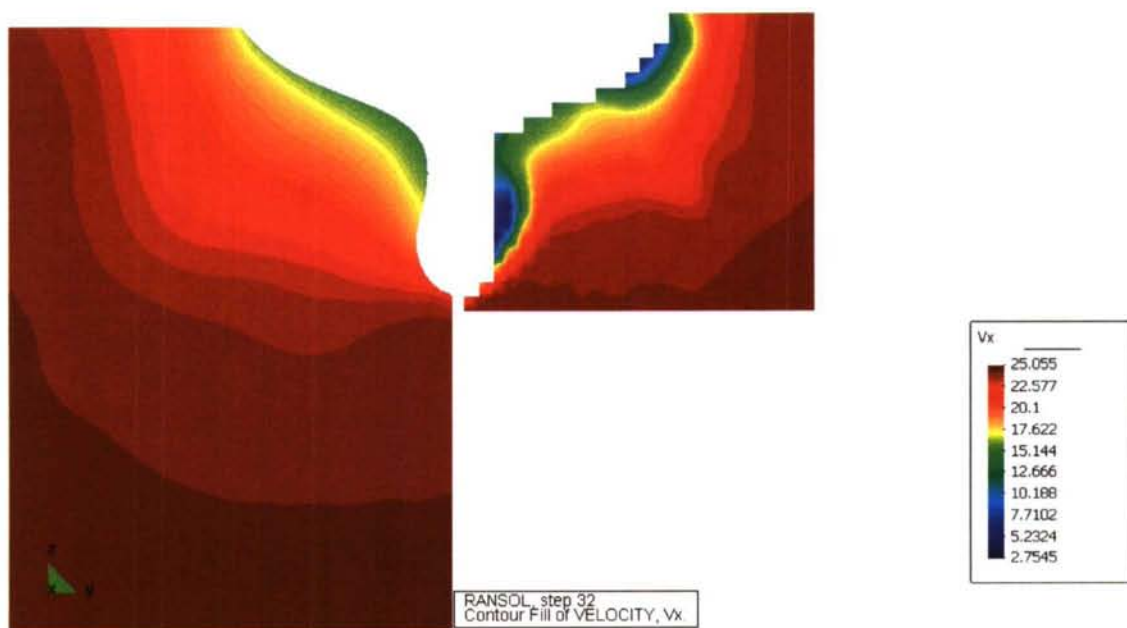
CORTE 2

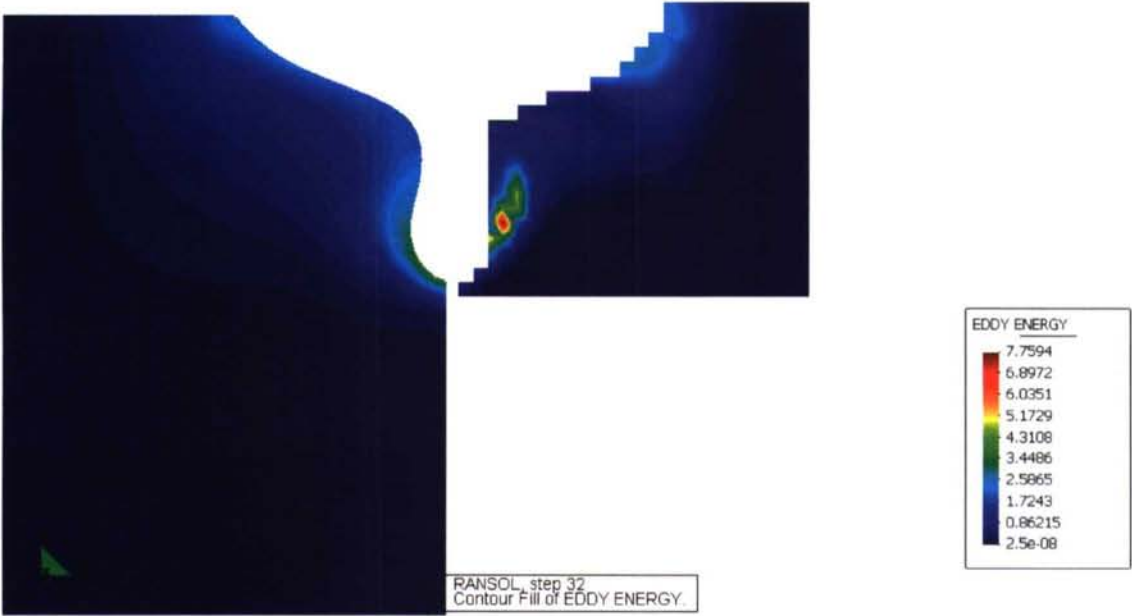
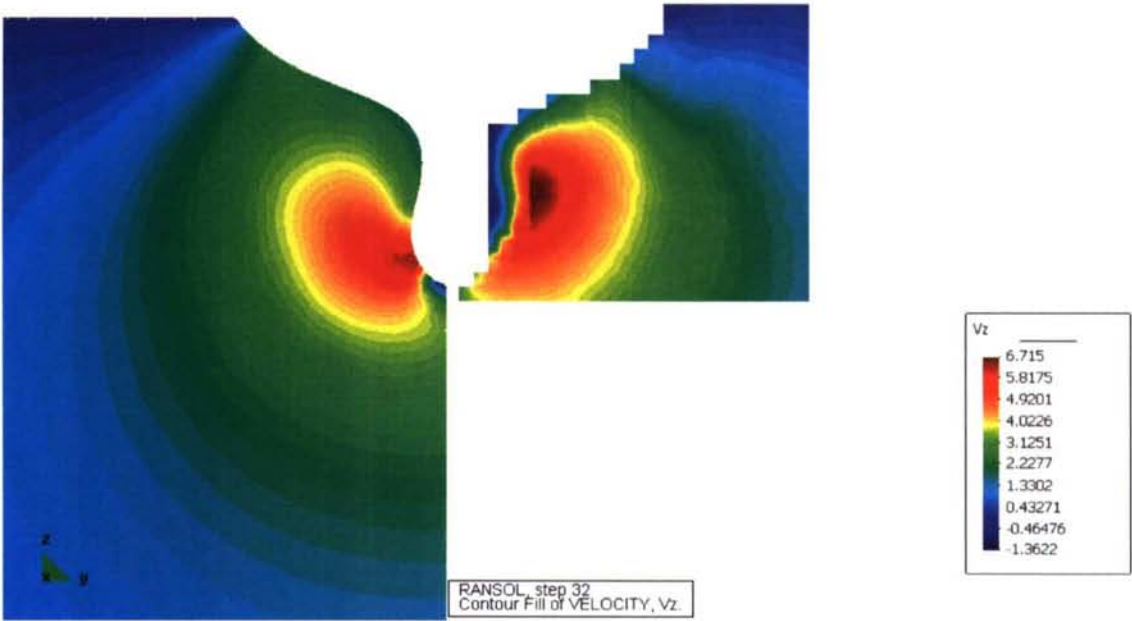




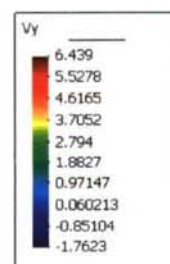
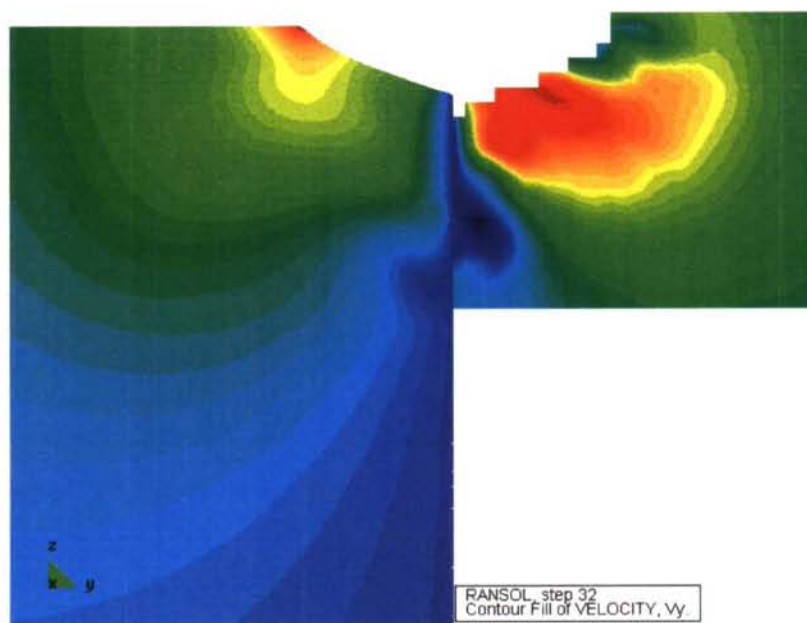
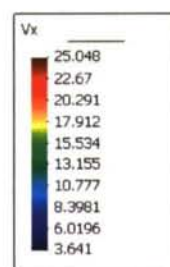
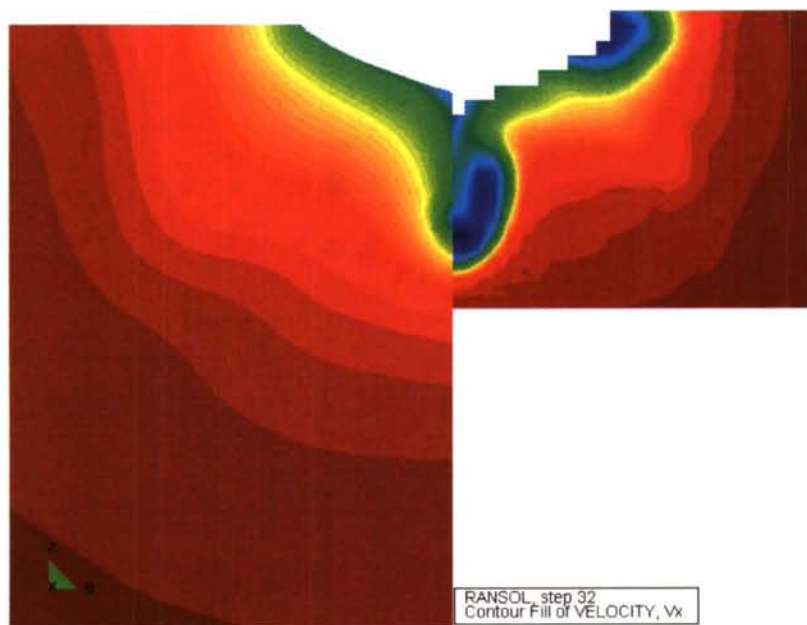


## CORTE 3

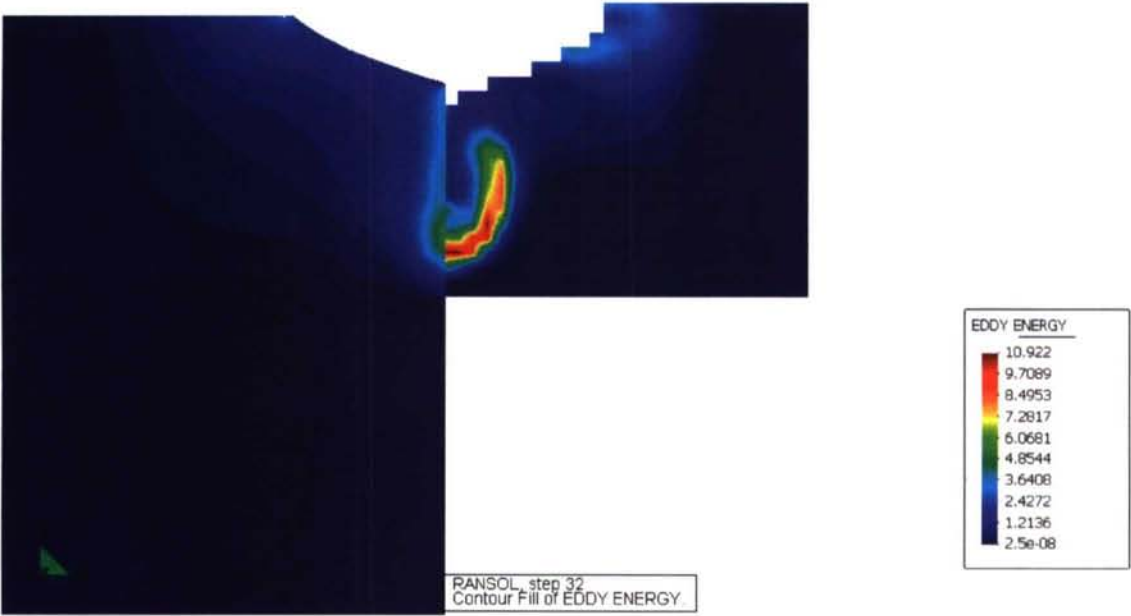
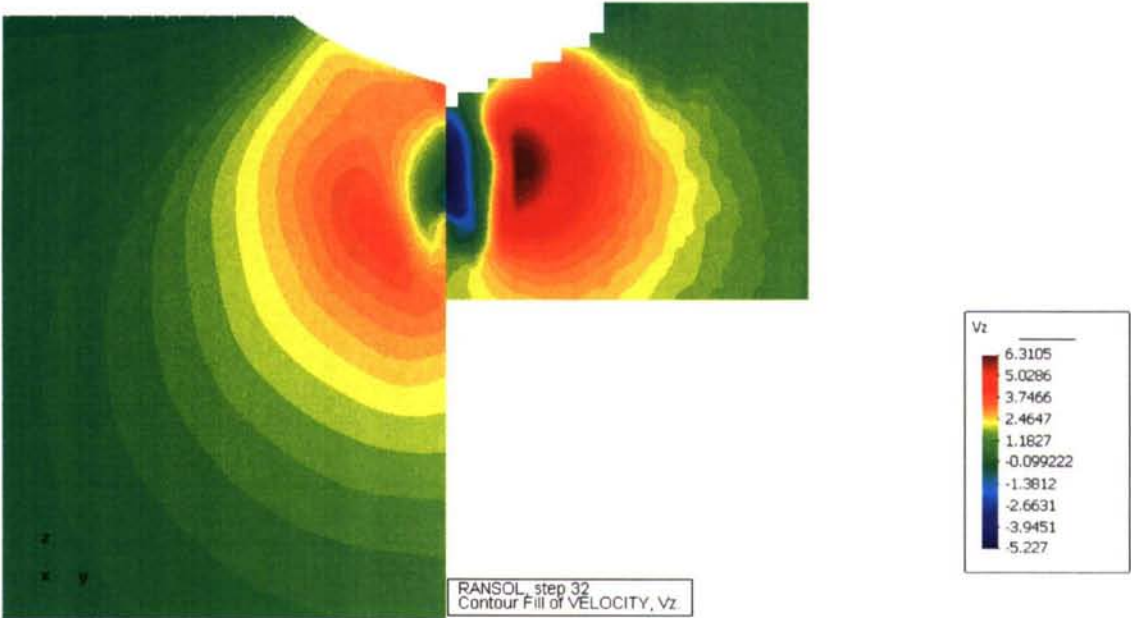




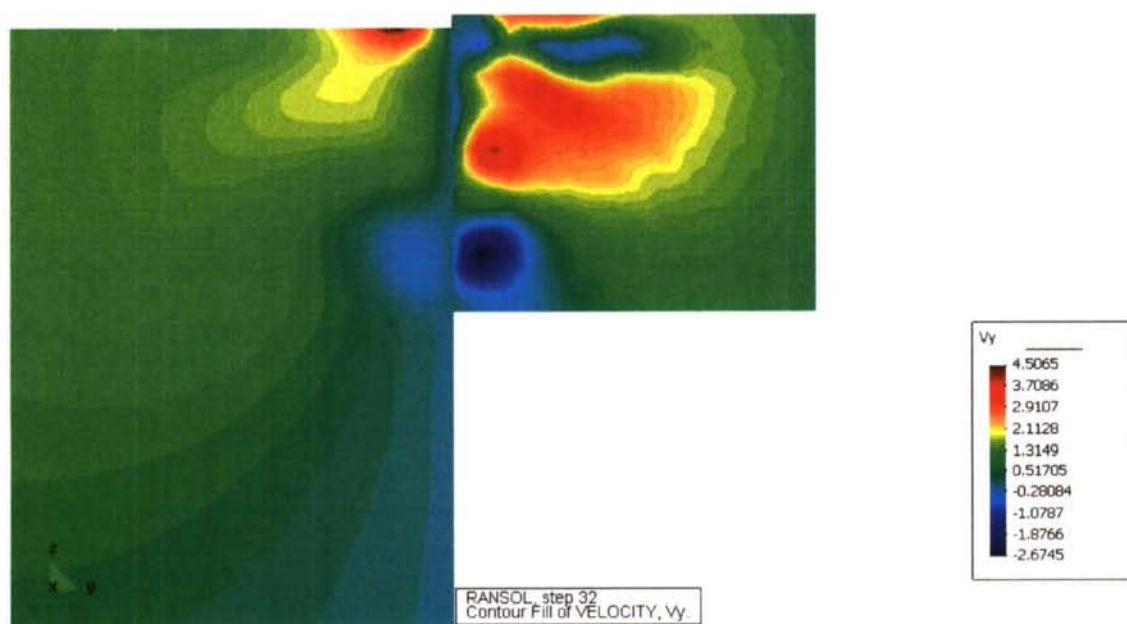
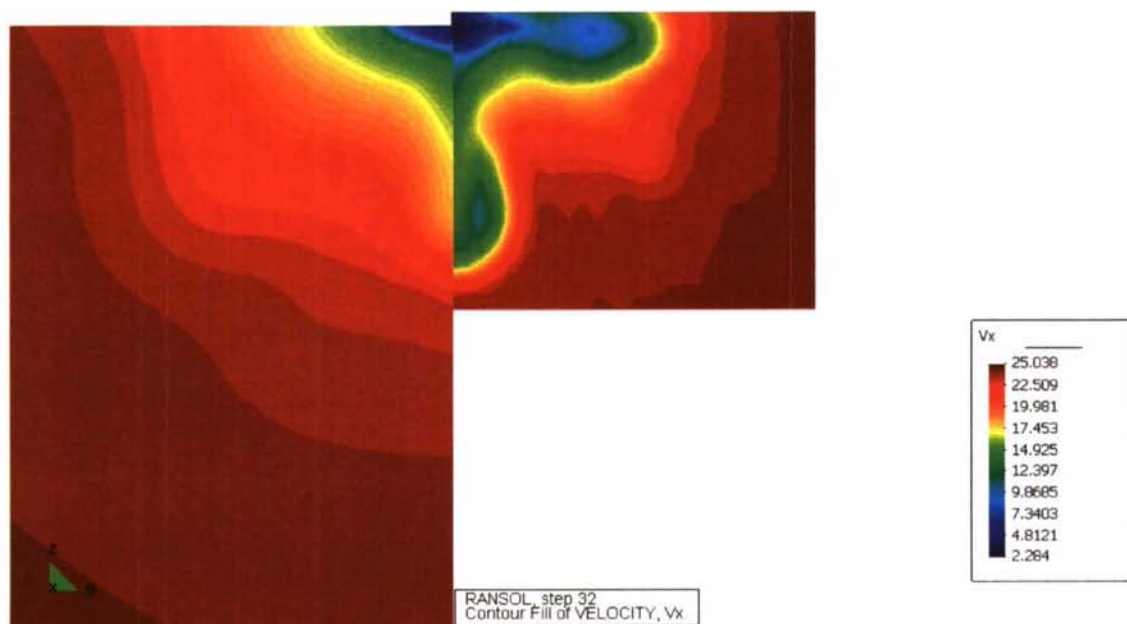
## CORTE 4

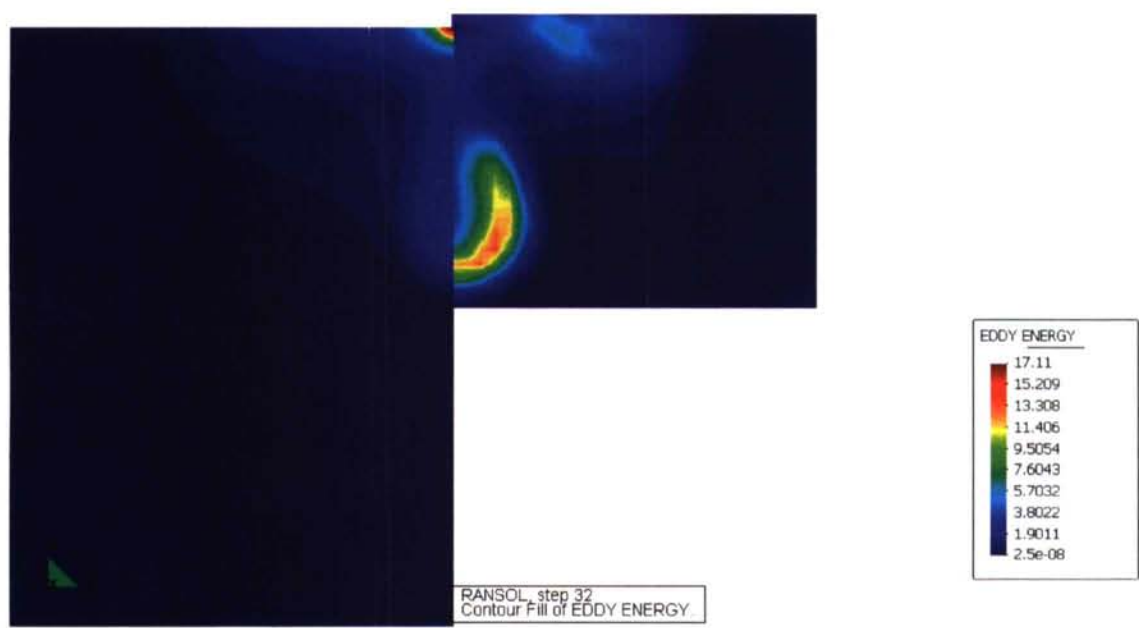
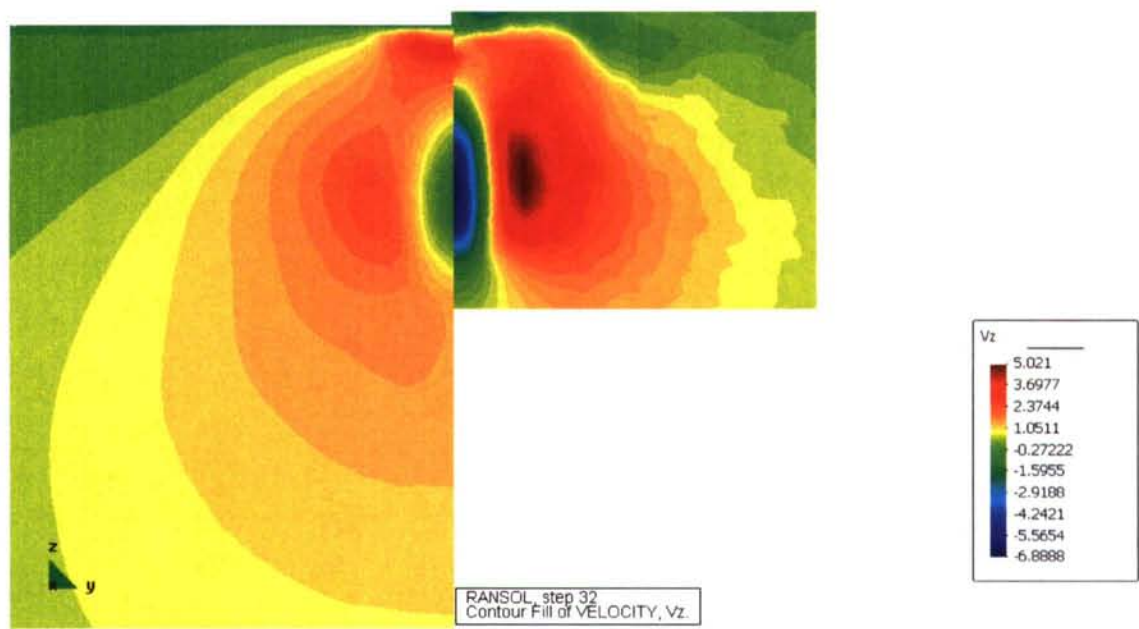




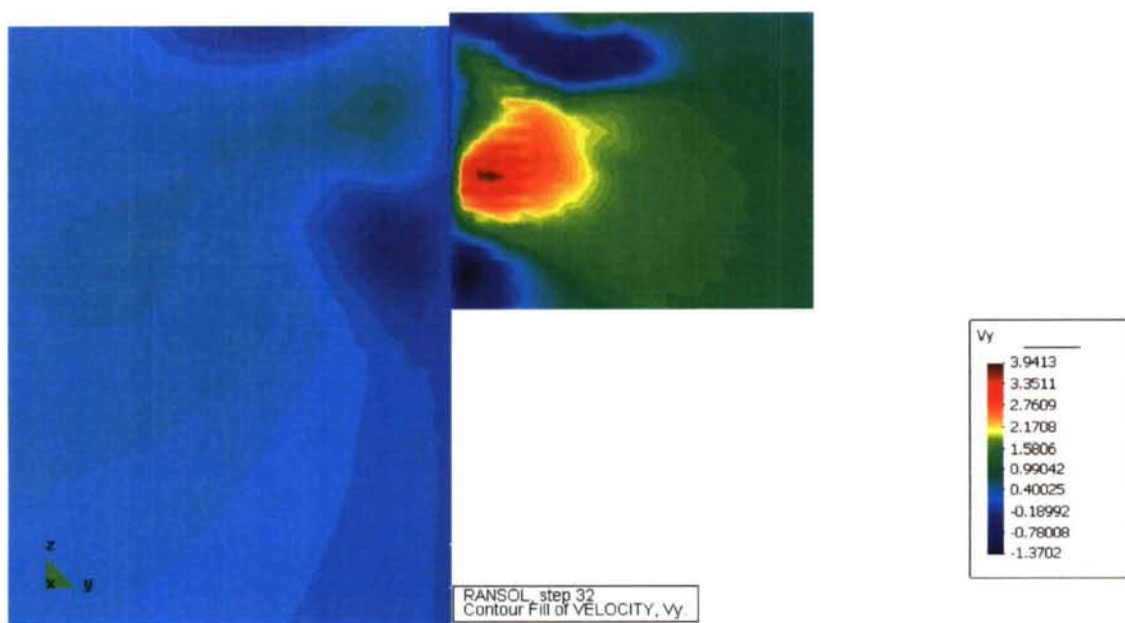
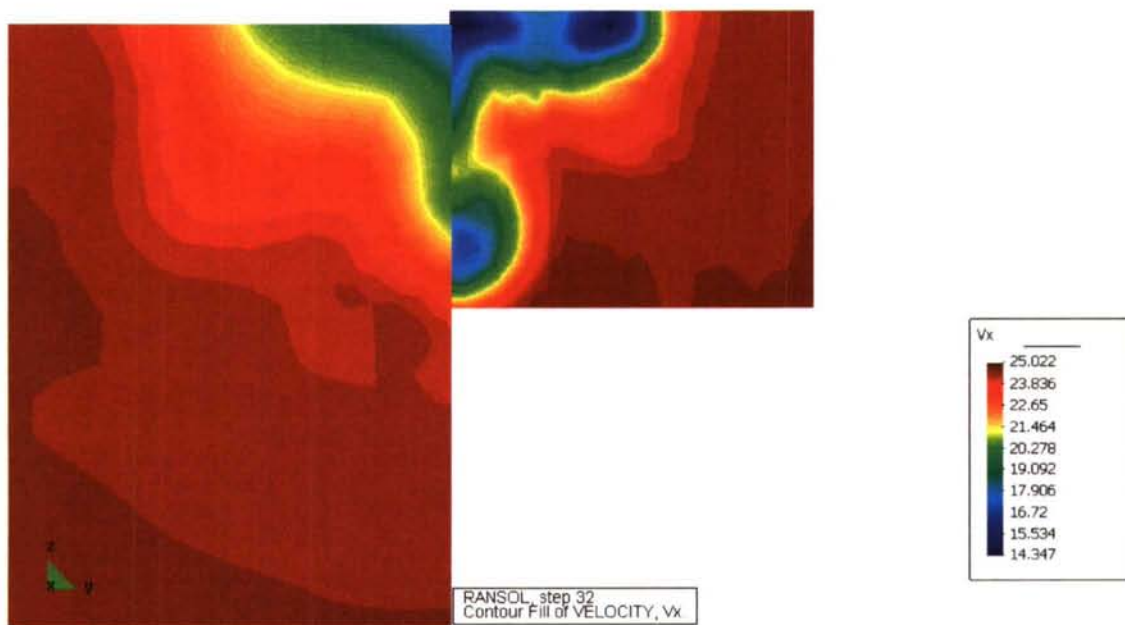


## CORTE 5

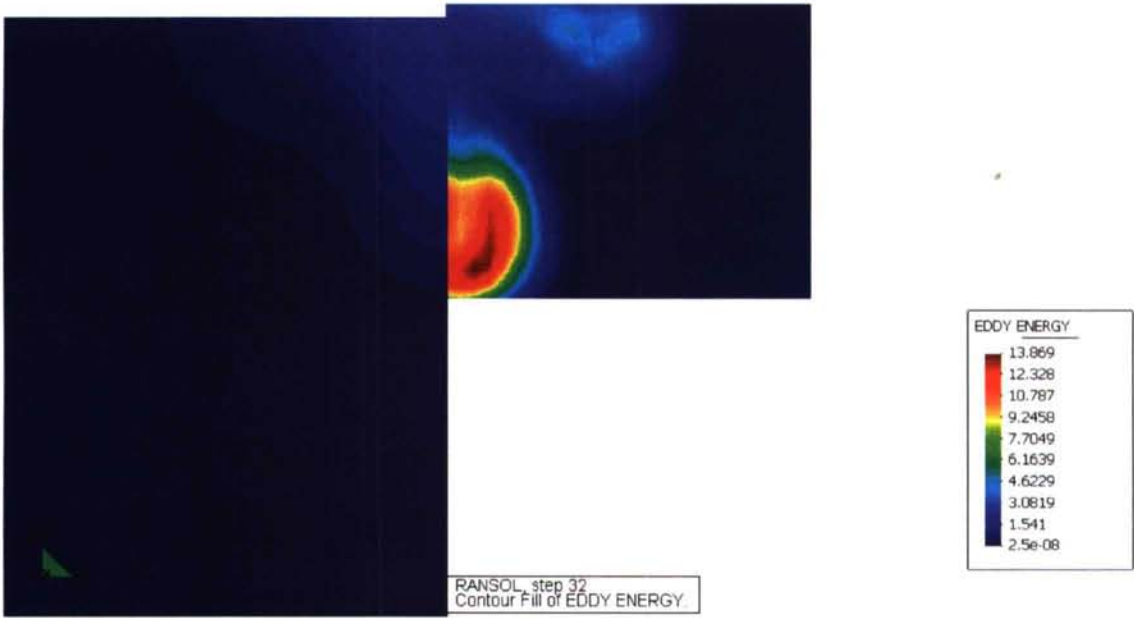
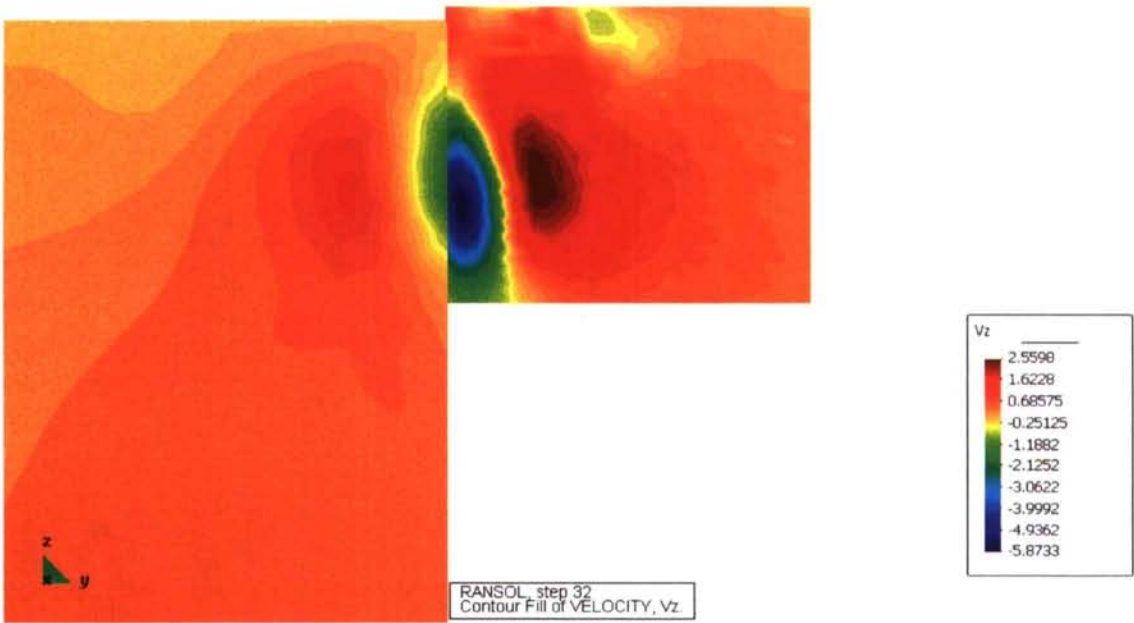




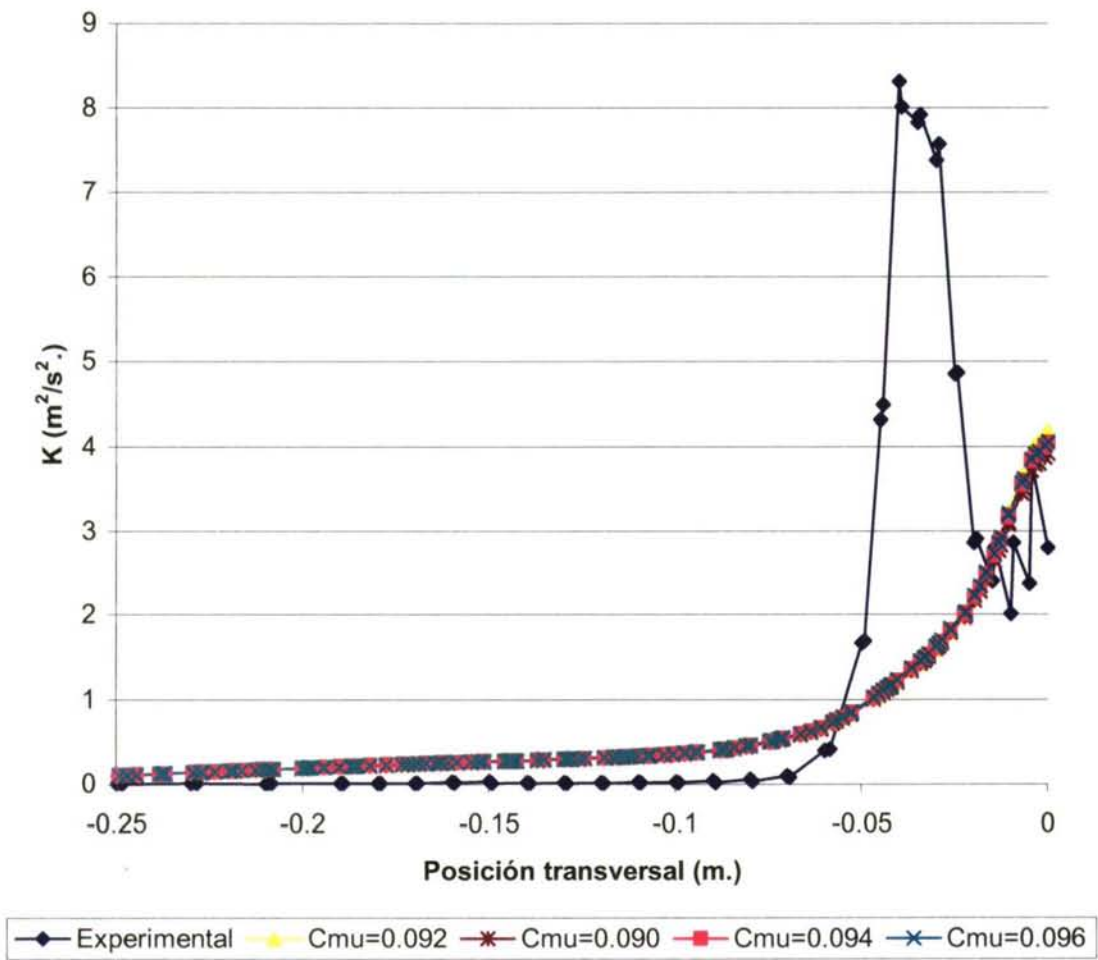
## CORTE 6







K en la horizontal de la hélice



	$\sigma_k$	$\sigma_\varepsilon$	$C_{\varepsilon1}$	$C_{\varepsilon2}$	$C_\mu$	$K$
Variaciones	1.05	1.30-1.45	1.40-1.55	1.80-2.00	0.092	0.399-0.433

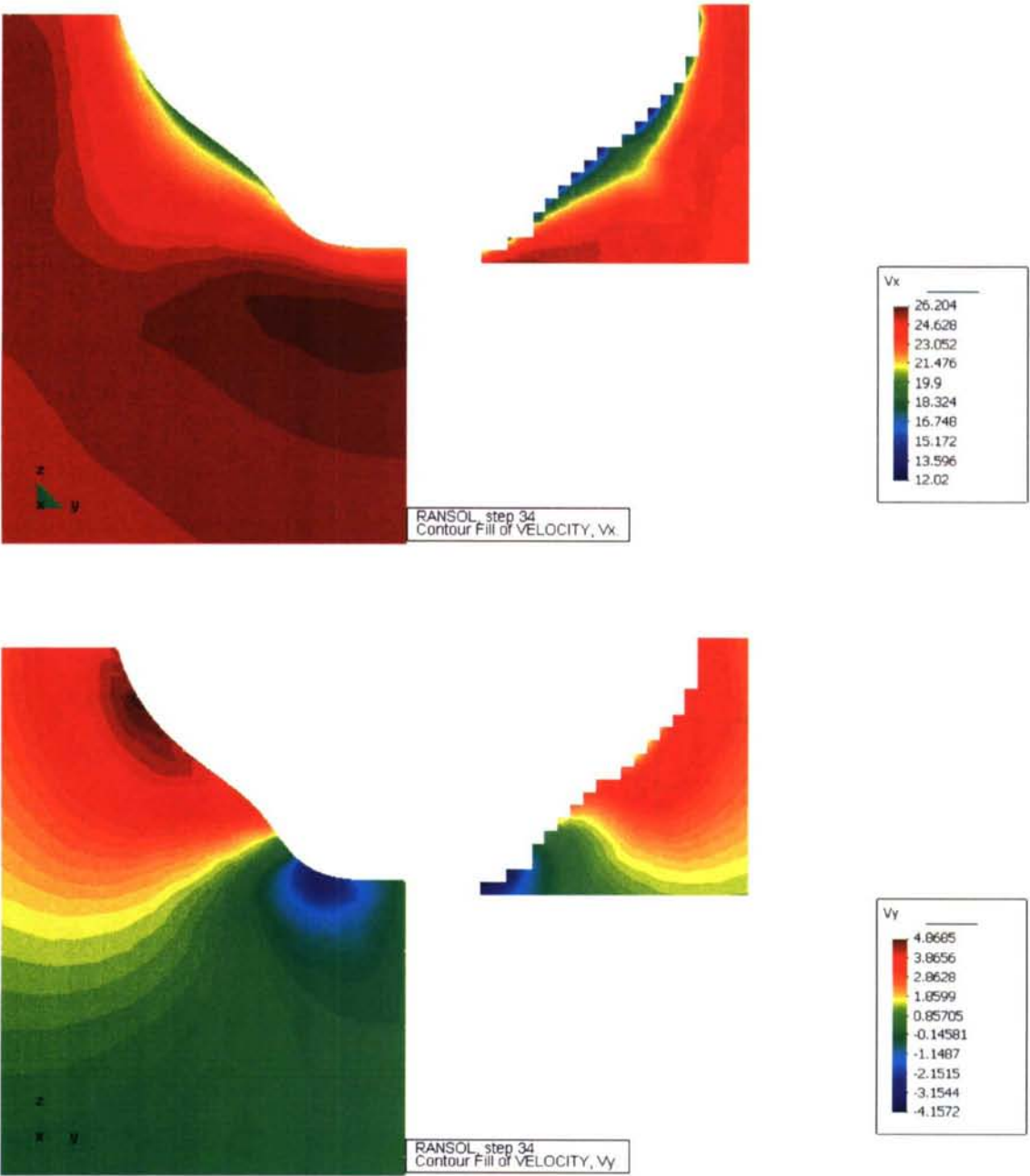
Caso 11

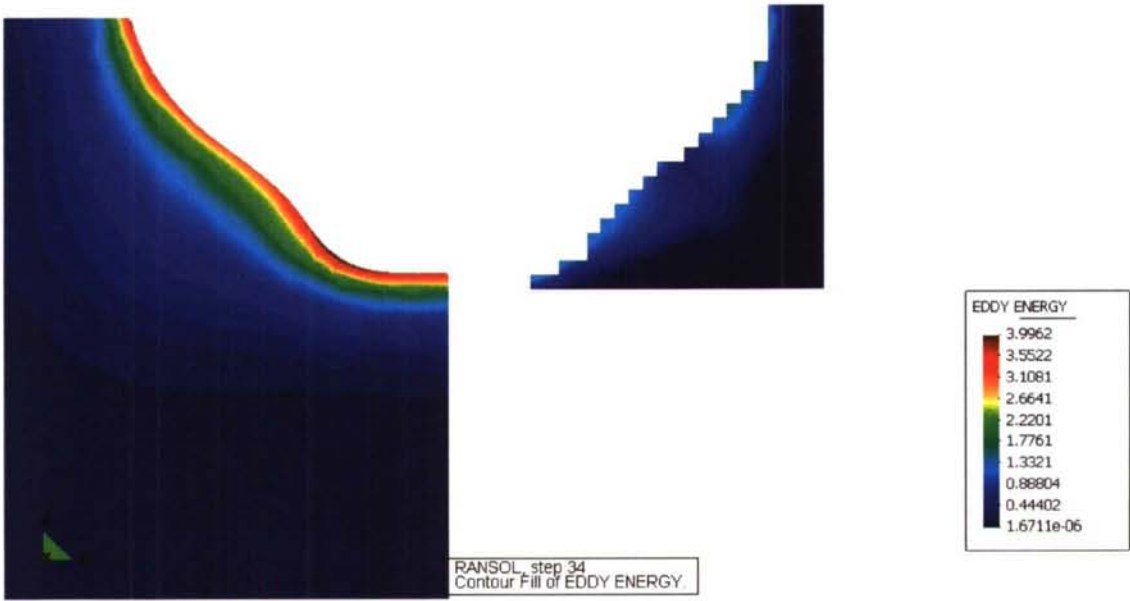
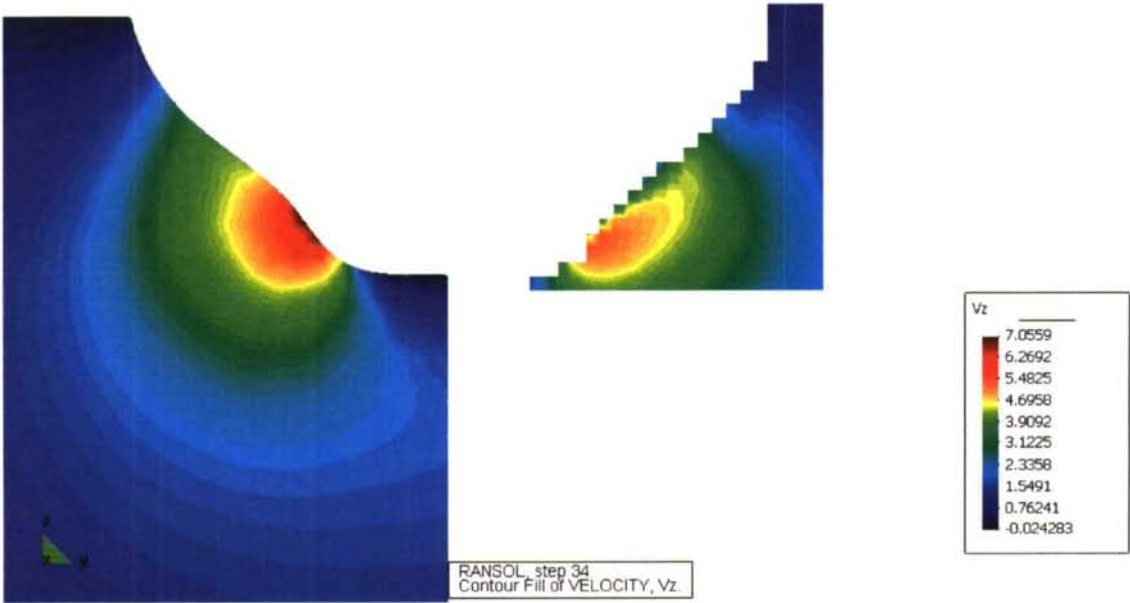
A continuación se procede a modificar  $C_{\epsilon 1}$ .

$$\kappa^2 = \sqrt{C_{\mu}}(C_{\epsilon 2} - C_{\epsilon 1})\sigma_{\epsilon}$$

	$\sigma_k$	$\sigma_{\epsilon}$	$C_{\epsilon 1}$	$C_{\epsilon 2}$	$C_{\mu}$	$\kappa$
Caso 11	1.05	1.30	1.50	1.92	0.092	0.406

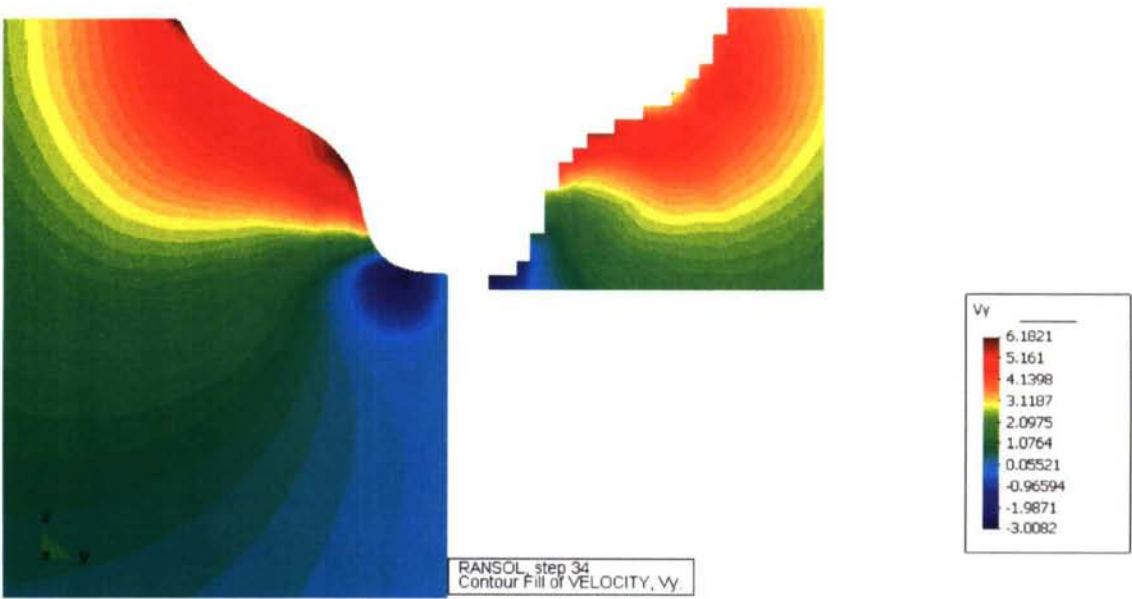
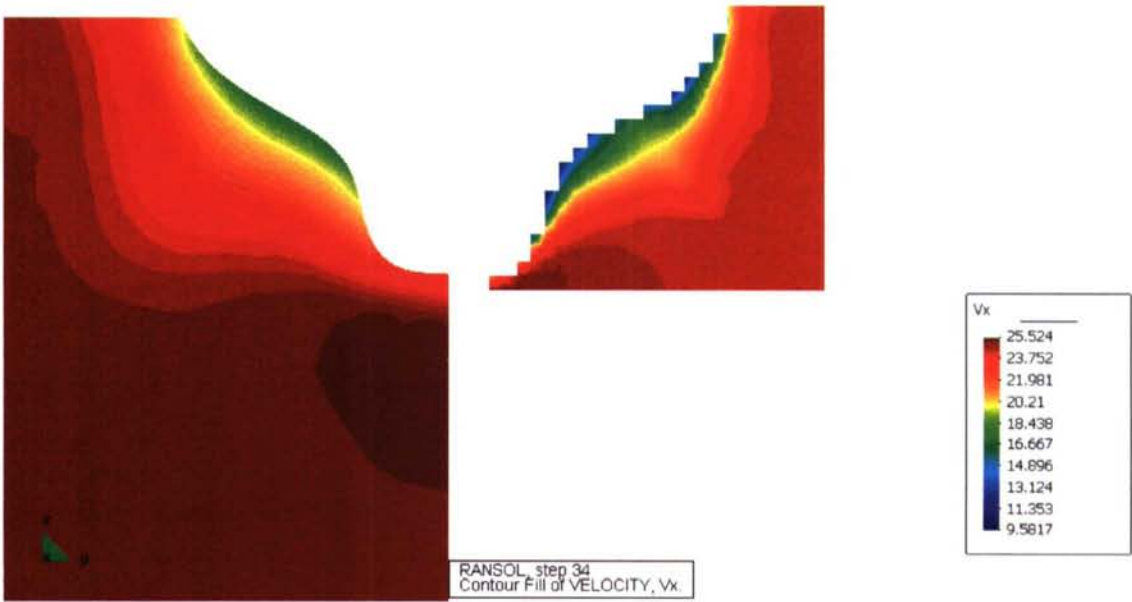
CORTE 1

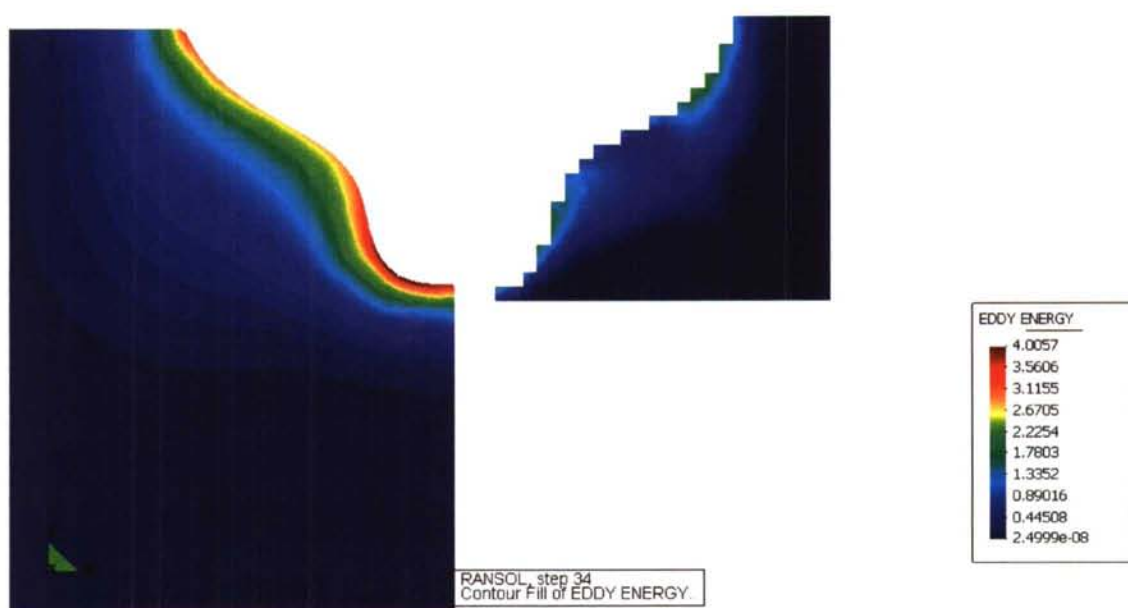
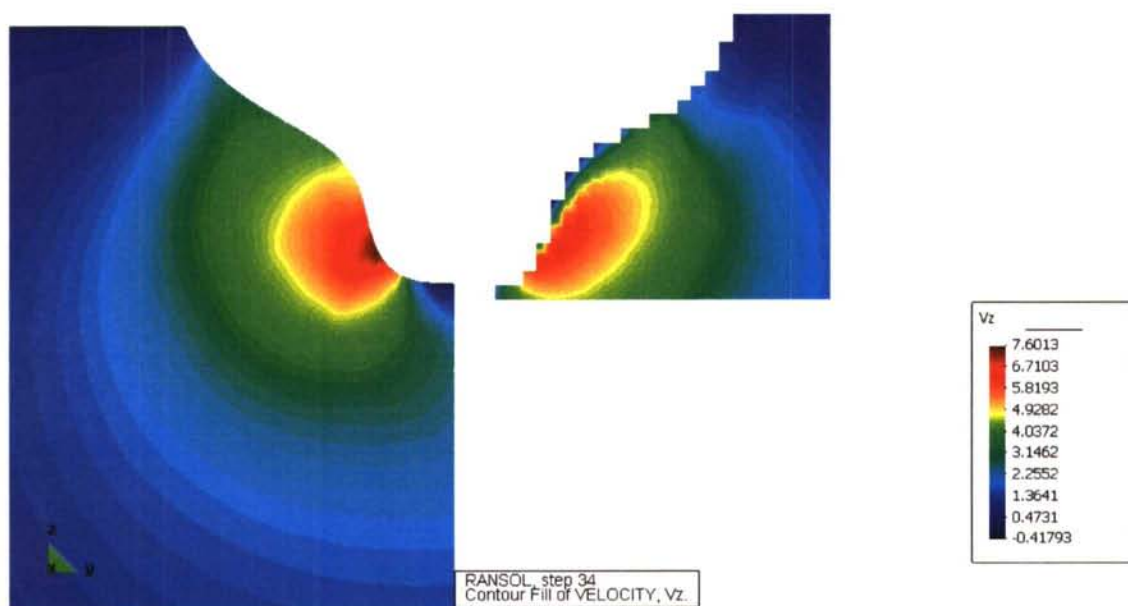




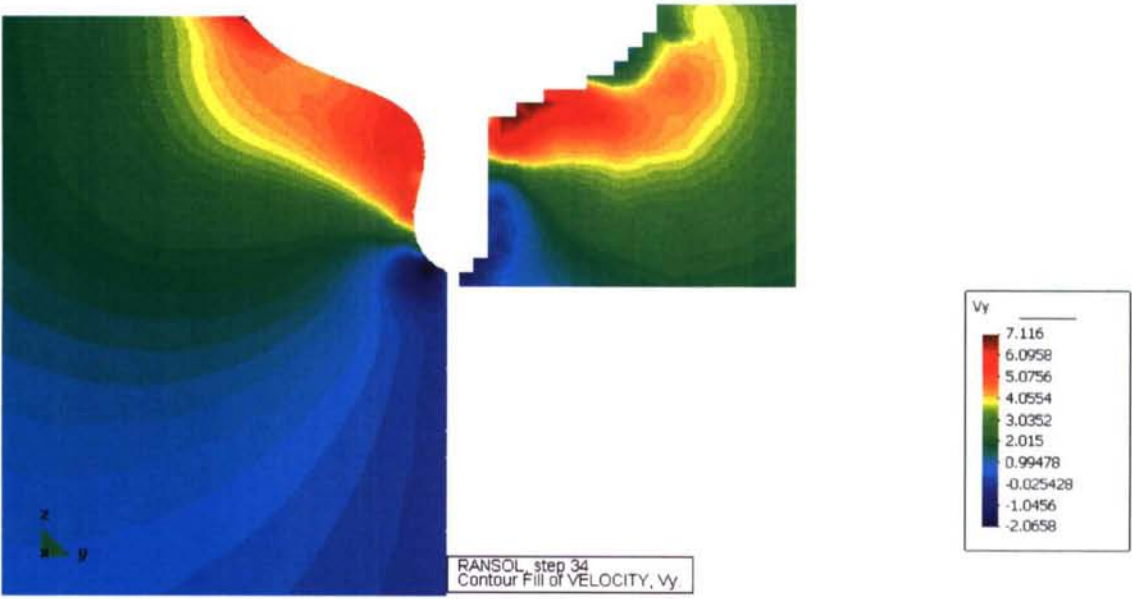
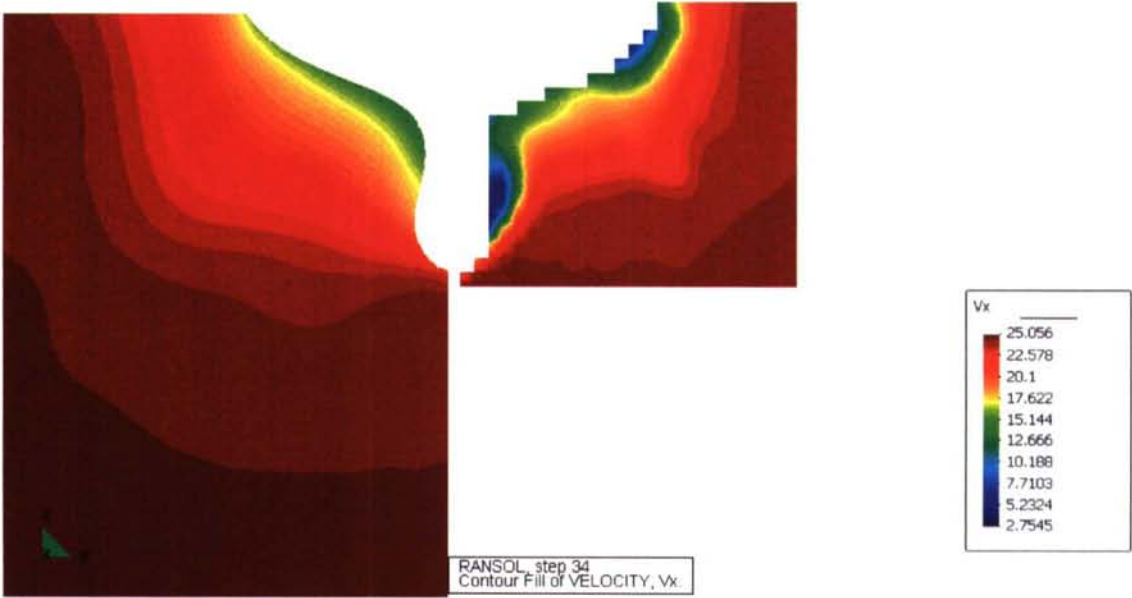


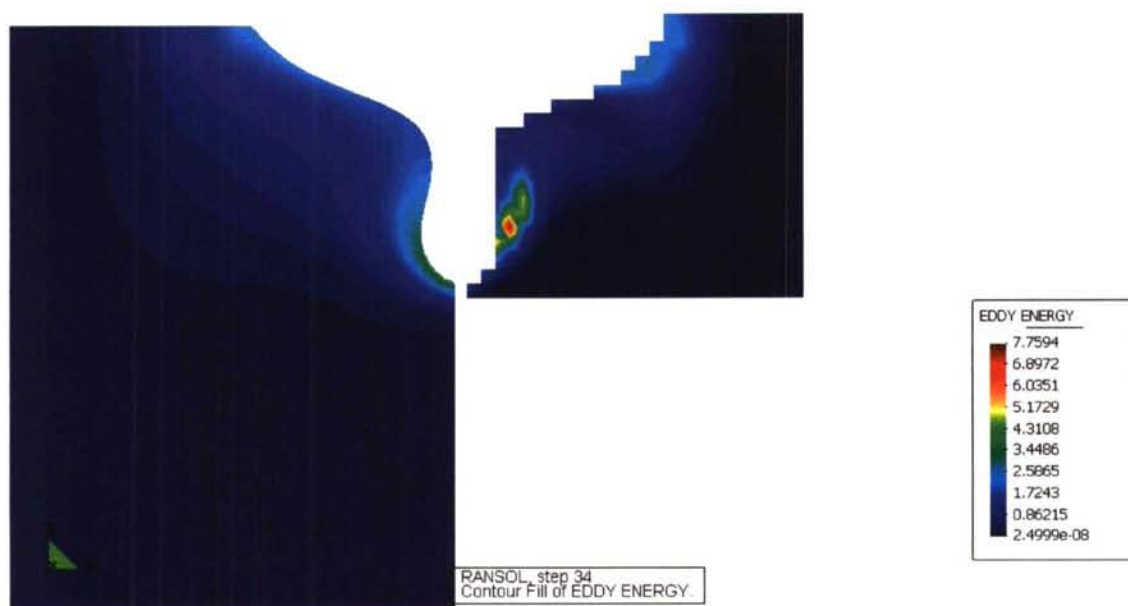
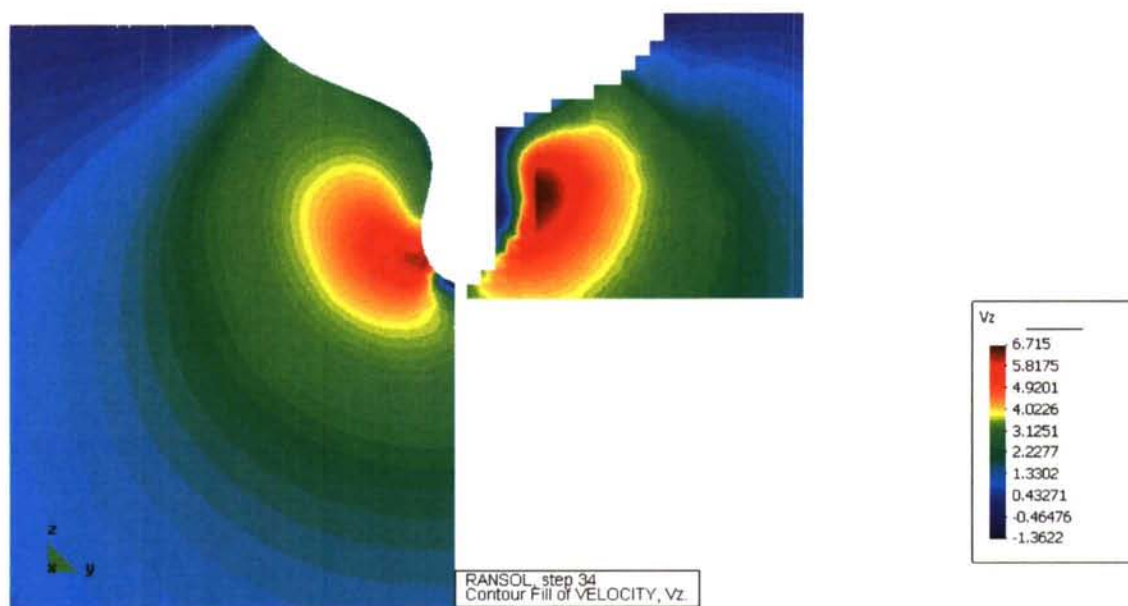
CORTE 2





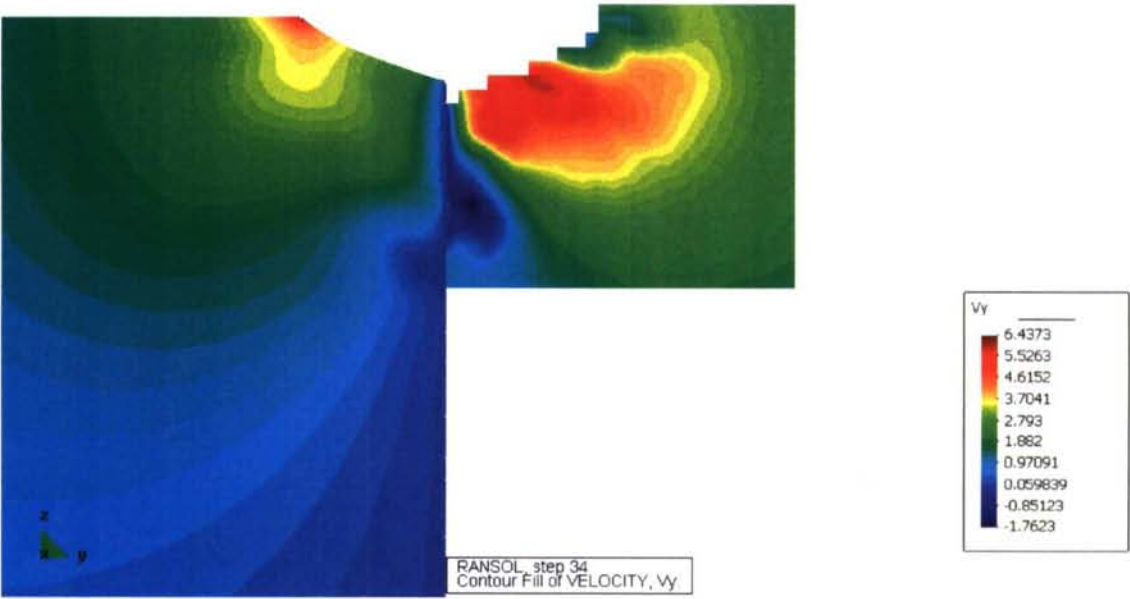
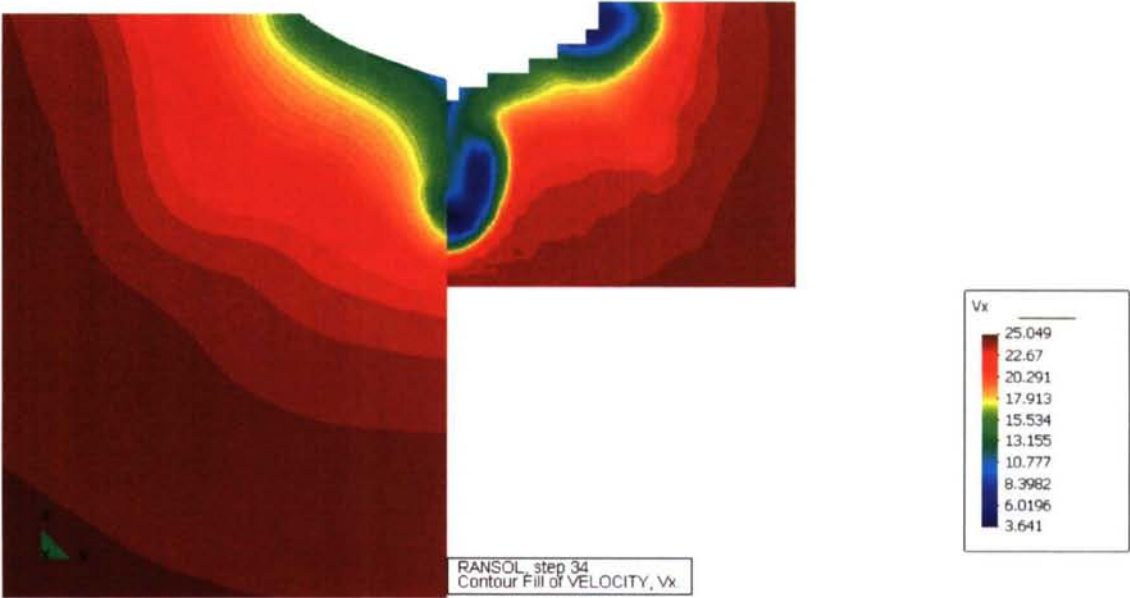
CORTE 3

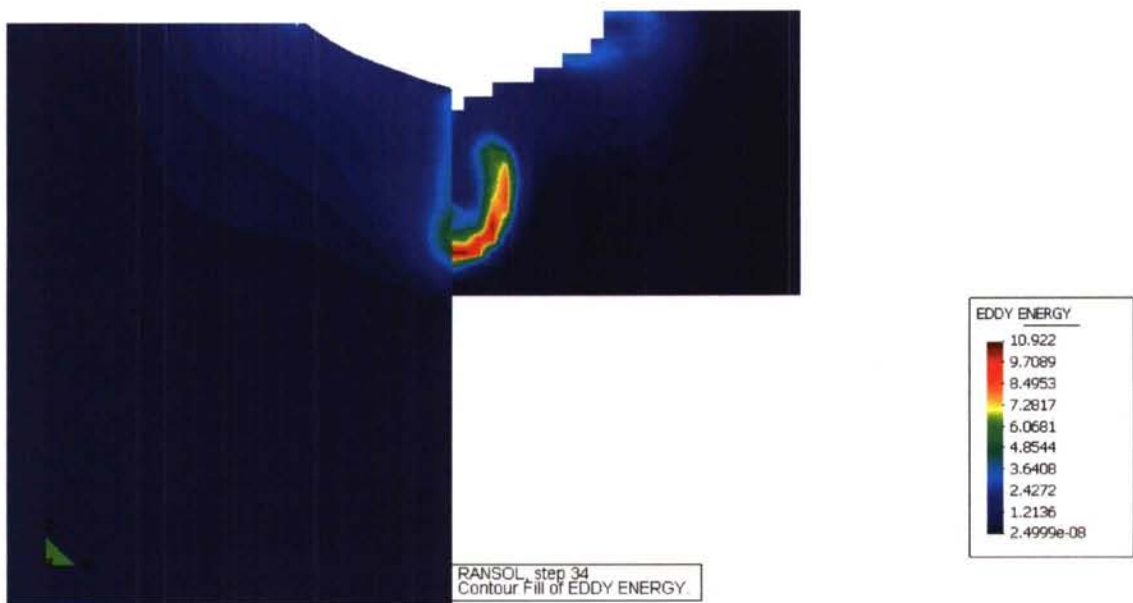
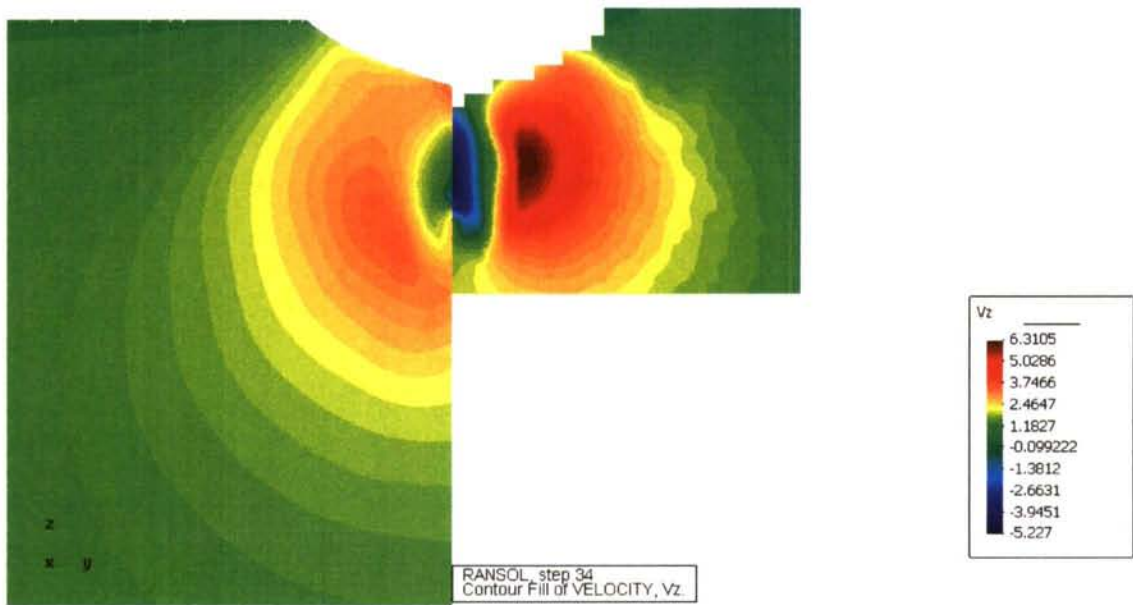




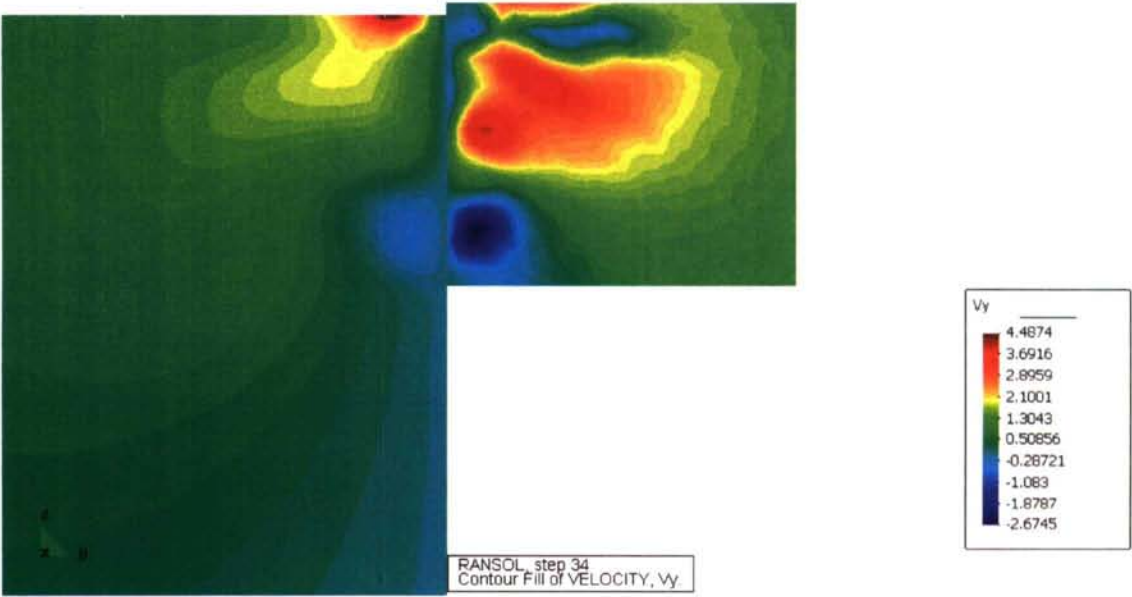
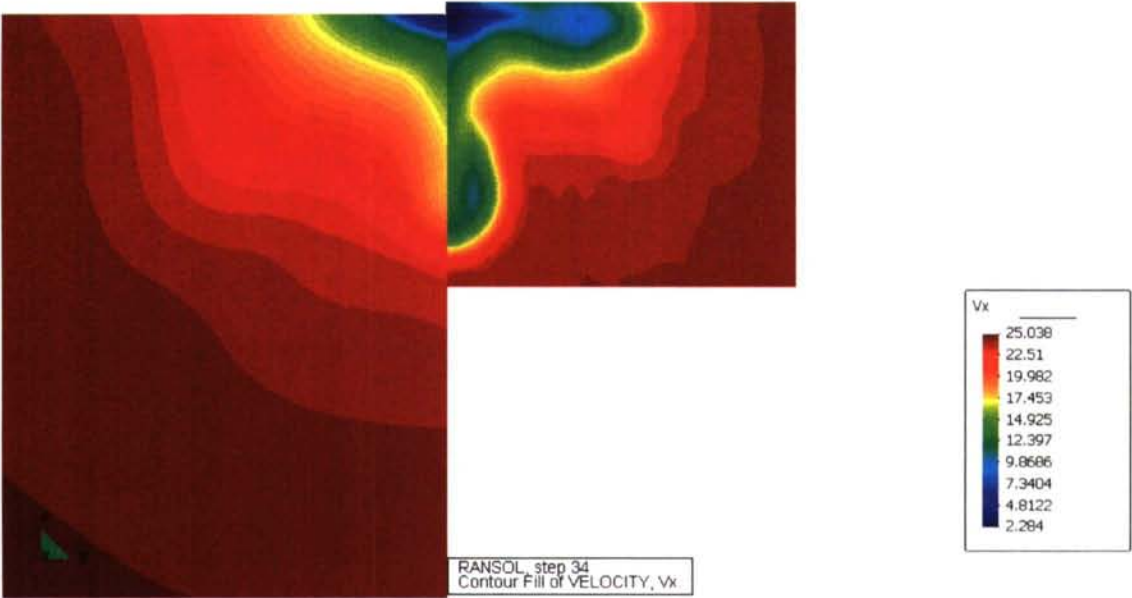


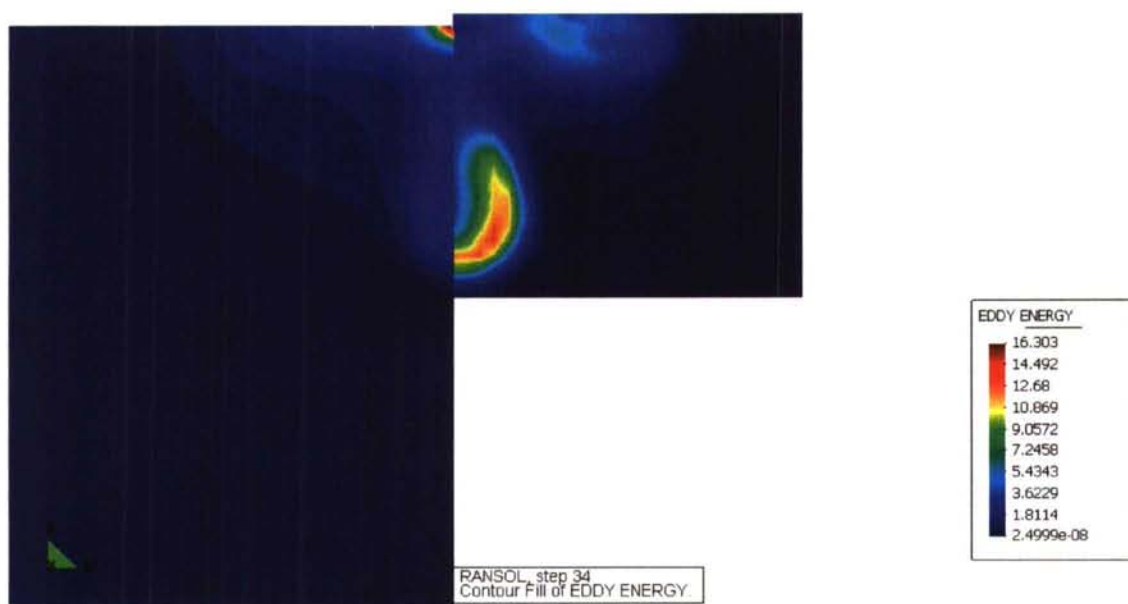
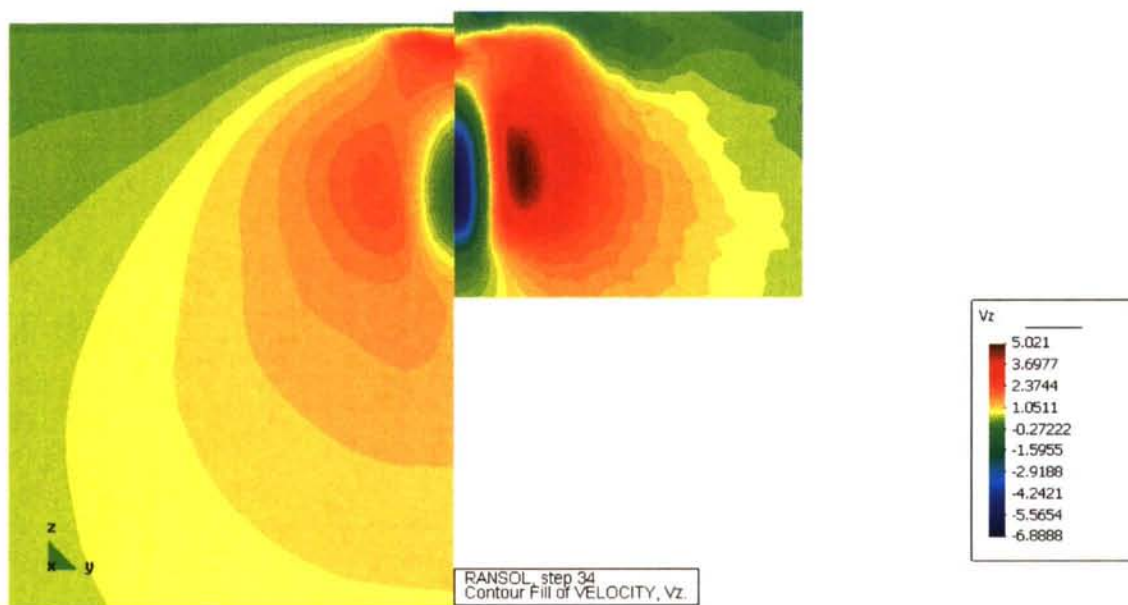
CORTE 4





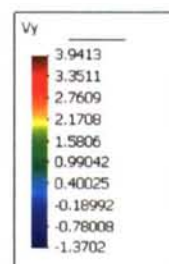
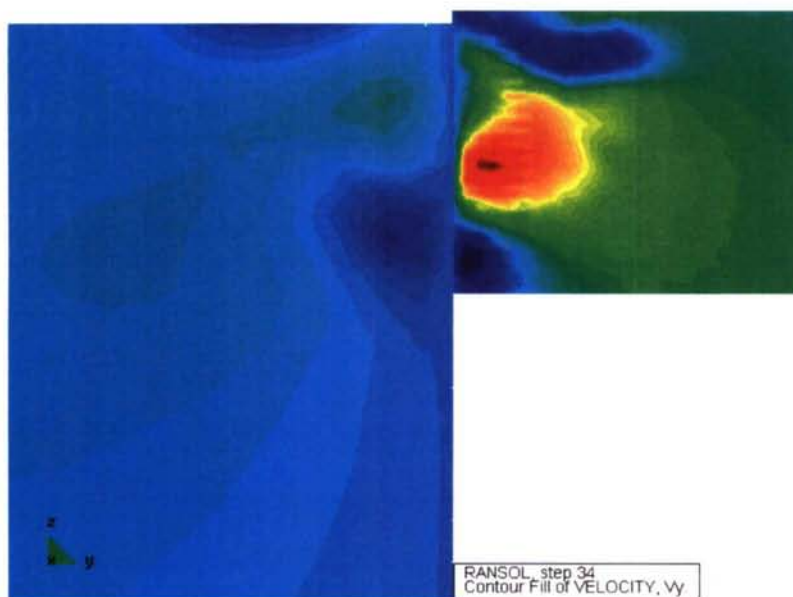
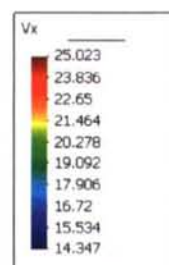
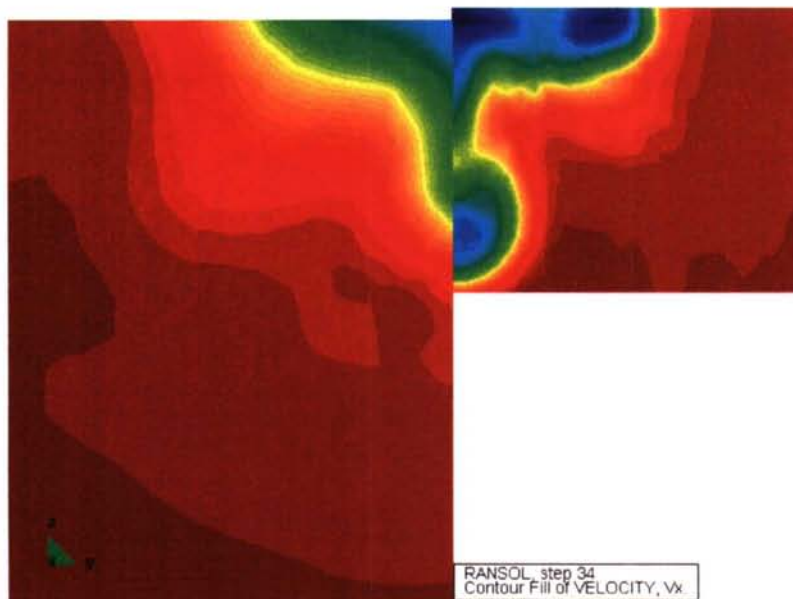
CORTE 5

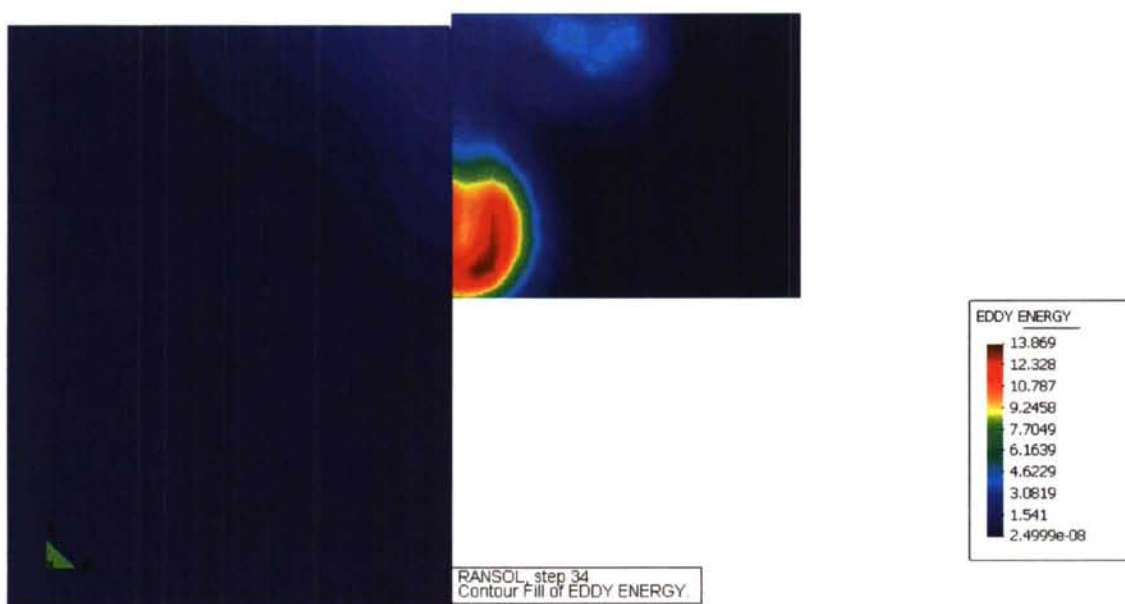
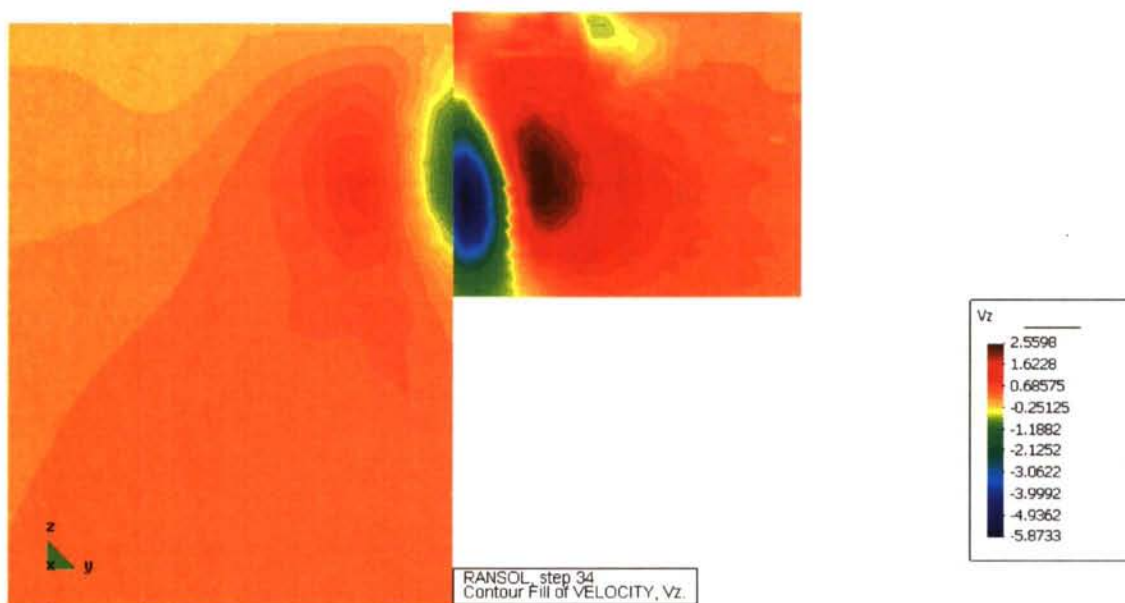




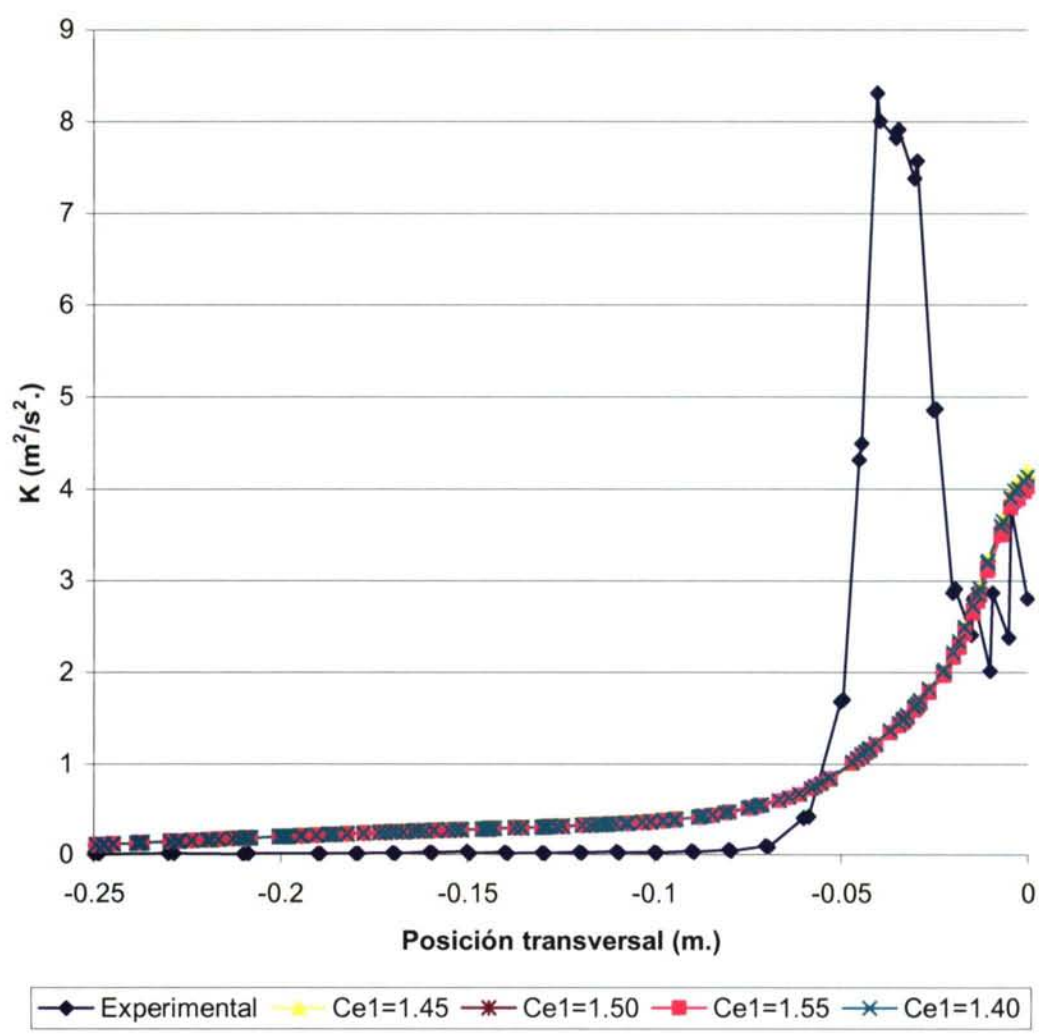


## CORTE 6





K en la horizontal de la hélice

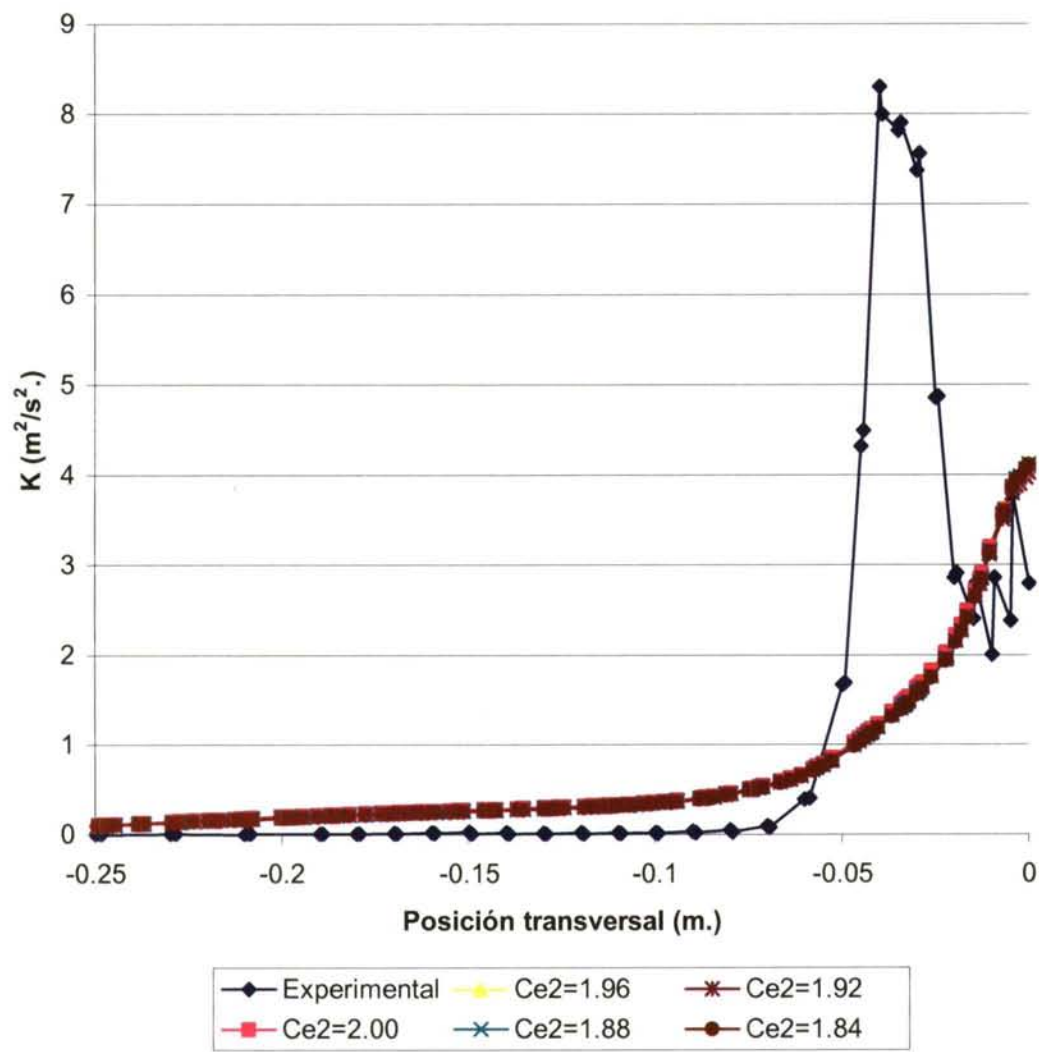


A continuación se variará la constante de cierre  $C_{\varepsilon 2}$ . El valor original de esta constante será  $C_{\varepsilon 2} = 1.92$

	$\sigma_k$	$\sigma_\varepsilon$	$C_{\varepsilon 1}$	$C_{\varepsilon 2}$	$C_\mu$	$\kappa$
Variaciones	1.05	1.30-1.45	1.50	1.80-2.00	0.092	0.399-0.433

El caso considerado óptimo para el valor de  $C_{\varepsilon 2}$  es el **Caso 11**, que se corresponde con  $C_{\varepsilon 2} = 1.92$ .

K en la horizontal de la hélice



A continuación se variará la constante de cierre  $\sigma_\epsilon$

	$\sigma_k$	$\sigma_\epsilon$	$C_{\epsilon 1}$	$C_{\epsilon 2}$	$C_\mu$	$\kappa$
Variaciones	1.05	1.30-1.45	1.50	1.92	0.092	0.399-0.433



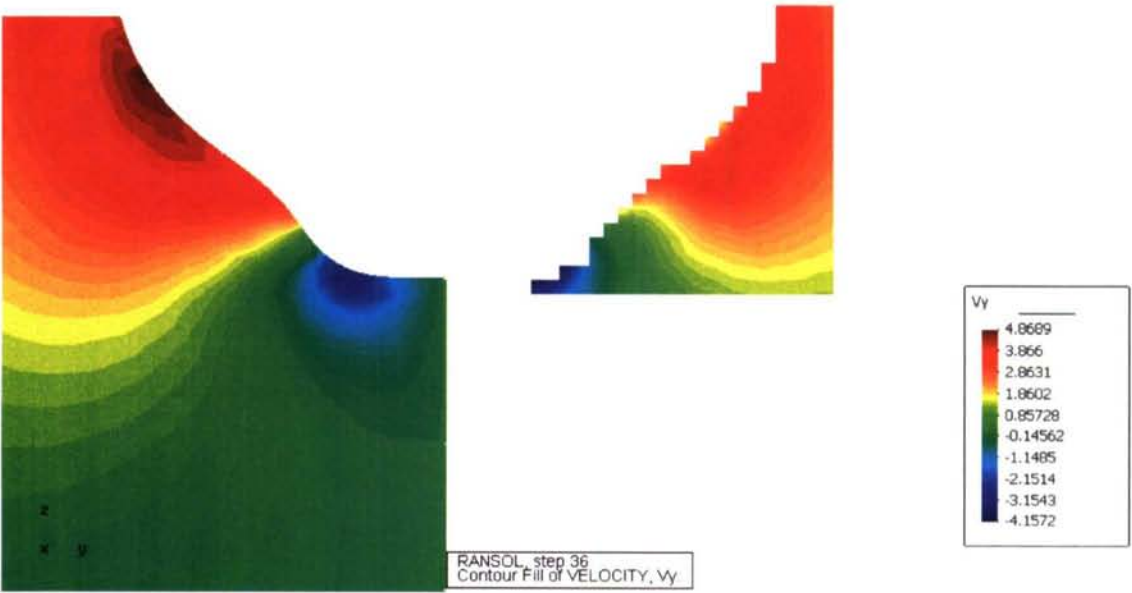
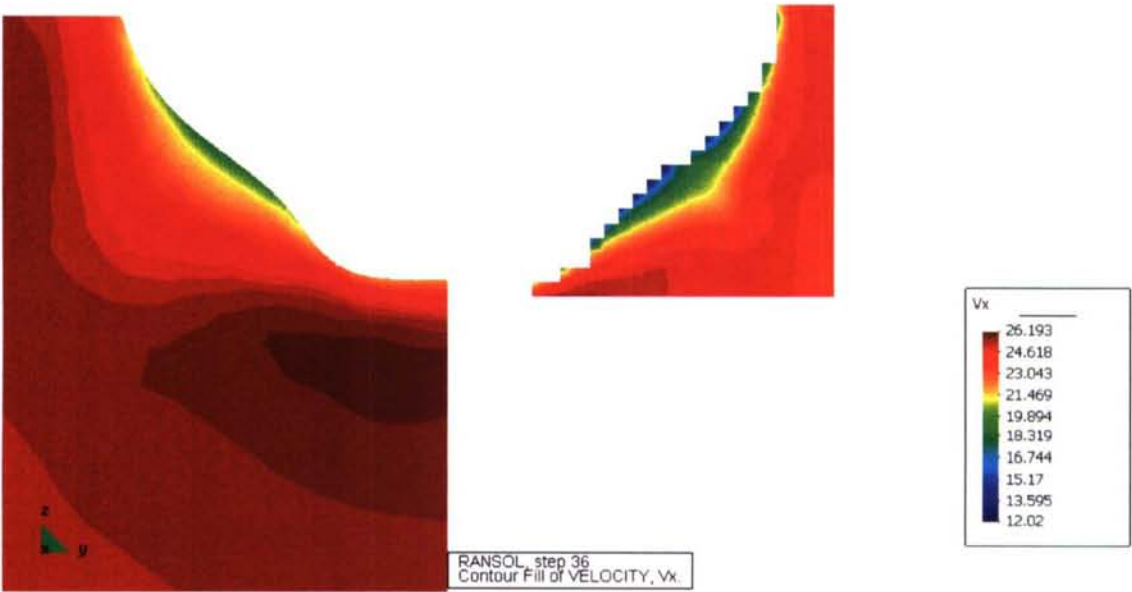
Caso 19

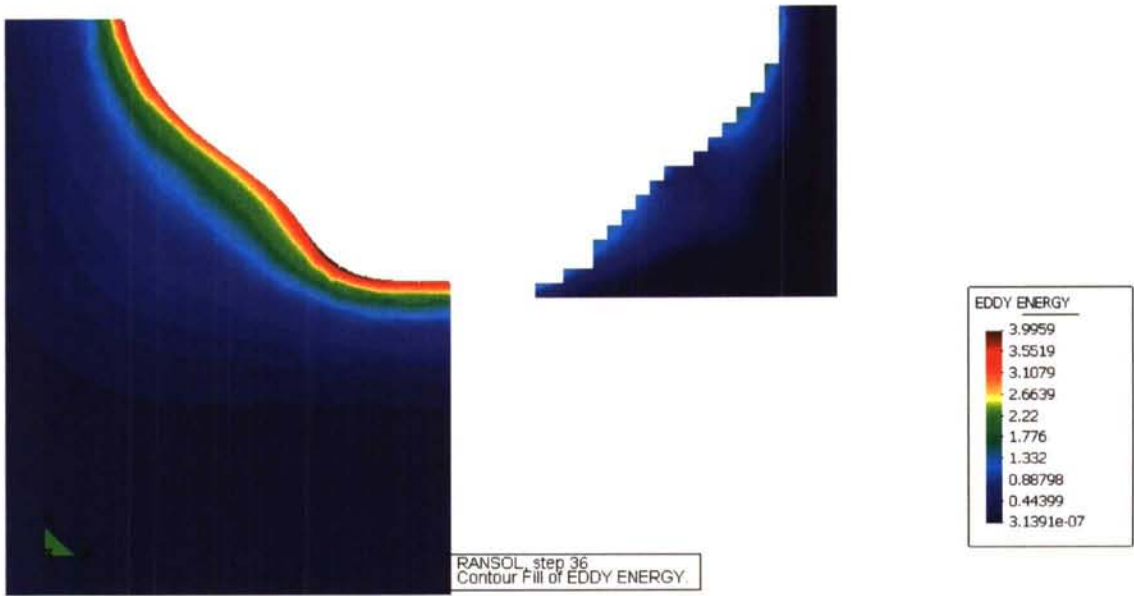
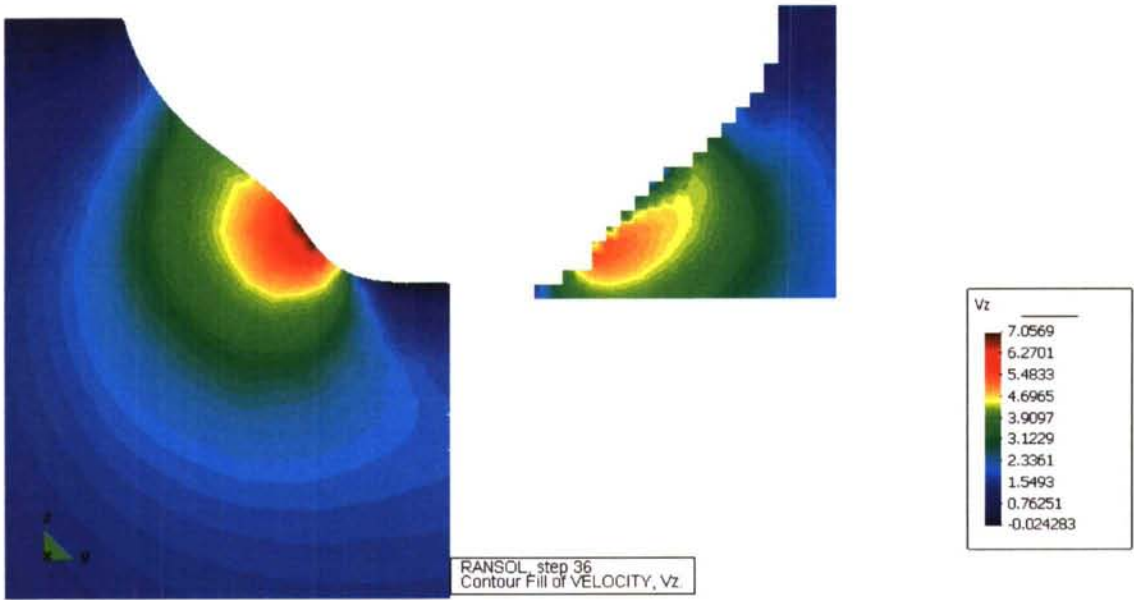
Se continúa variando  $\sigma_\varepsilon$

$$\kappa^2 = \sqrt{C_\mu} (C_{\varepsilon 2} - C_{\varepsilon 1}) \sigma_\varepsilon$$

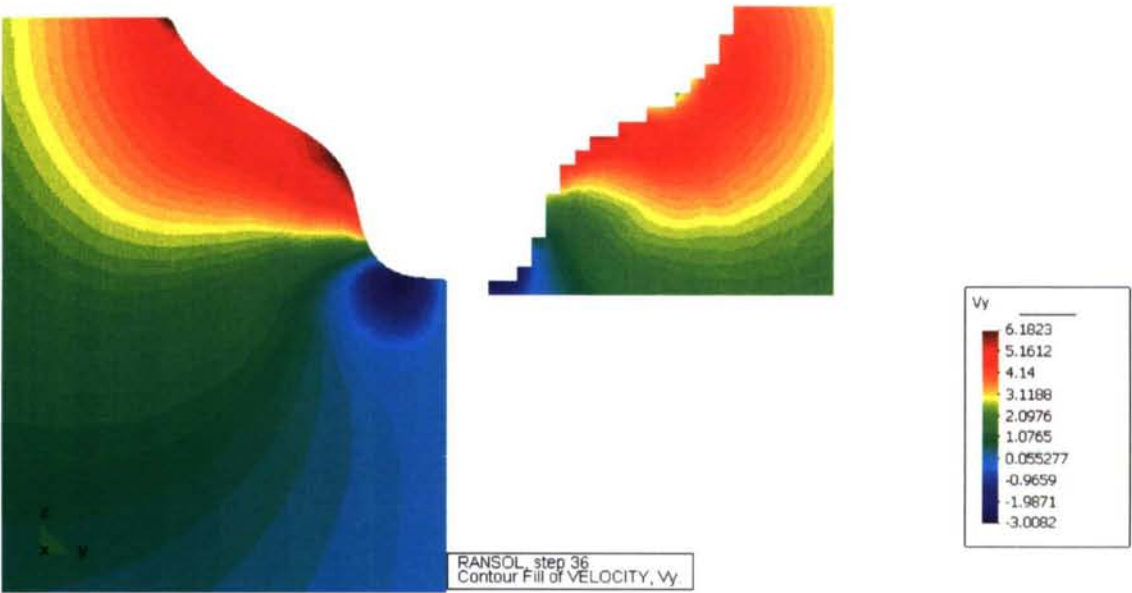
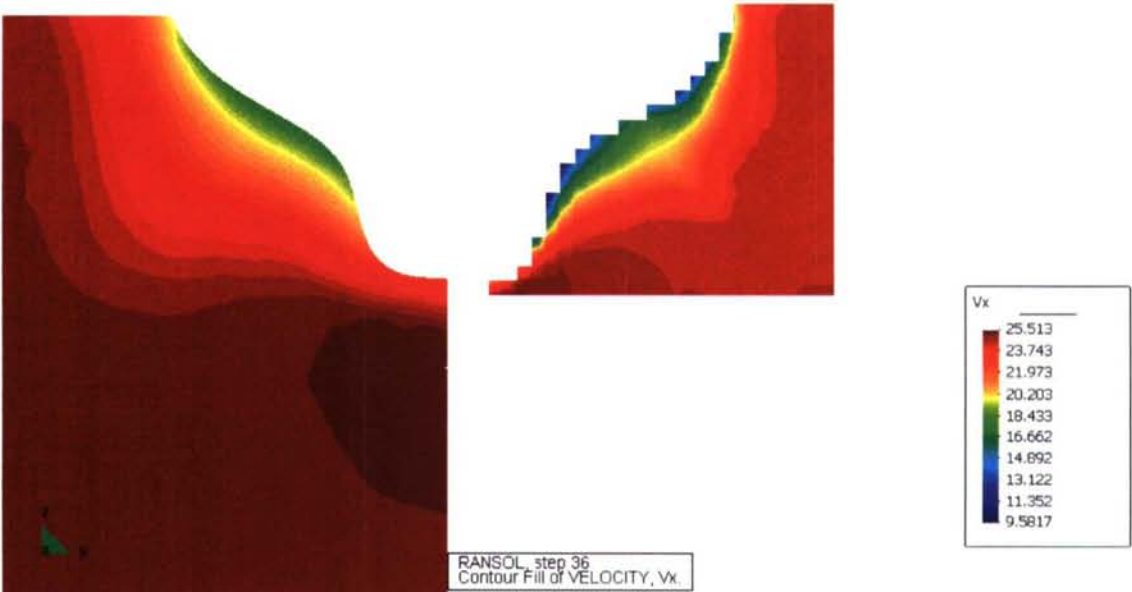
	$\sigma_k$	$\sigma_\varepsilon$	$C_{\varepsilon 1}$	$C_{\varepsilon 2}$	$C_\mu$	$\kappa$
Caso 19	1.05	1.40	1.50	1.92	0.092	0.422

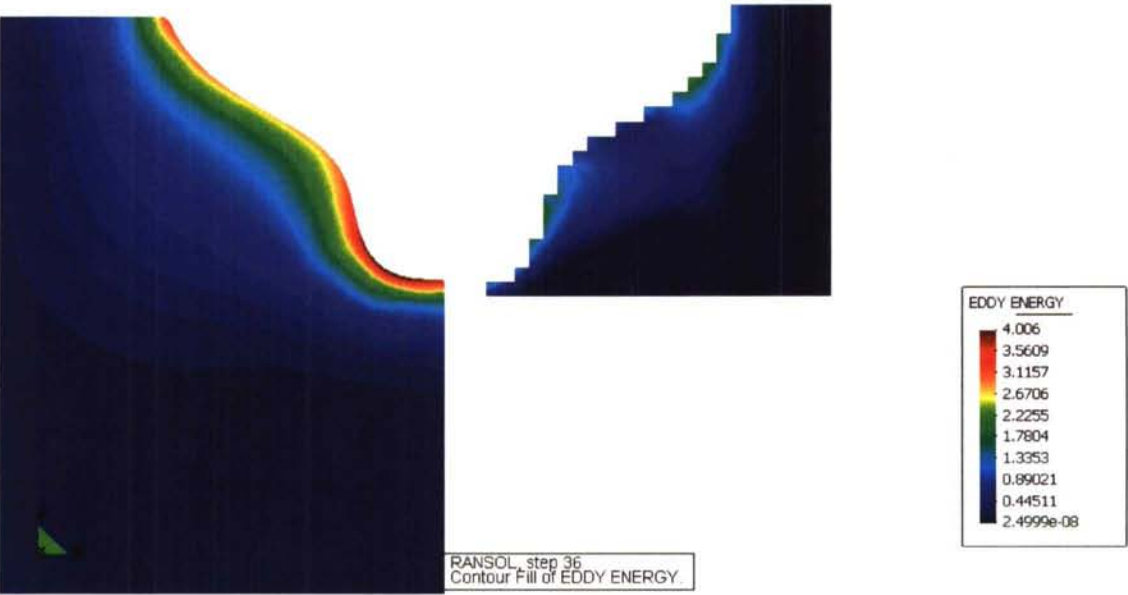
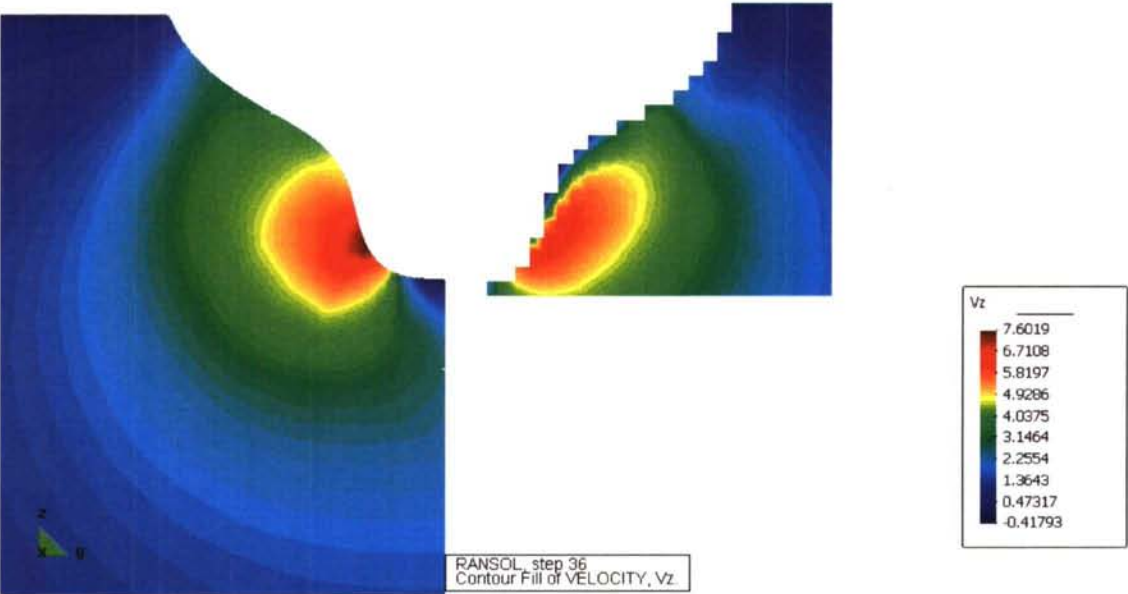
CORTE 1





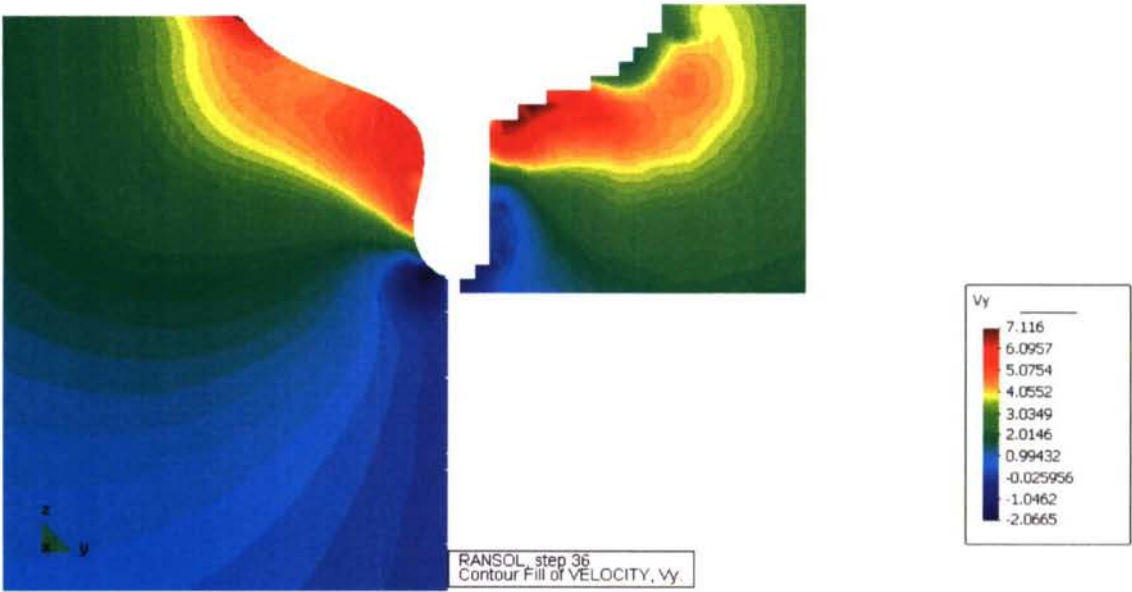
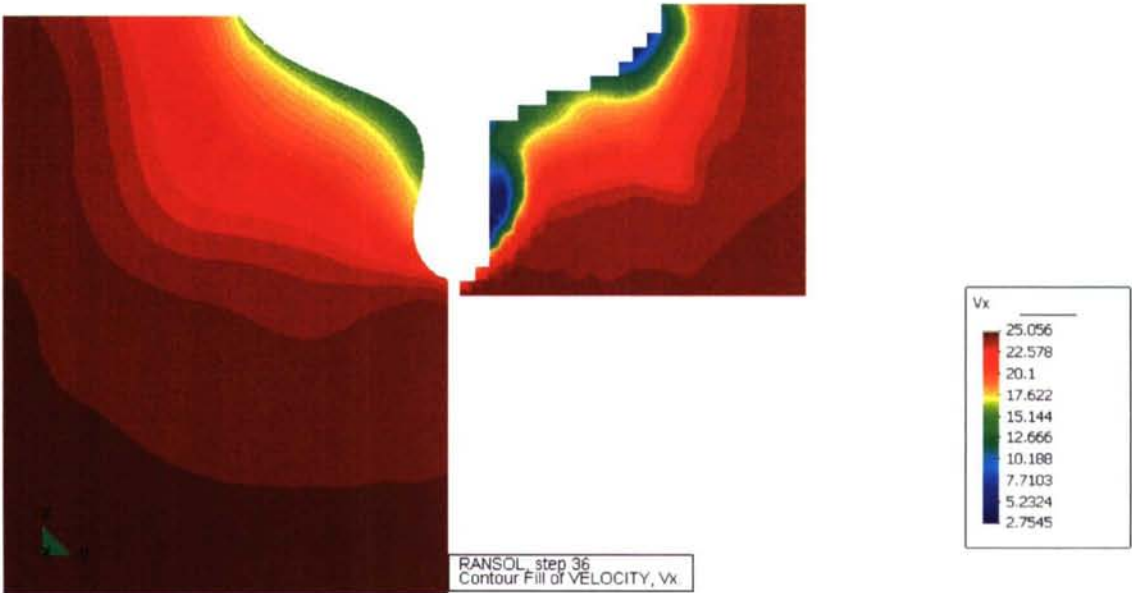
CORTE 2

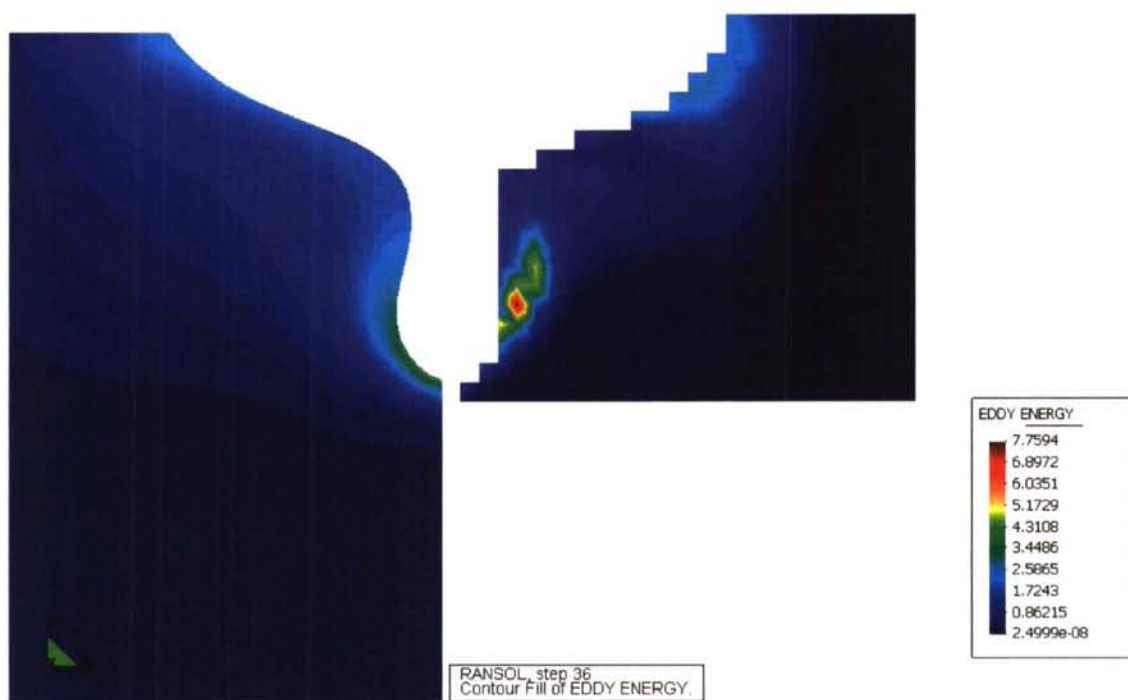
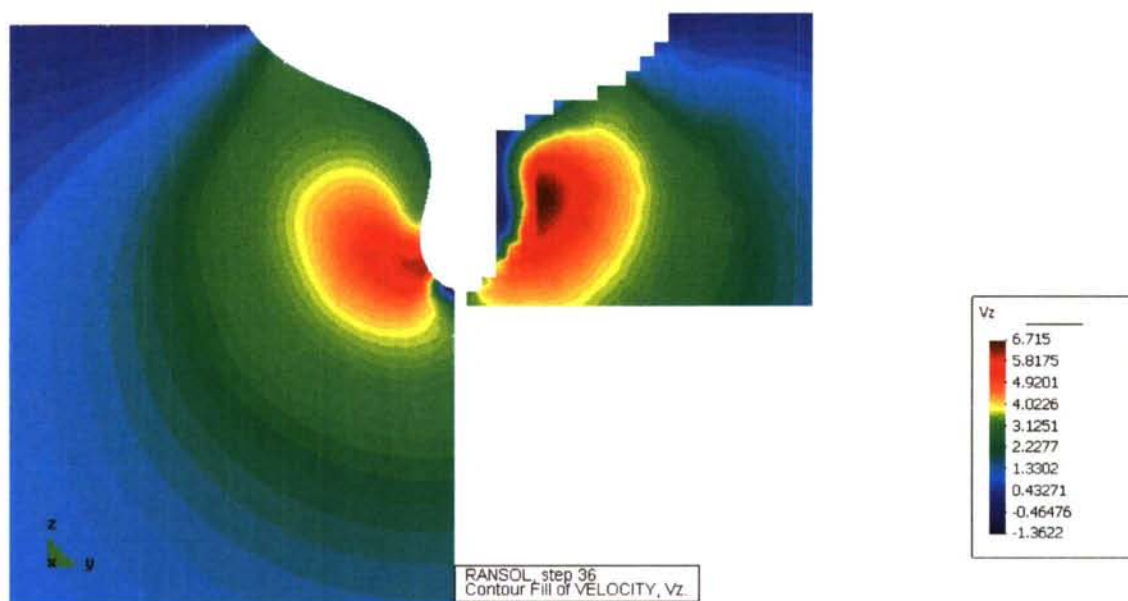




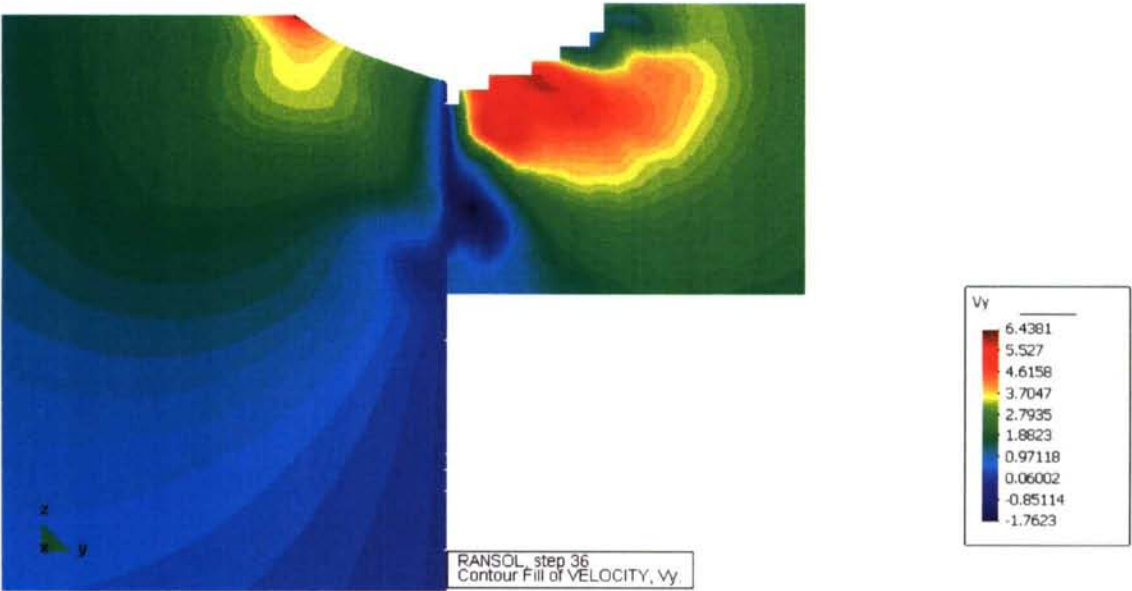
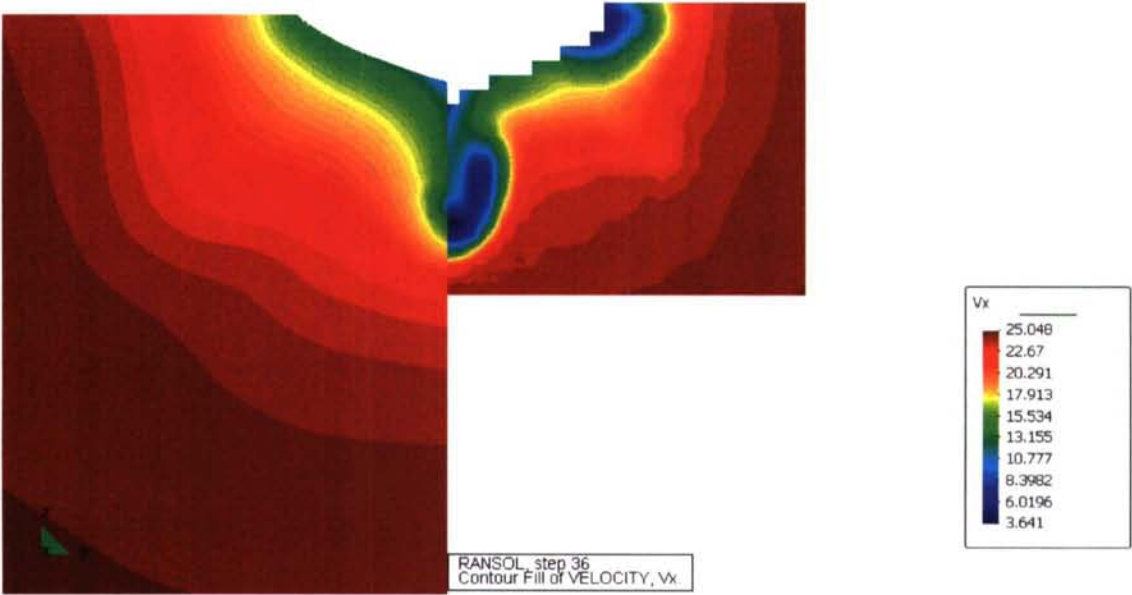


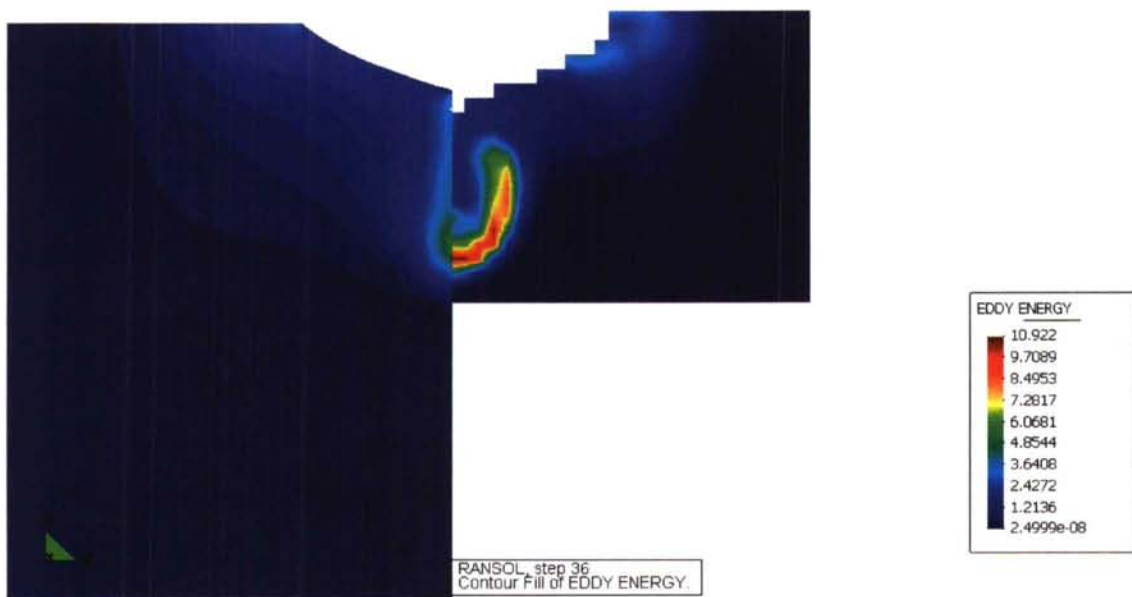
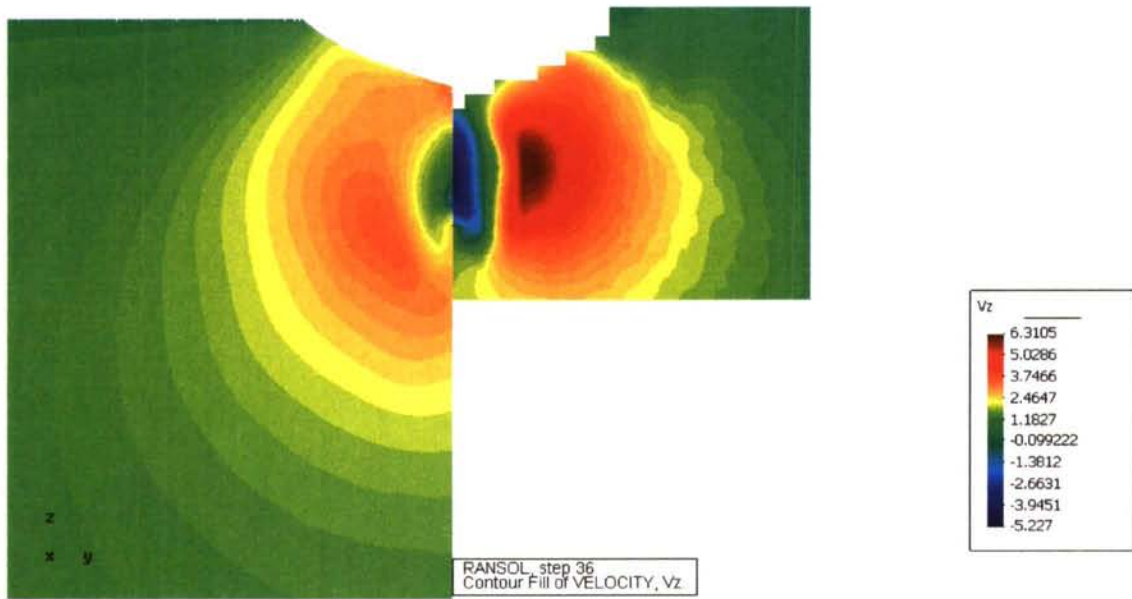
CORTE 3





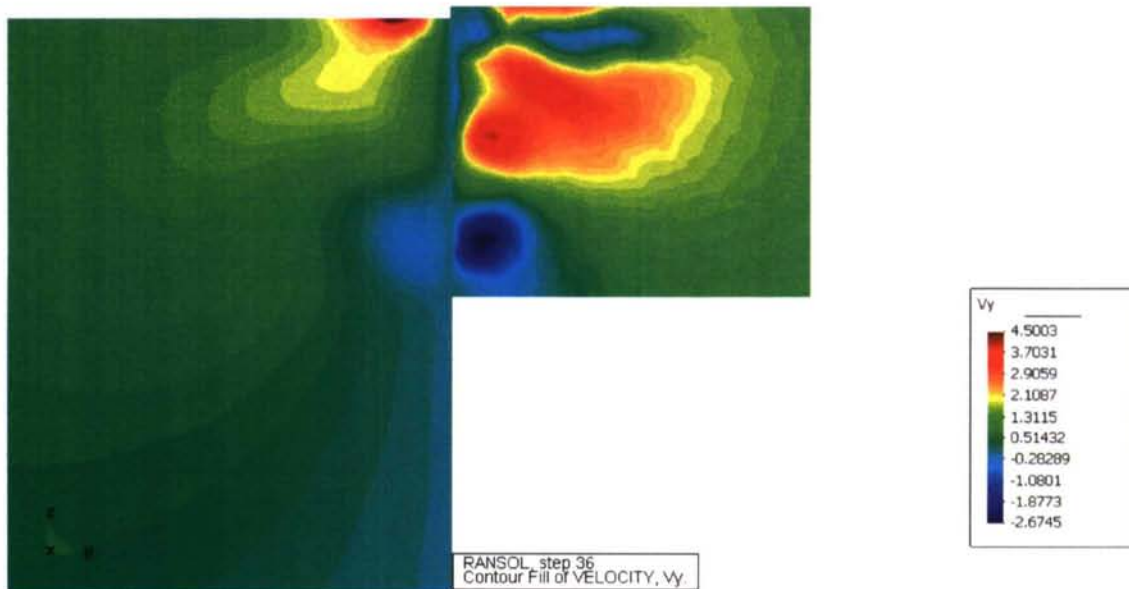
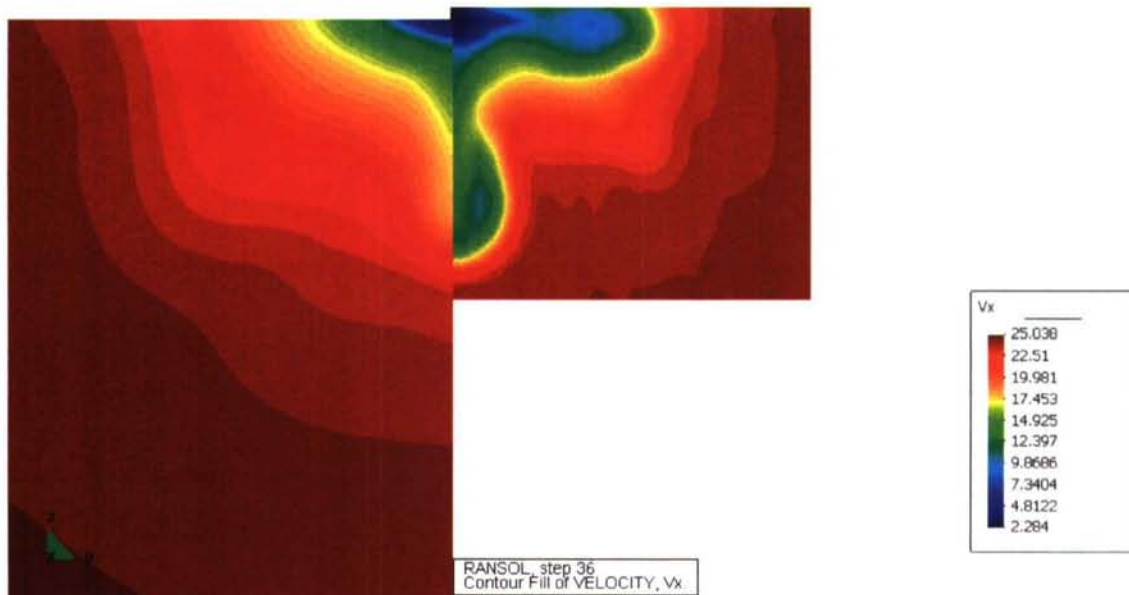
CORTE 4

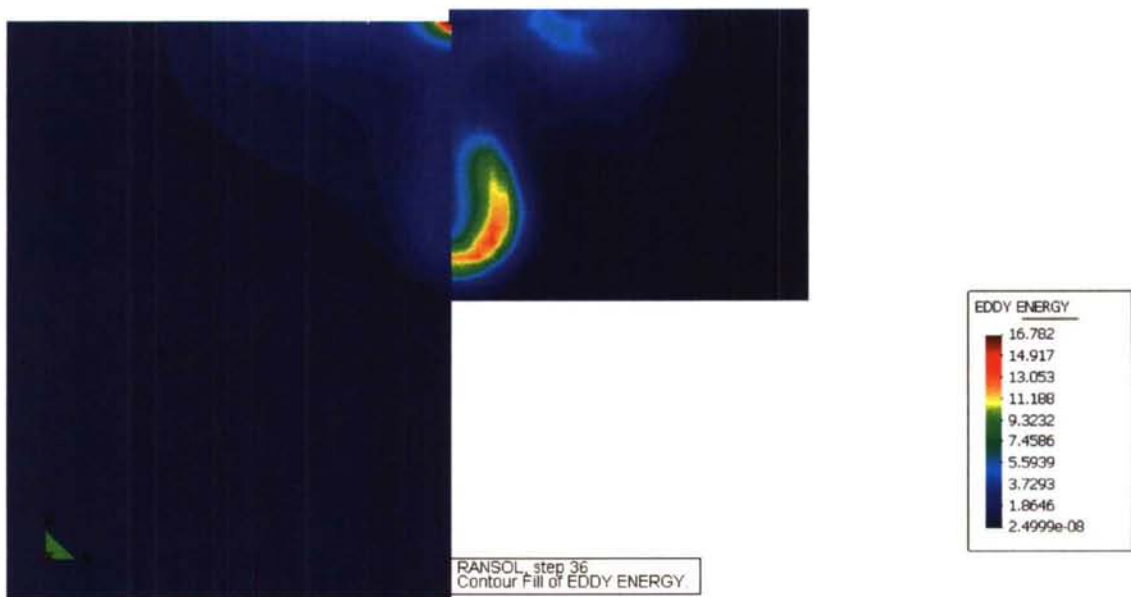
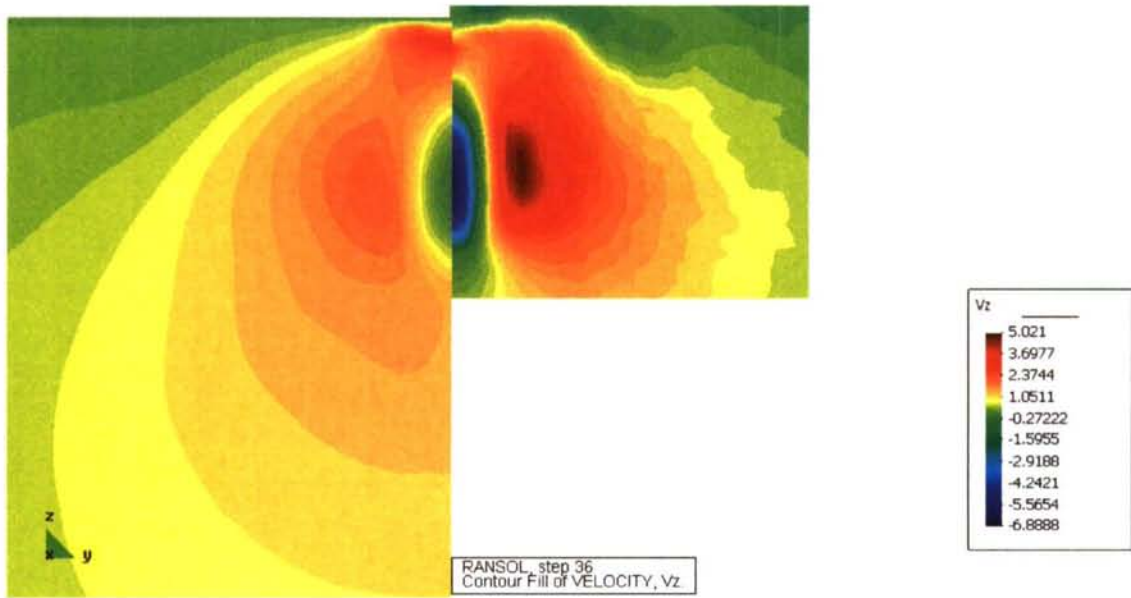




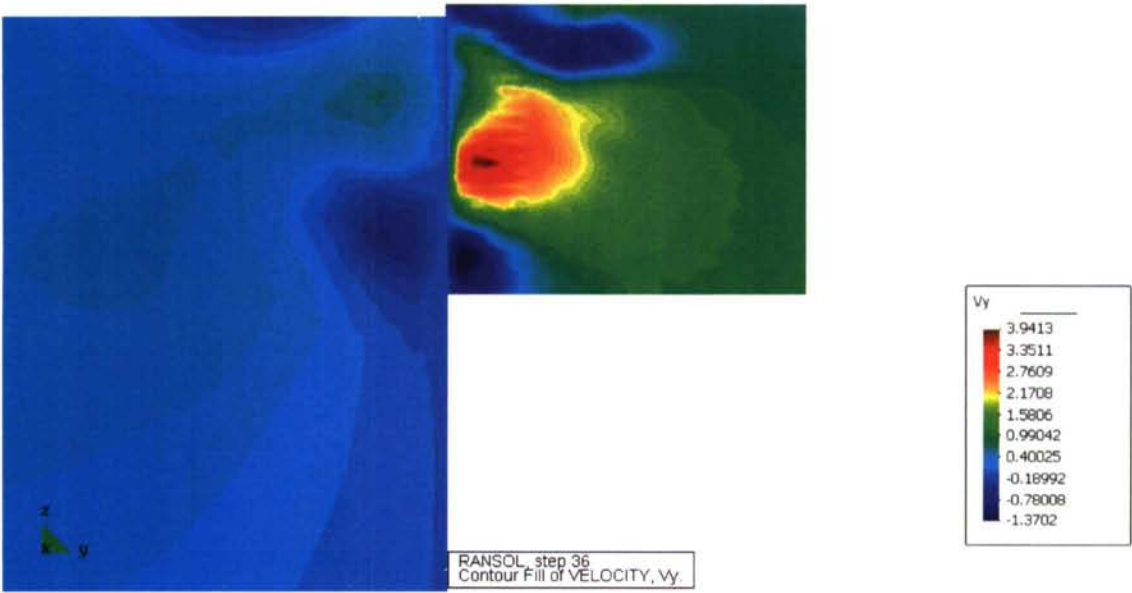
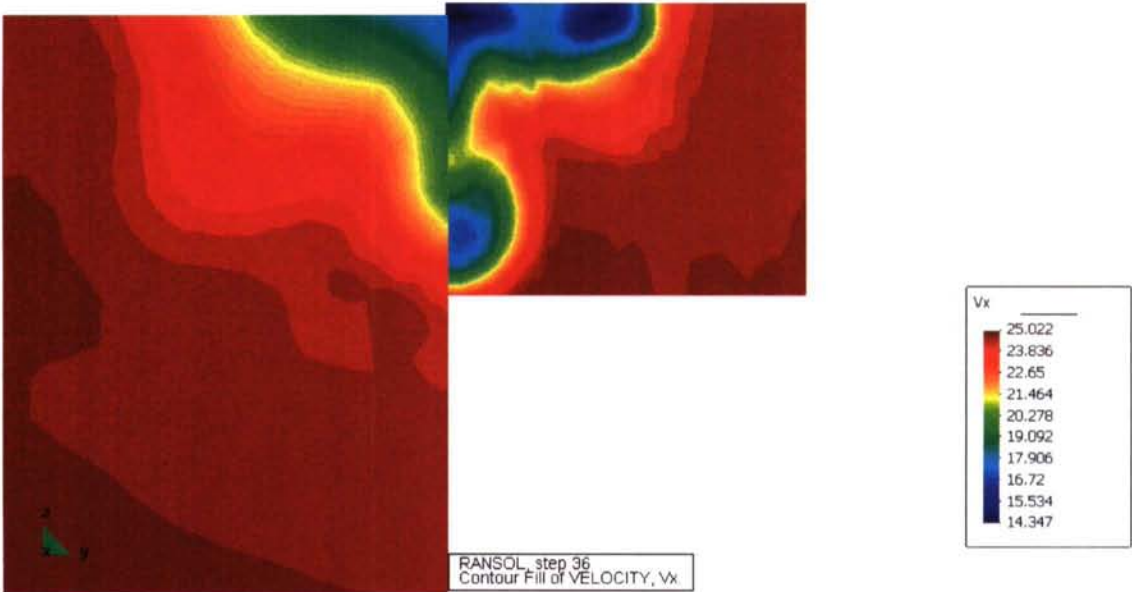


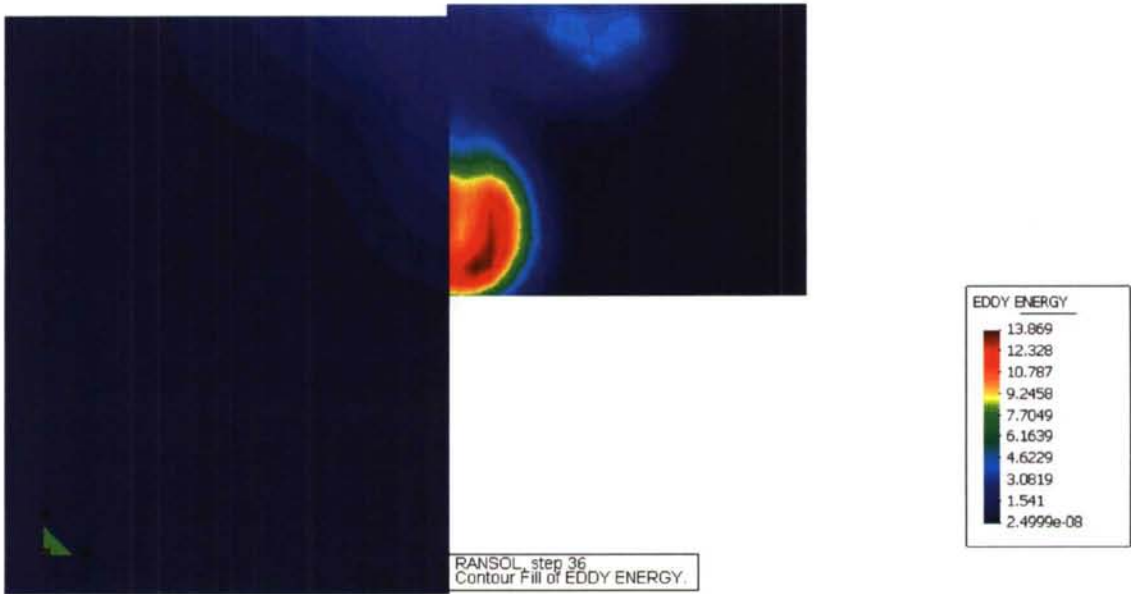
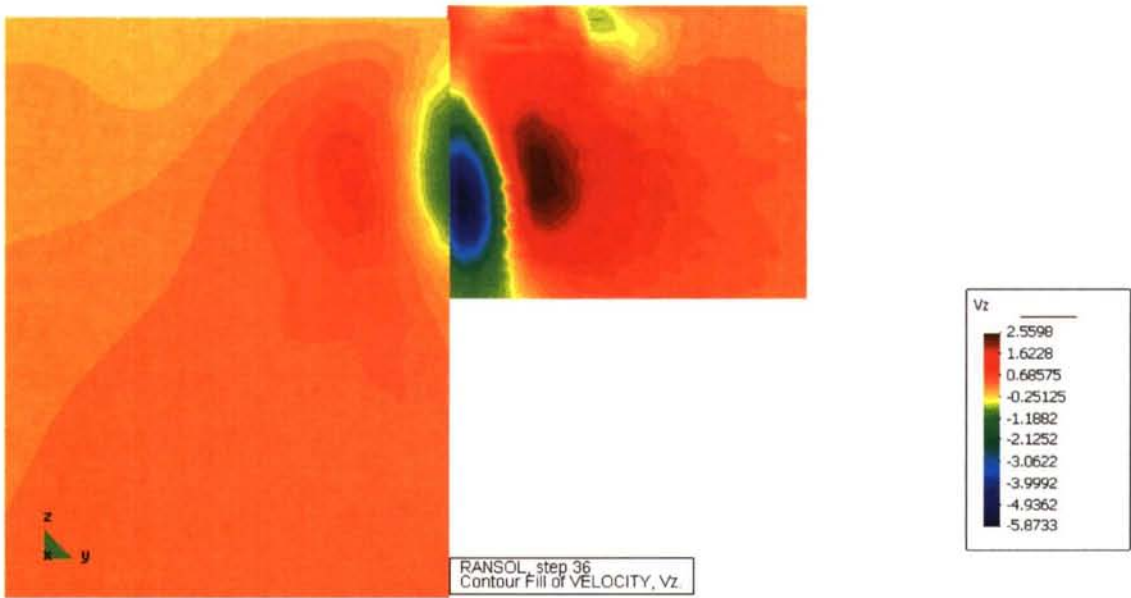
## CORTE 5





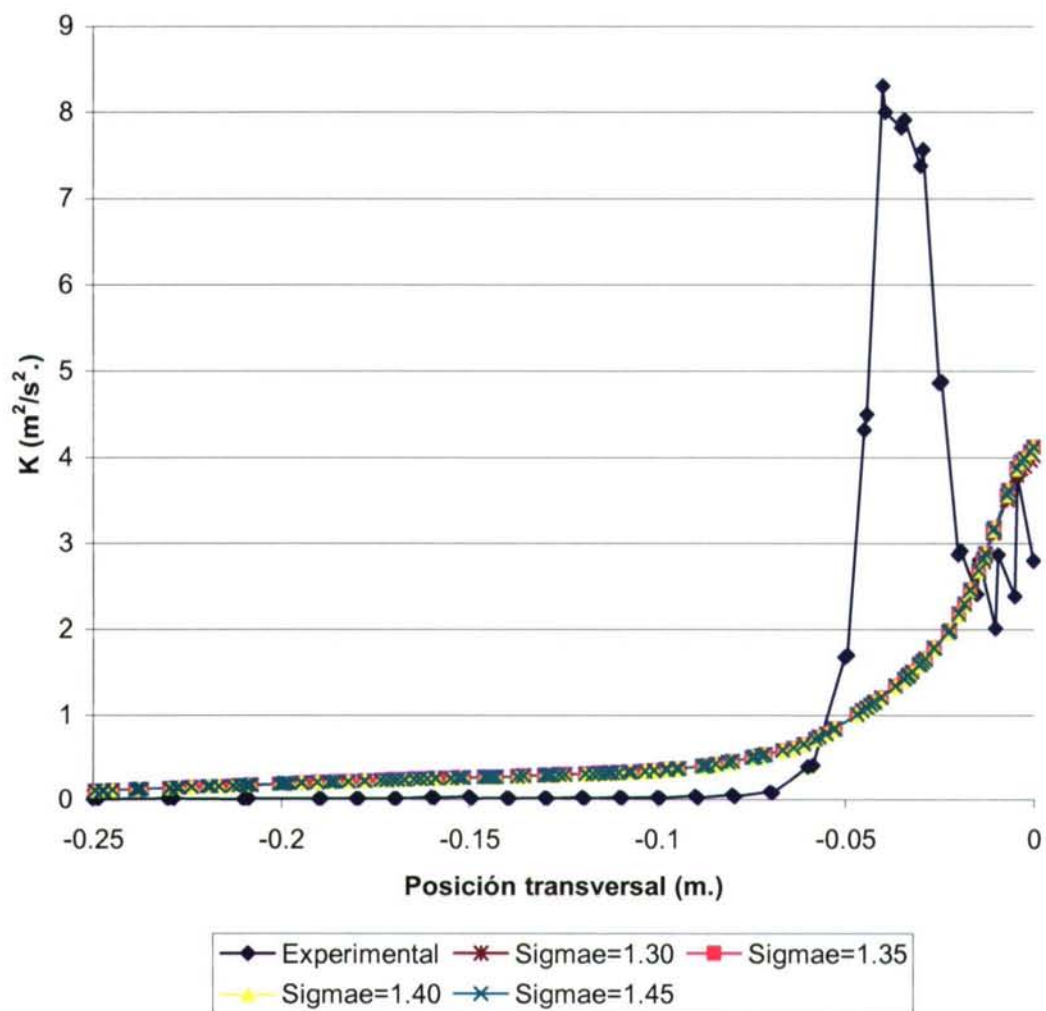
CORTE 6







### K en la horizontal de la hélice



El valor final de la constante de karman es  $\kappa = 0.422$  que está dentro de los límites admisibles de variación, [24].

Las constantes de cierre del modelo calibrado quedarán pues como siguen:

	$\sigma_k$	$\sigma_\varepsilon$	$C_{\varepsilon 1}$	$C_{\varepsilon 2}$	$C_\mu$
Calibración	1.05	1.40	1.50	1.92	0.092

Tabla comparativa de coeficientes de resistencia total

Comparación de coeficientes de resistencia total							
Datos físicos y geométricos de la carena:							
Eslora entre perpendiculares (m.) = 2.759							
Superficie mojada (m <sup>2</sup> .) = 1.0105							
Densidad del aire (kg/m <sup>3</sup> .) = 1.16							
Velocidad del modelo (m/s.) = 25							
CASO	R <sub>V</sub> (N.)	C <sub>V</sub>	R <sub>P</sub> (N.)	C <sub>P</sub>	R <sub>T</sub> (N.)	C <sub>T</sub>	Error (%)
Exp.	-----	-----	-----	-----	-----	3.56E-03	-----
0	0.664914	1.82E-03	0.537834	1.47E-03	1.202748	3.28E-03	-7.77
1	0.665151	1.82E-03	0.517233	1.41E-03	1.182384	3.23E-03	-9.33
2	0.707321	1.93E-03	0.513138	1.40E-03	1.220459	3.33E-03	-6.41
3	0.742725	2.03E-03	0.516396	1.41E-03	1.259121	3.44E-03	-3.44
4	0.74242	2.03E-03	0.433042	1.18E-03	1.175462	3.21E-03	-9.86
5	0.742159	2.03E-03	0.421261	1.15E-03	1.16342	3.18E-03	-10.78
6	0.742225	2.03E-03	0.427774	1.17E-03	1.169999	3.19E-03	-10.28
7	0.742343	2.03E-03	0.440642	1.20E-03	1.182985	3.23E-03	-9.28
8	0.742433	2.03E-03	0.450695	1.23E-03	1.193128	3.26E-03	-8.50
9	0.7424	2.03E-03	0.446737	1.22E-03	1.189137	3.25E-03	-8.81
10	0.742414	2.03E-03	0.448047	1.22E-03	1.190461	3.25E-03	-8.71
11	0.742382	2.03E-03	0.444425	1.21E-03	1.186807	3.24E-03	-8.99
12	0.742377	2.03E-03	0.443522	1.21E-03	1.185899	3.24E-03	-9.06
13	0.74242	2.03E-03	0.449458	1.23E-03	1.191878	3.25E-03	-8.60
14	0.742413	2.03E-03	0.448141	1.22E-03	1.190554	3.25E-03	-8.70
15	0.742401	2.03E-03	0.446754	1.22E-03	1.189155	3.25E-03	-8.81
16	0.742404	2.03E-03	0.446768	1.22E-03	1.189172	3.25E-03	-8.81
17	0.7424	2.03E-03	0.446127	1.22E-03	1.188527	3.24E-03	-8.86
18	0.742409	2.03E-03	0.447391	1.22E-03	1.1898	3.25E-03	-8.76
19	0.742408	2.03E-03	0.447379	1.22E-03	1.189787	3.25E-03	-8.76
20	0.742408	2.03E-03	0.44732	1.22E-03	1.189728	3.25E-03	-8.76

Los casos correlacionados en la tabla anterior son los siguientes:

Caso Exp.: Es el caso experimental. Sólo se dispone del coeficiente de resistencia total del modelo ensayado en túnel sin superficie libre,  $F_n = 0.0$  y  $R_n = 4.6e6$ . El fluido de trabajo es aire y la maqueta es de una escala del doble de la que se considera en esta tesis. No obstante el valor del coeficiente total de resistencia, es bien conocido que se puede considerar el mismo.

Caso 0: Este caso se refiere al modelo numérico corrido con 74900 nodos, ley de pared delta y espesor de capa límite 30 mm.

Caso 1: Este caso se refiere al modelo numérico corrido con 121832 nodos, ley de pared delta y espesor de capa límite de 30 mm.

Caso 2: Este caso se refiere al modelo numérico corrido con 121832 nodos, ley de pared delta y espesor de capa límite de 15 mm.

Caso 3: Este caso se refiere al modelo numérico corrido con 121832 nodos, ley de pared delta y espesor de capa límite de 8 mm.

Caso 4: Este caso se refiere al modelo numérico corrido con 121832 nodos, ley de pared delta y espesor de capa límite de 8 mm, sin prescribir  $\varepsilon$  en la pared.

Caso 5: Este caso se refiere al modelo numérico corrido con 121832 nodos, ley de pared delta y espesor de capa límite de 8 mm. con  $\sigma_k = 1.40$

Caso 6: Este caso se refiere al modelo numérico corrido con 121832 nodos, ley de pared delta y espesor de capa límite de 8 mm. con  $\sigma_k = 0.75$

Caso 7: Este caso se refiere al modelo numérico corrido con 121832 nodos, ley de pared delta y espesor de capa límite de 8 mm. con  $\sigma_k = 1.05$

Caso 8: Este caso se refiere al modelo numérico corrido con 121832 nodos, ley de pared delta y espesor de capa límite de 8 mm. con  $\sigma_k = 1.05$  y  $C_\mu = 0.092$

Caso 9: Este caso se refiere al modelo numérico corrido con 121832 nodos, ley de pared delta y espesor de capa límite de 8 mm. con  $\sigma_k = 1.05$  y  $C_\mu = 0.094$

Caso 10: Este caso se refiere al modelo numérico corrido con 121832 nodos, ley de pared delta y espesor de capa límite de 8 mm. con  $\sigma_k = 1.05$  y  $C_\mu = 0.096$

Caso 11: Este caso se refiere al modelo numérico corrido con 121832 nodos, ley de pared delta y espesor de capa límite de 8 mm. con  $\sigma_k = 1.05$  y  $C_\mu = 0.092$  y  $C_{\varepsilon 1} = 1.50$

Caso 12: Este caso se refiere al modelo numérico corrido con 121832 nodos, ley de pared delta y espesor de capa límite de 8 mm. con  $\sigma_k = 1.05$  y  $C_\mu = 0.092$  y  $C_{\varepsilon 1} = 1.55$

Caso 13: Este caso se refiere al modelo numérico corrido con 121832 nodos, ley de pared delta y espesor de capa límite de 8 mm. con  $\sigma_k = 1.05$  y  $C_\mu = 0.092$  y  $C_{\varepsilon 1} = 1.40$

Caso 14: Este caso se refiere al modelo numérico corrido con 121832 nodos, ley de pared delta y espesor de capa límite de 8 mm. con  $\sigma_k = 1.05$  y  $C_\mu = 0.092$  y  $C_{\varepsilon 1} = 1.50$  y  $C_{\varepsilon 2} = 1.96$

Caso 15: Este caso se refiere al modelo numérico corrido con 121832 nodos, ley de pared delta y espesor de capa límite de 8 mm. con  $\sigma_k = 1.05$  y  $C_\mu = 0.092$  y  $C_{\varepsilon 1} = 1.50$  y  $C_{\varepsilon 2} = 2.00$



Caso 16: Este caso se refiere al modelo numérico corrido con 121832 nodos, ley de pared delta y espesor de capa límite de 8 mm. con  $\sigma_k = 1.05$  y  $C_\mu = 0.092$  y  $C_{\varepsilon 1} = 1.50$  y  $C_{\varepsilon 2} = 1.88$

Caso 17: Este caso se refiere al modelo numérico corrido con 121832 nodos, ley de pared delta y espesor de capa límite de 8 mm. con  $\sigma_k = 1.05$  y  $C_\mu = 0.092$  y  $C_{\varepsilon 1} = 1.50$  y  $C_{\varepsilon 2} = 1.84$

Caso 18: Este caso se refiere al modelo numérico corrido con 121832 nodos, ley de pared delta y espesor de capa límite de 8 mm. con  $\sigma_k = 1.05$  y  $C_\mu = 0.092$  y  $C_{\varepsilon 1} = 1.50$  y  $C_{\varepsilon 2} = 1.92$  y  $\sigma_\varepsilon = 1.35$

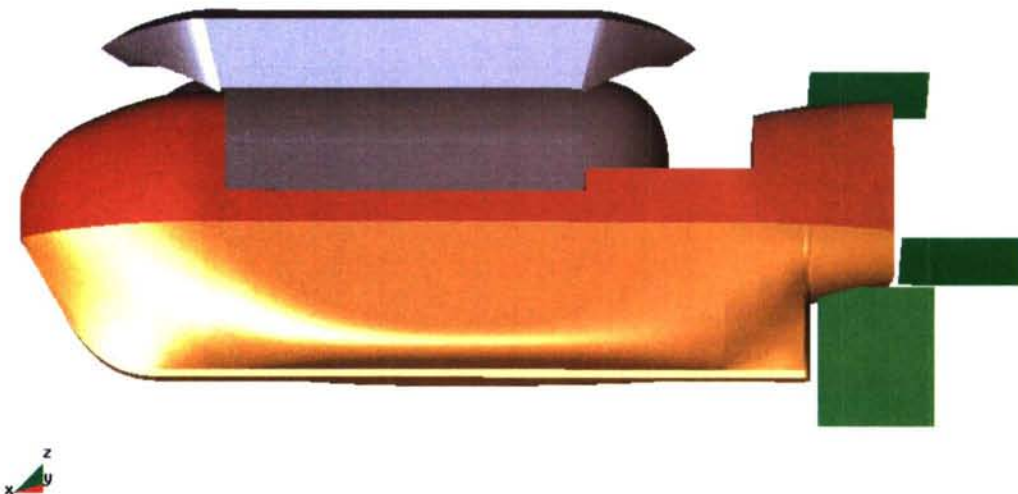
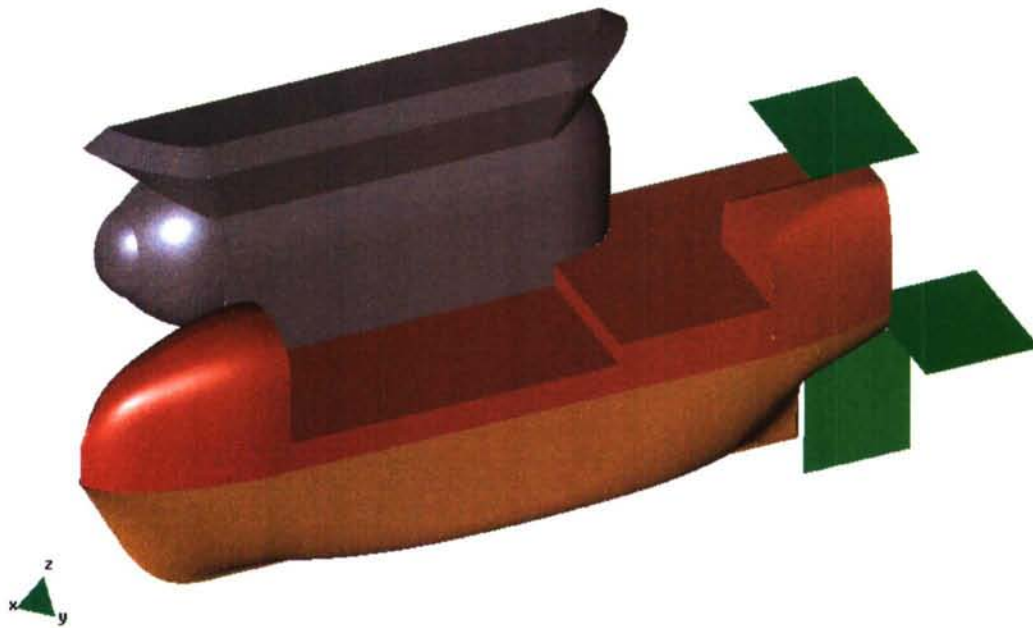
Caso 19: Este caso se refiere al modelo numérico corrido con 121832 nodos, ley de pared delta y espesor de capa límite de 8 mm. con  $\sigma_k = 1.05$  y  $C_\mu = 0.092$  y  $C_{\varepsilon 1} = 1.50$  y  $C_{\varepsilon 2} = 1.92$  y  $\sigma_\varepsilon = 1.40$

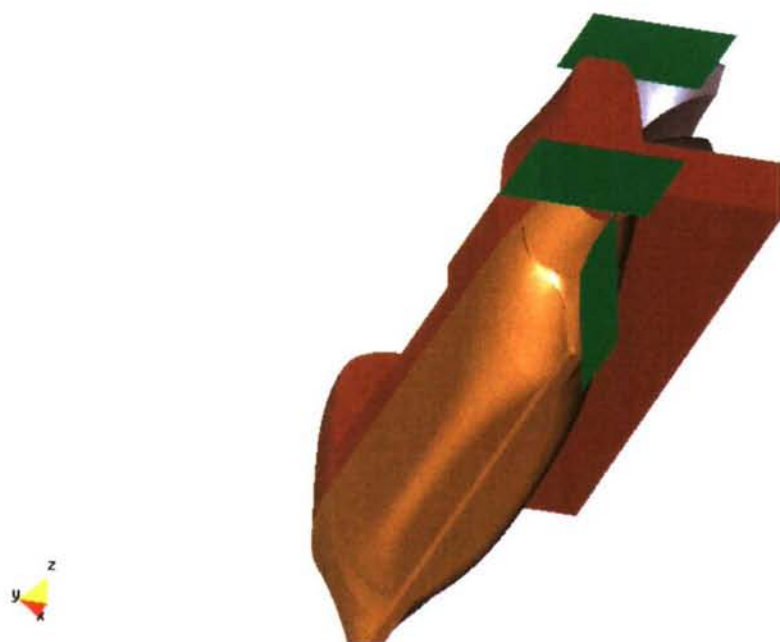
Caso 20: Este caso se refiere al modelo numérico corrido con 121832 nodos, ley de pared delta y espesor de capa límite de 8 mm. con  $\sigma_k = 1.05$  y  $C_\mu = 0.092$  y  $C_{\varepsilon 1} = 1.50$  y  $C_{\varepsilon 2} = 1.92$  y  $\sigma_\varepsilon = 1.45$



### Informe de resultados de PIV

Los planos que se han definido como aquellos en los que se buscará la estela de la maqueta serán los que se ven en las siguientes figuras:



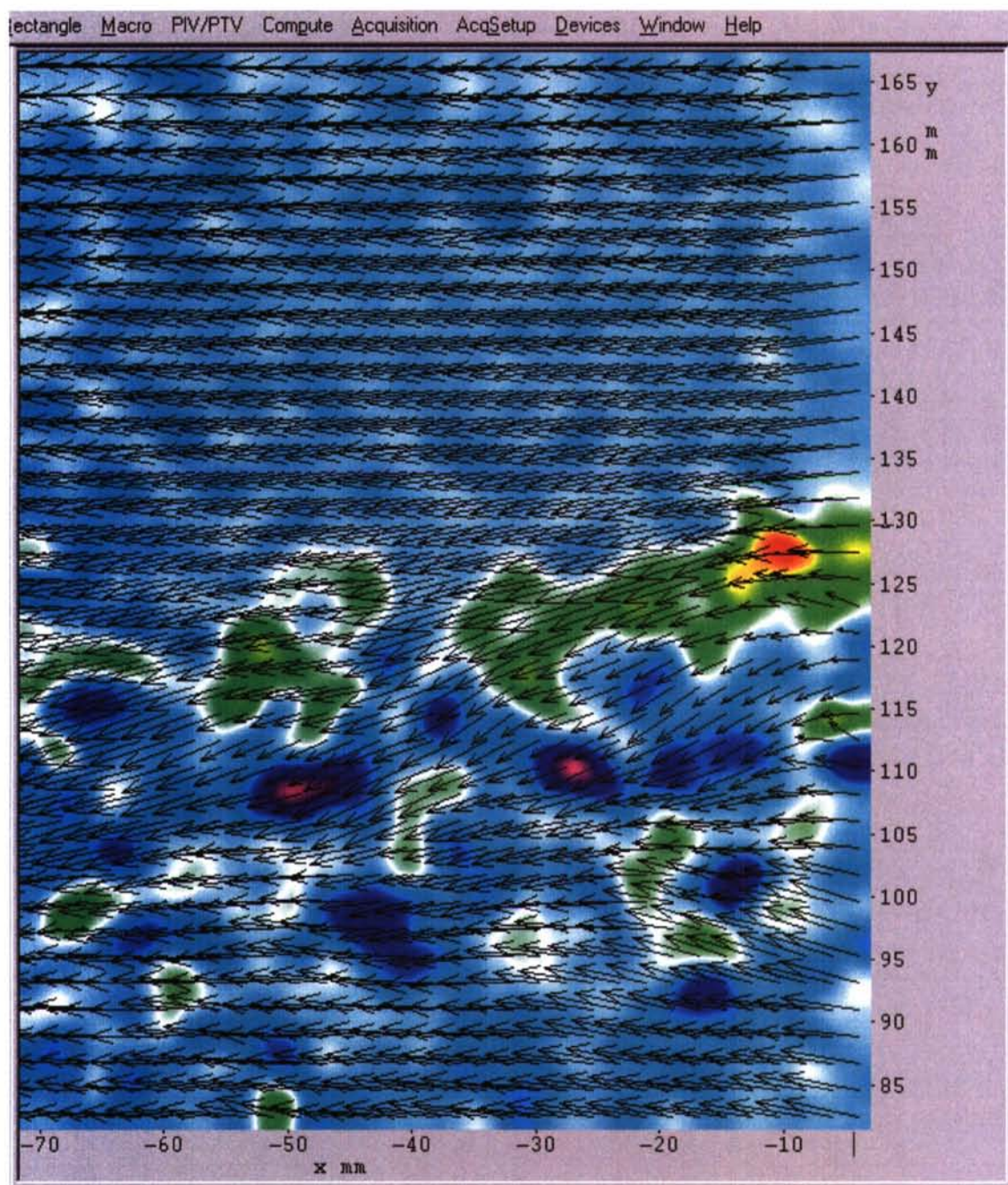


La denominación de los cortes es la que se ha dado en la sección “Informe de resultados de PIV”: CORTE 1, CORTE 2, CORTE 3.

A continuación se muestran los mapas de velocidades instantáneas para los respectivos cortes. Como se ha comentado anteriormente se dispone de 50 imágenes de cada uno de los cortes. No obstante y como no aporta ventaja alguna mostrarlas todas, simplemente se mostrarán una imagen para cada corte.

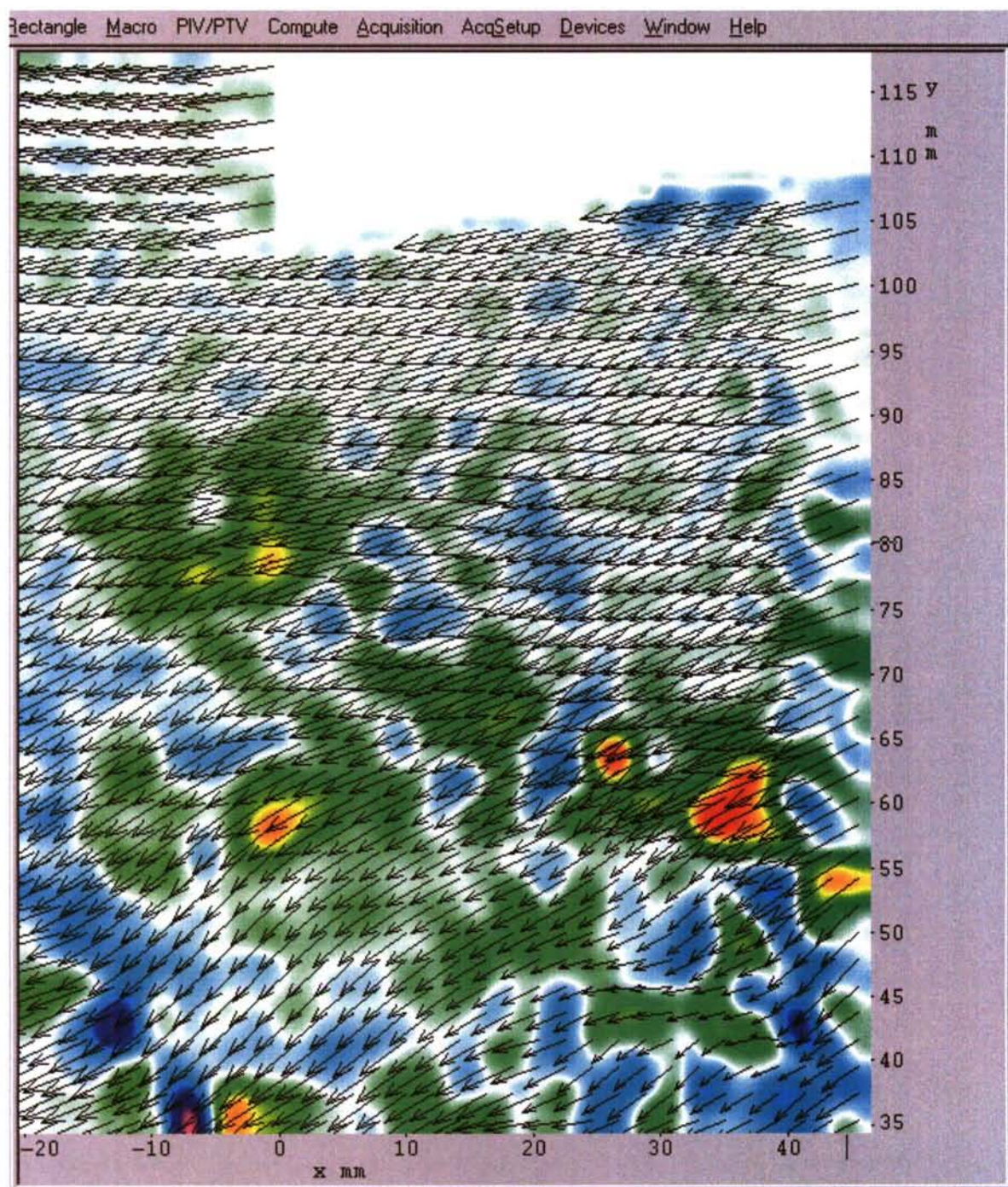
A efectos de tener una referencia del tamaño de los vórtices el fondo de los mapas se rellena con su respectivo mapa de vorticidad.

#### CORTE 1



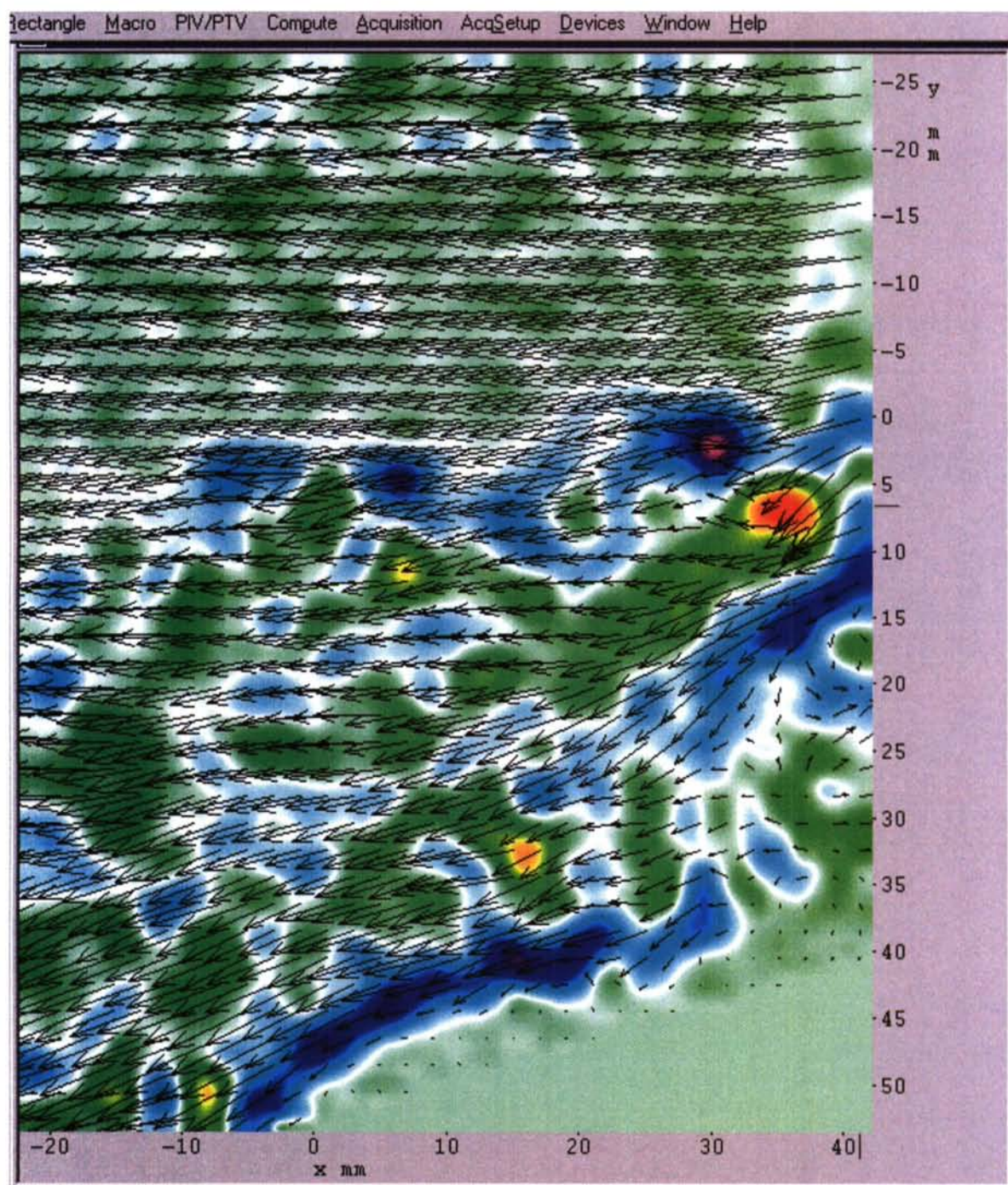


## CORTE 2





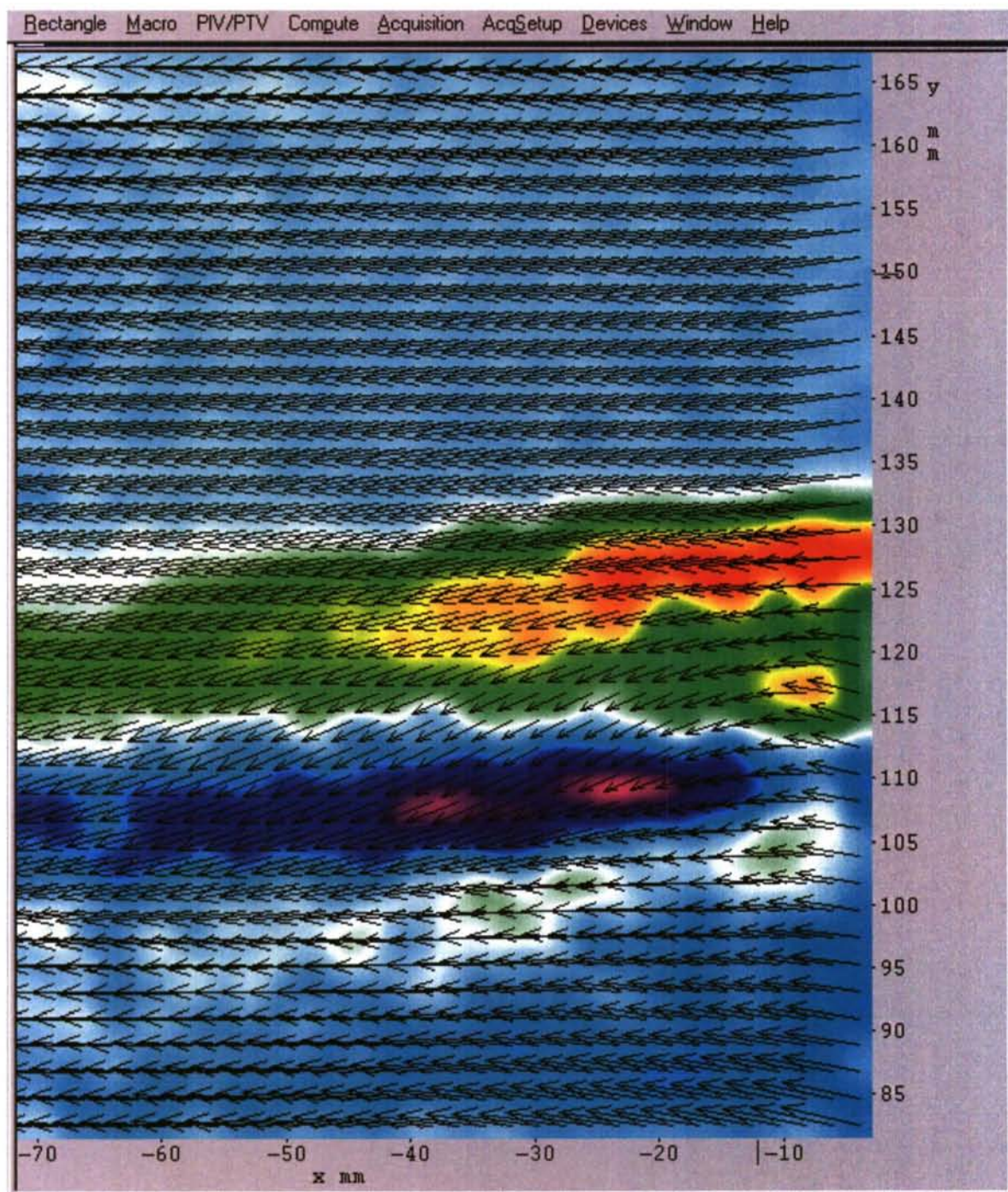
## CORTE 3





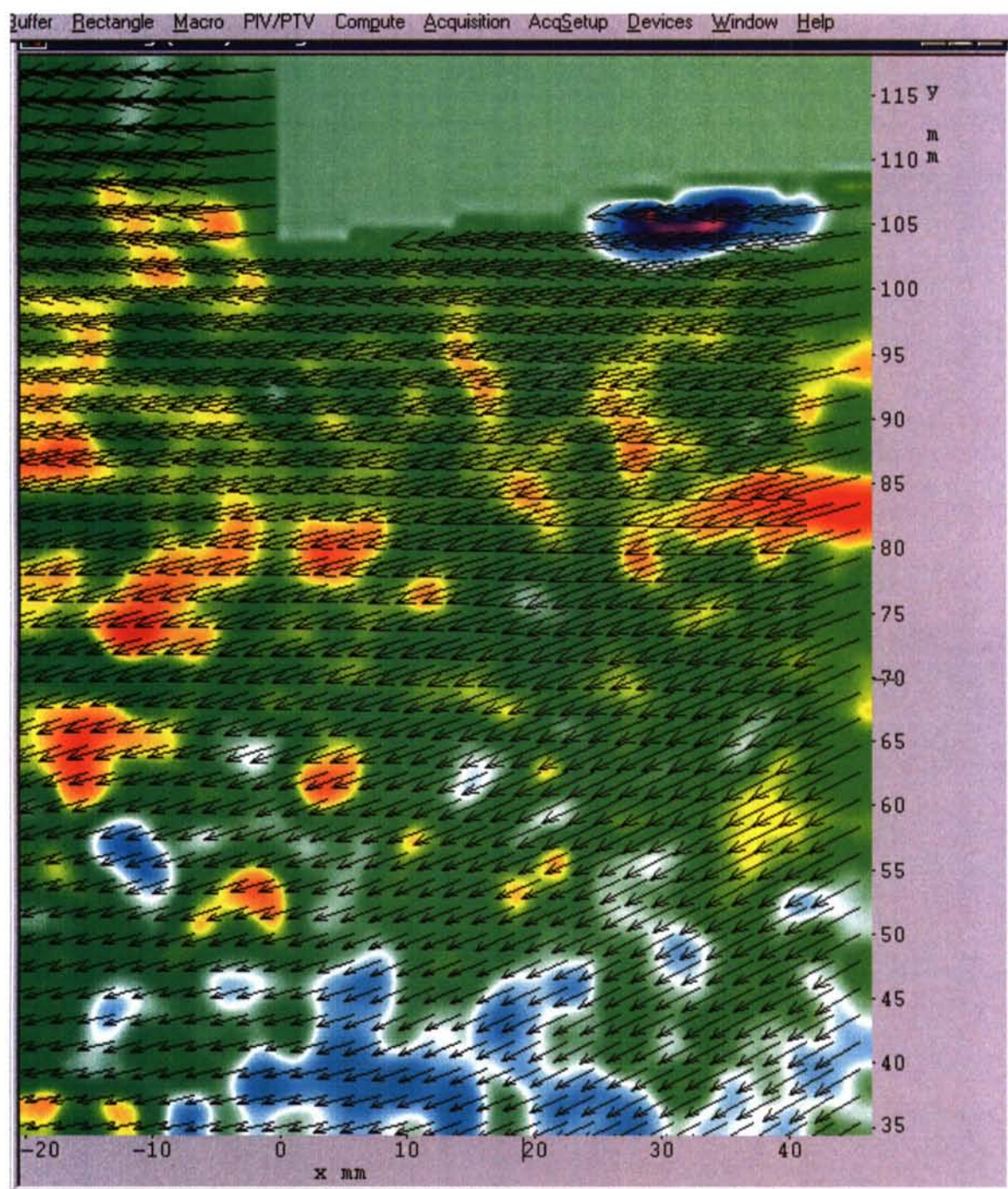
Ahora se presentan los resultados para estos mapas de velocidades:

### CORTE 1



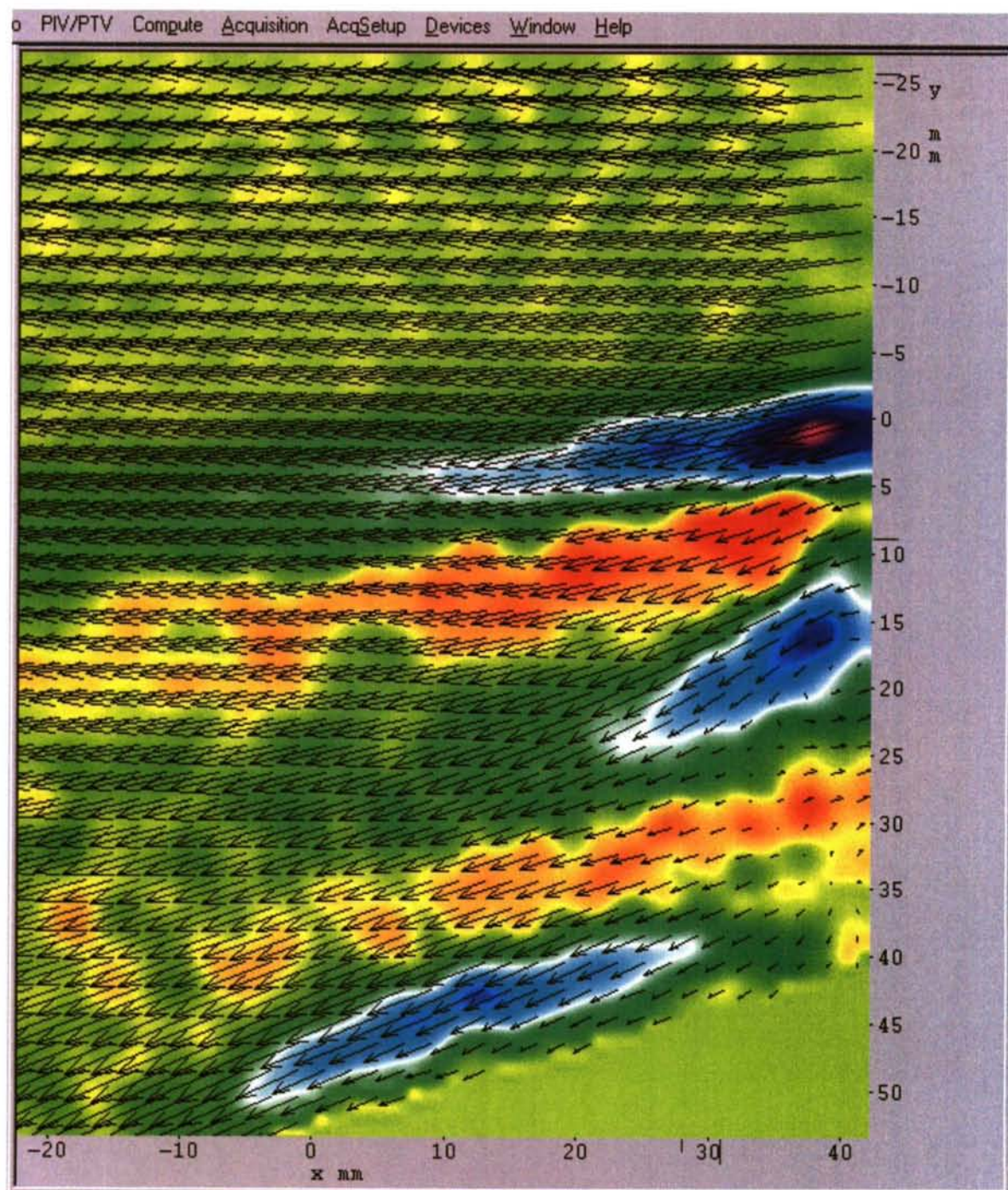


## CORTE 2





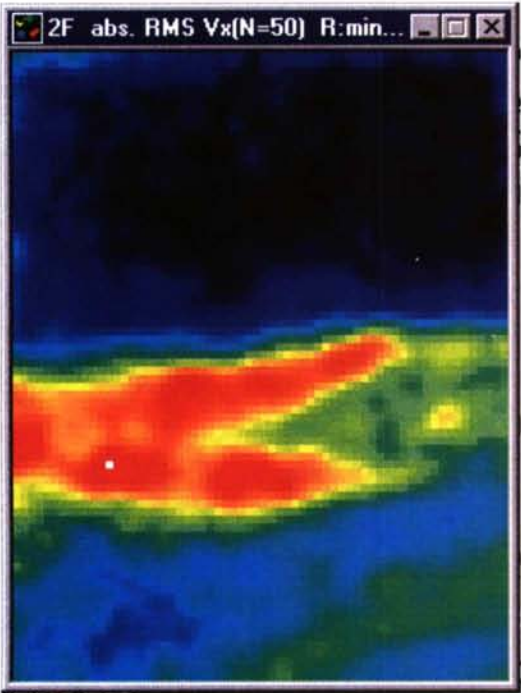
## CORTE 3



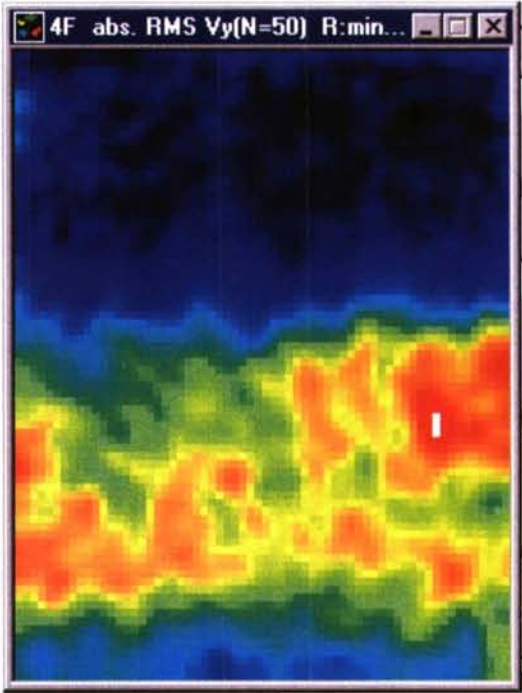


A continuación se muestran los resultados de las “rms” de los mapas vectoriales medios mostrados anteriormente, (se muestra el mapa de la “rms” asociado a cada una de las componentes de la velocidad).

CORTE 1

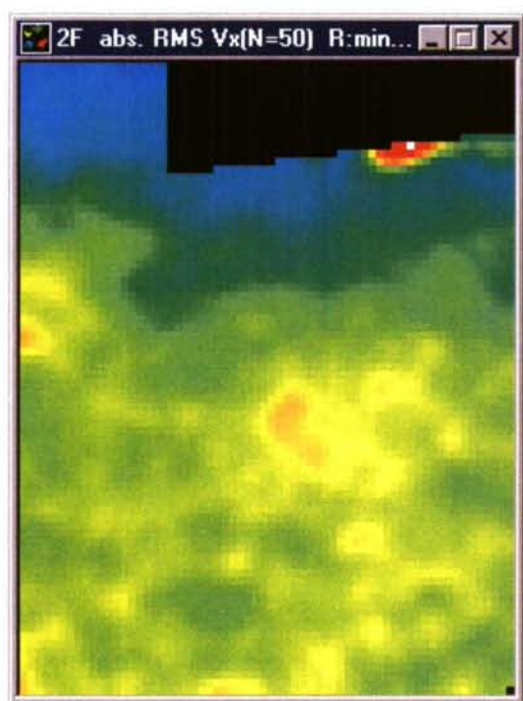


rms (u)

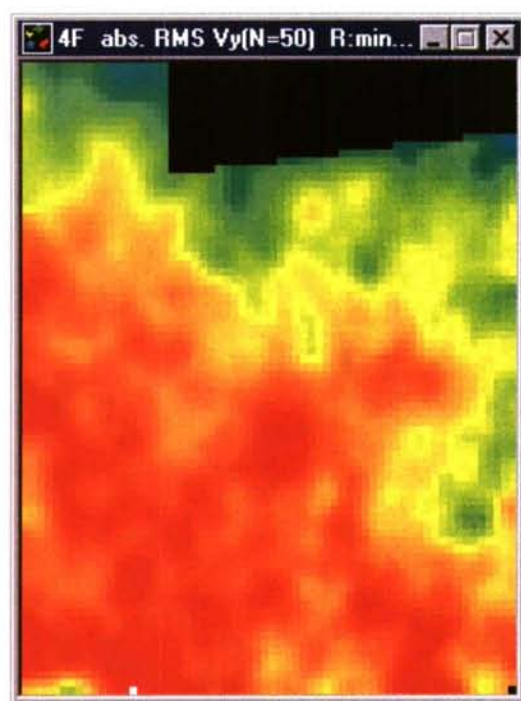


rms (v)

## CORTE 2

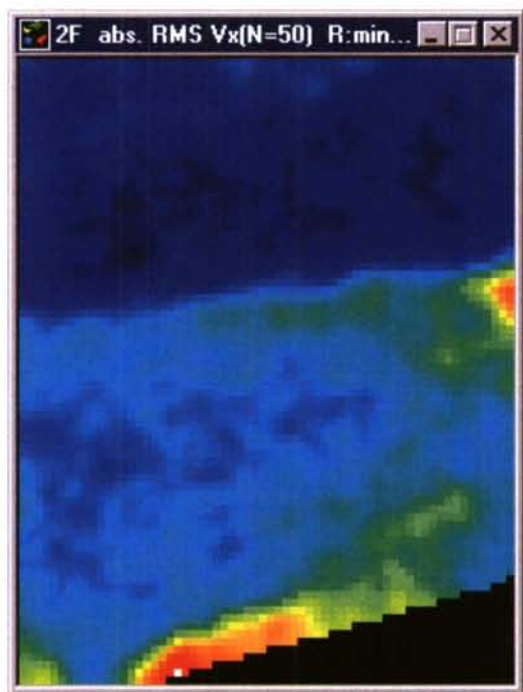


rms (u)

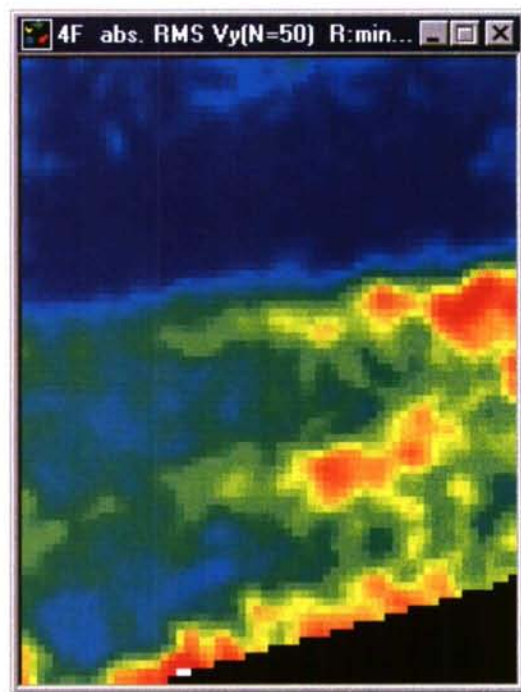


rms (v)

## CORTE 3



rms (u)



rms (w)

A continuación se muestran algunas fotografías del laboratorio y de los ensayos:

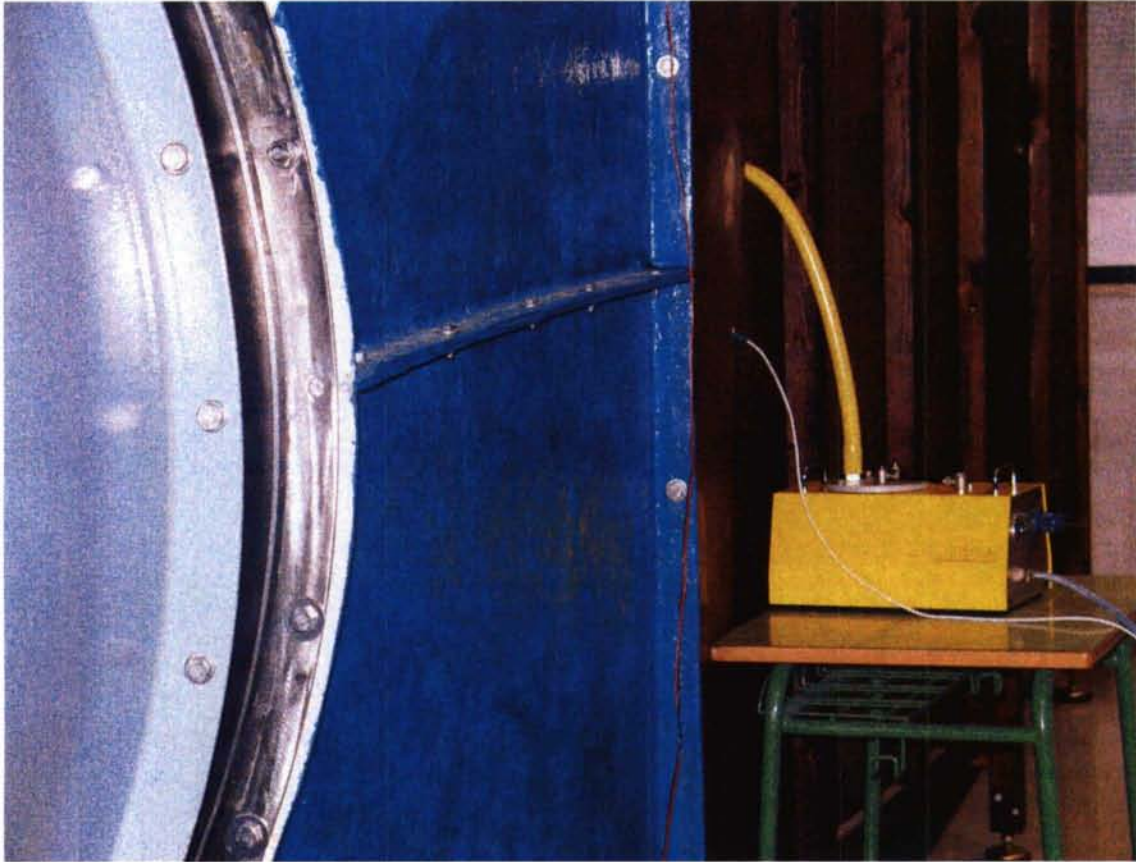
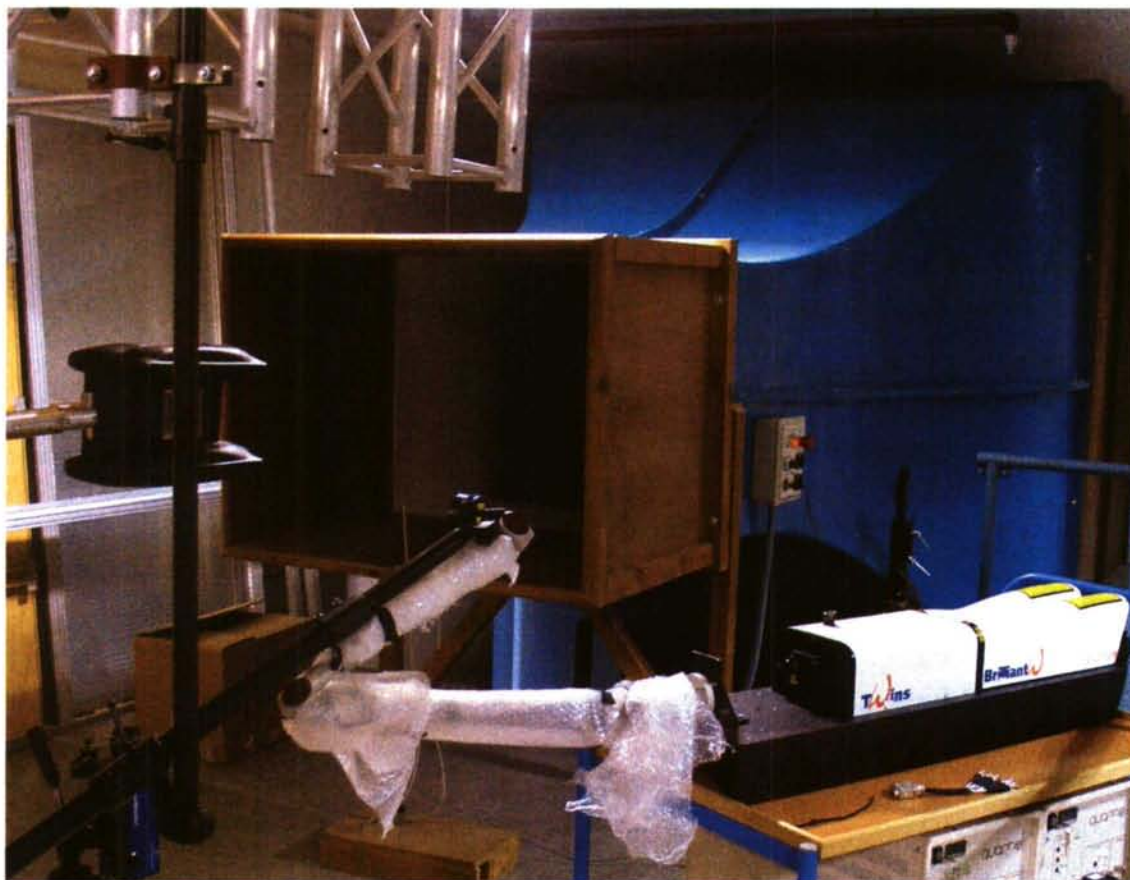
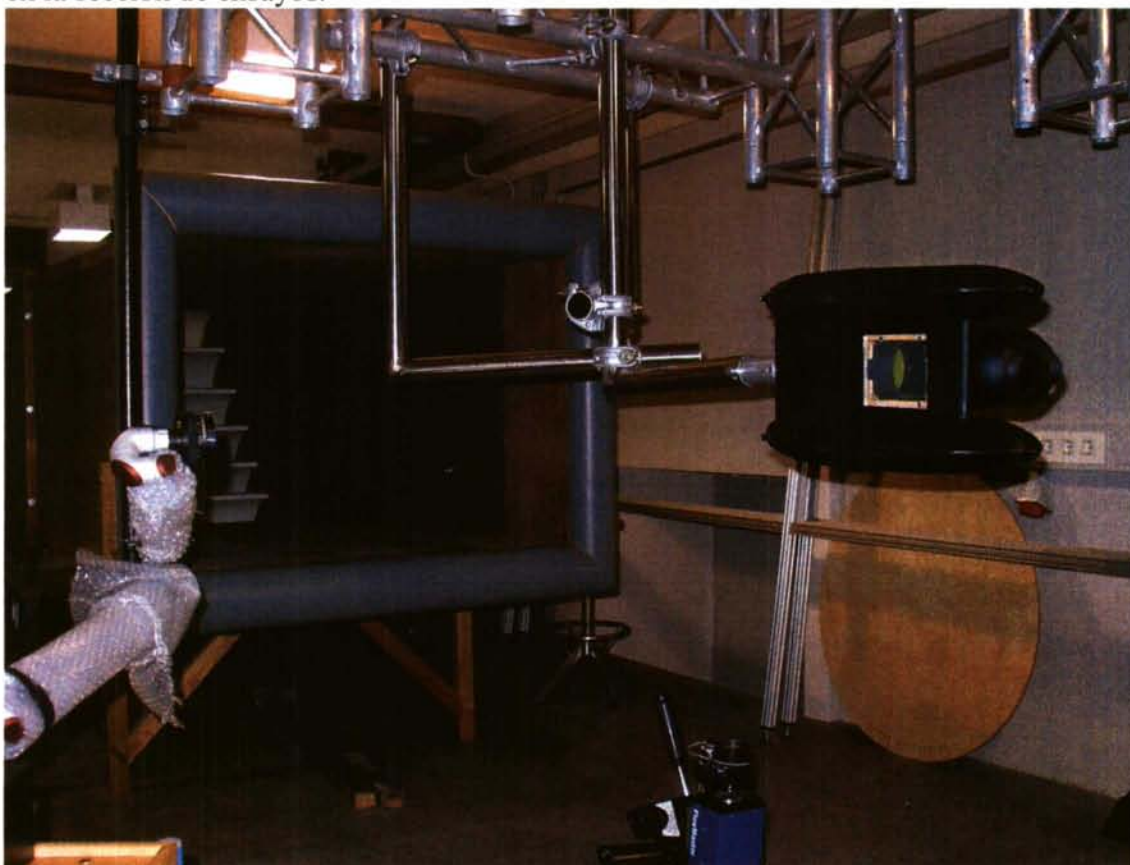


Imagen del sembrador de partículas, instalado en la parte baja del túnel.

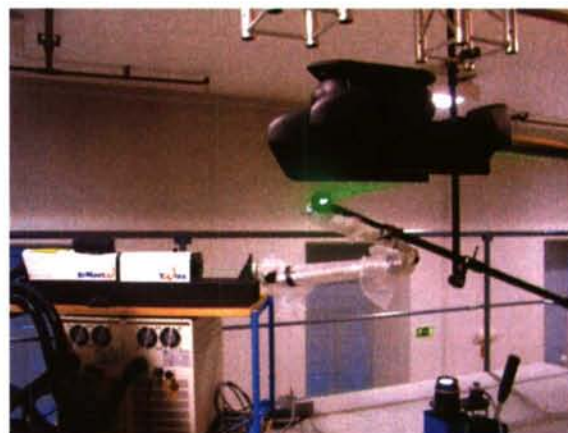




Imágenes de las dos fuentes de láser, así como del brazo óptico, la cámara y la maqueta en la sección de ensayos.







Cinco imágenes de los láseres disparando. Se corresponden con las diferentes medidas realizadas.





Dos imágenes del laboratorio. En la primera se ve la zona de la sección de ensayo, y la segunda es una vista general de todo el laboratorio.





## Informe de comparación numérica – experimental PROTECAS

Lo que procedería ahora sería mostrar los resultados de los mapas de  $k$  y de los campos de velocidades ya insertados en el postprocesador del CFD. No obstante y para no extender demasiado este anexo, simplemente se mostrarán los resultados experimentales conjuntamente con el numérico para poder hacer la comparación al mismo tiempo.

### Caso 0

La malla es de 76340 nodos. Como se verá posteriormente es una malla claramente insuficiente. El tamaño de malla es de 14 mm. en casco y volumen auxiliar. En el volumen general el tamaño es de 100 mm.

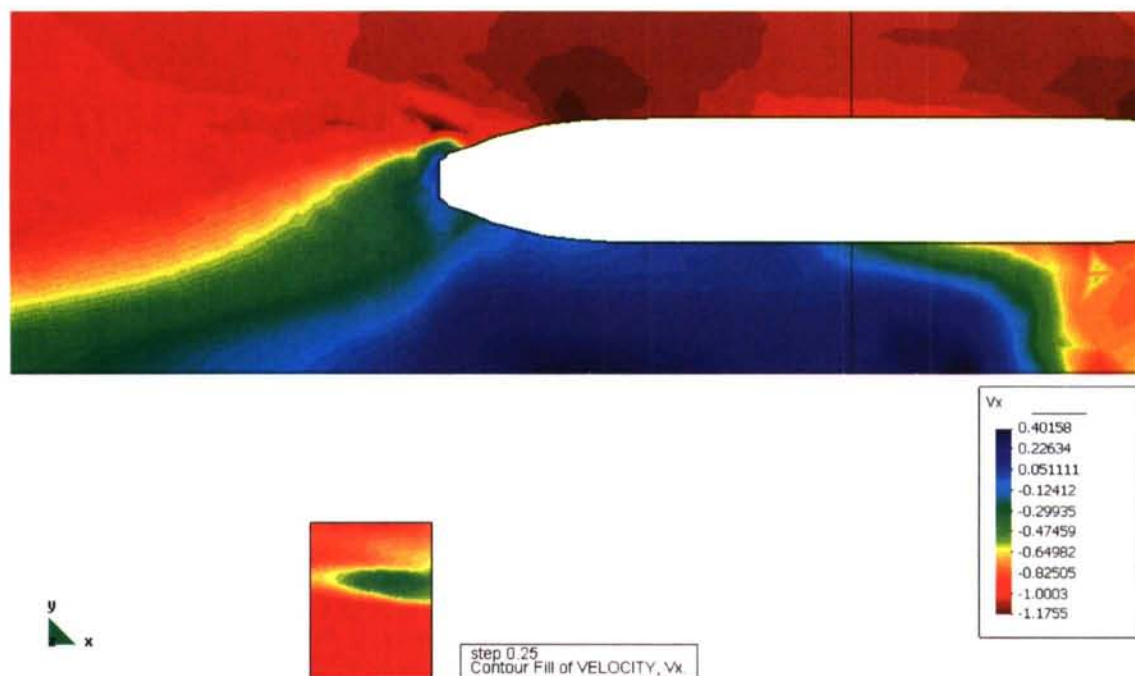
La ley de pared seleccionada es la “Delta”. El espesor de capa límite es de 30 mm. y los parámetros de turbulencia fijan en:

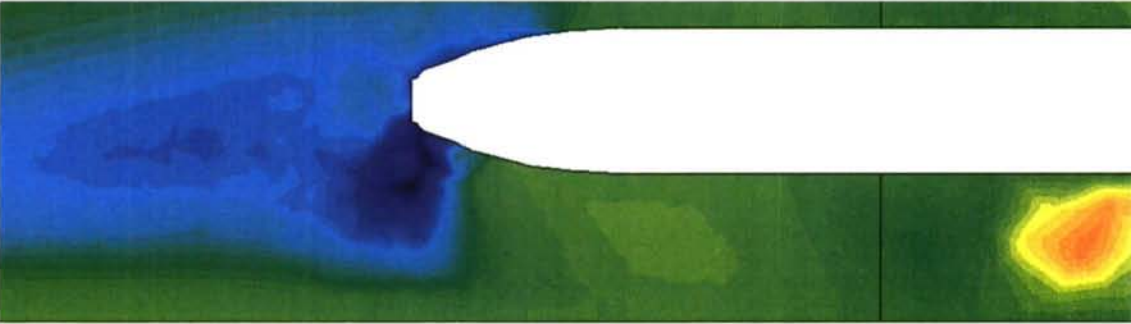
$$2.5e-8 < k < 116.83$$

$$4.5e-7 < \varepsilon < 17953$$

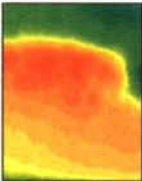
$$1.8e-8 < \nu_T < 0.080339$$

CORTE 1

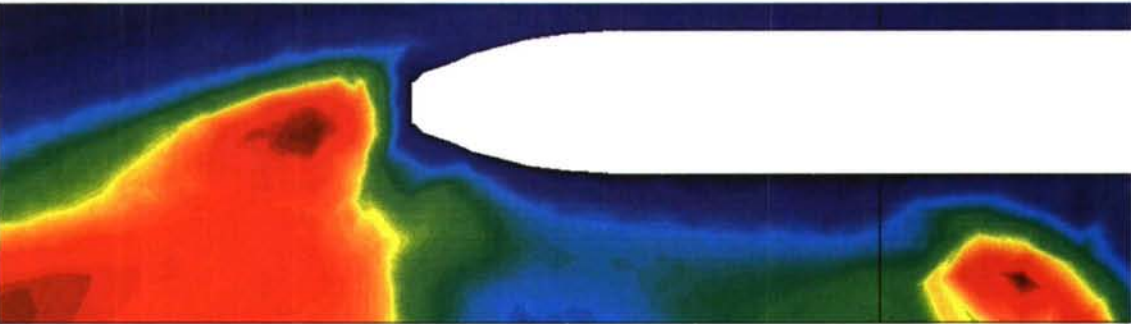
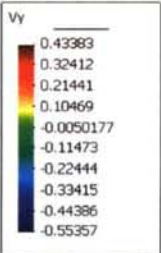




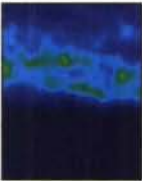
y  
x



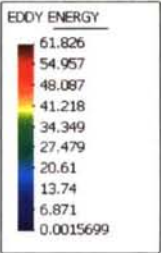
step 0.25  
Contour Fill of VELOCITY,  $V_y$



y  
x

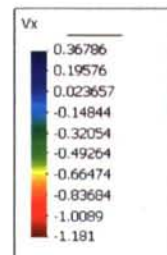
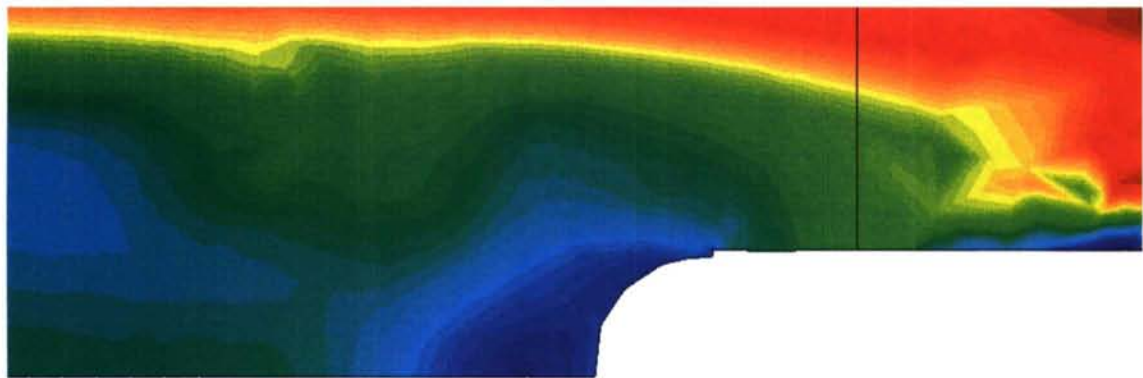


step 0.25  
Contour Fill of EDDY ENERGY





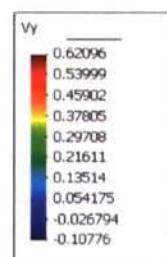
## CORTE 2



y  
x



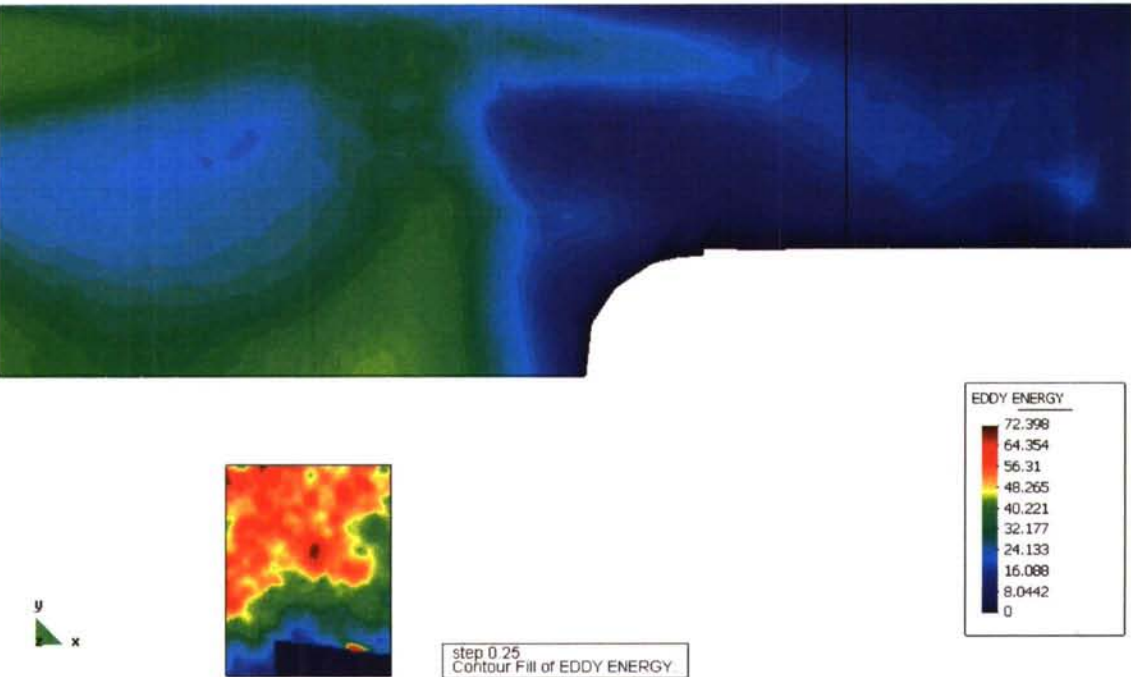
step 0.25  
Contour Fill of VELOCITY,  $V_x$ .



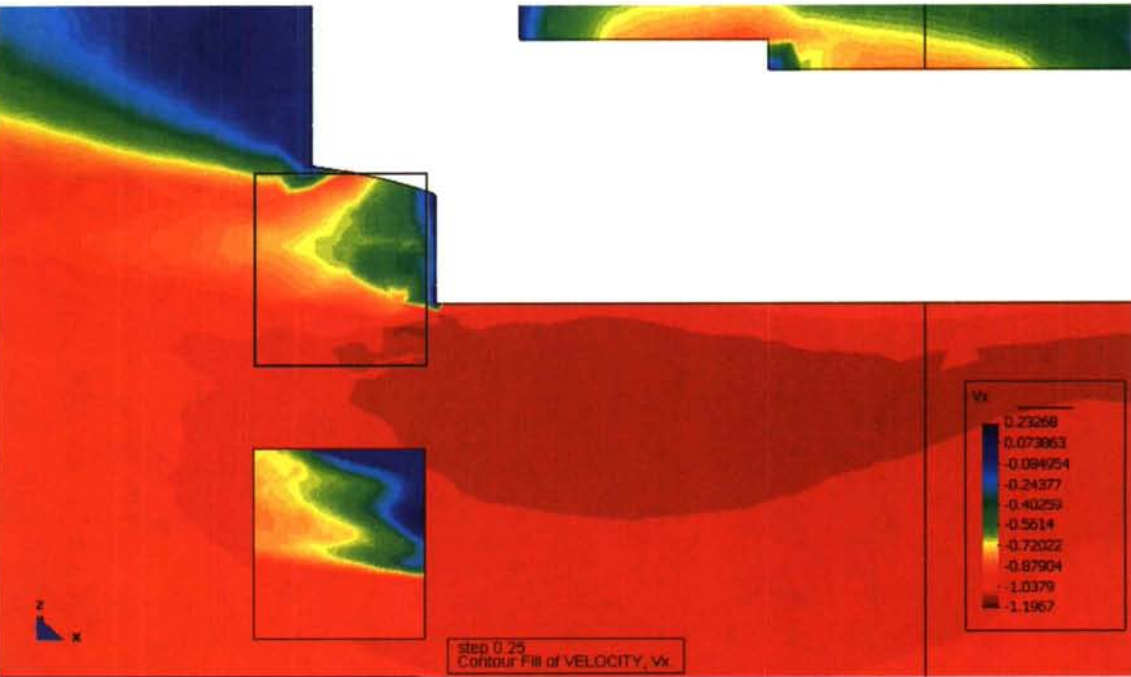
y  
x

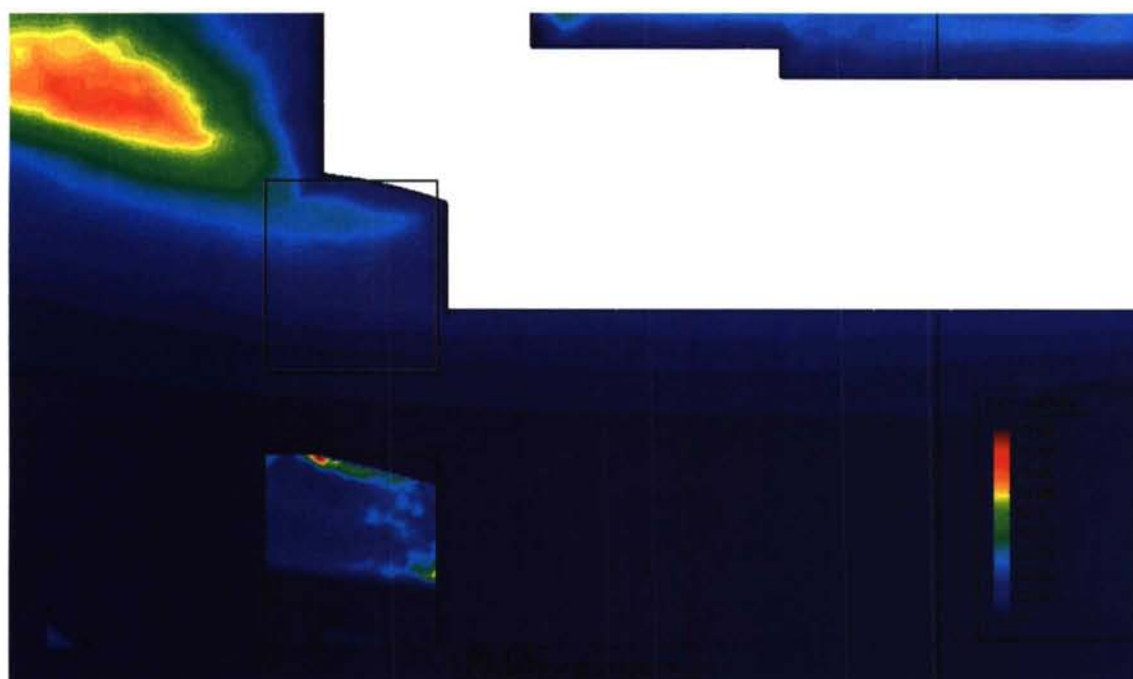
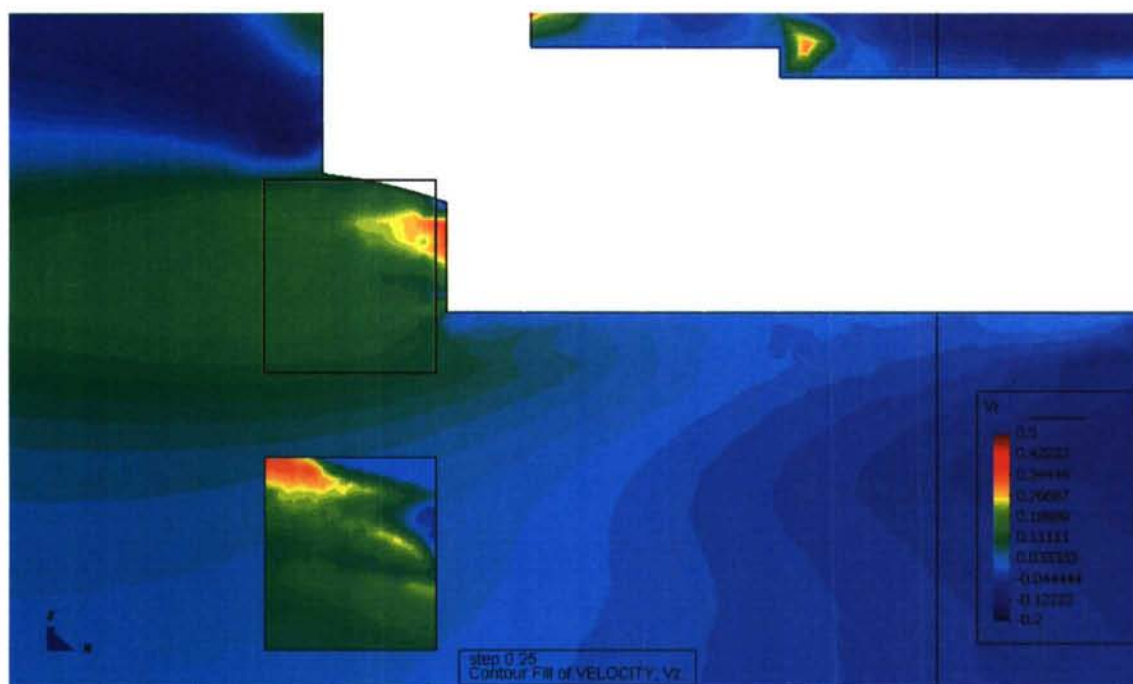


step 0.25  
Contour Fill of VELOCITY,  $V_y$ .



CORTE 3





**Caso 1**

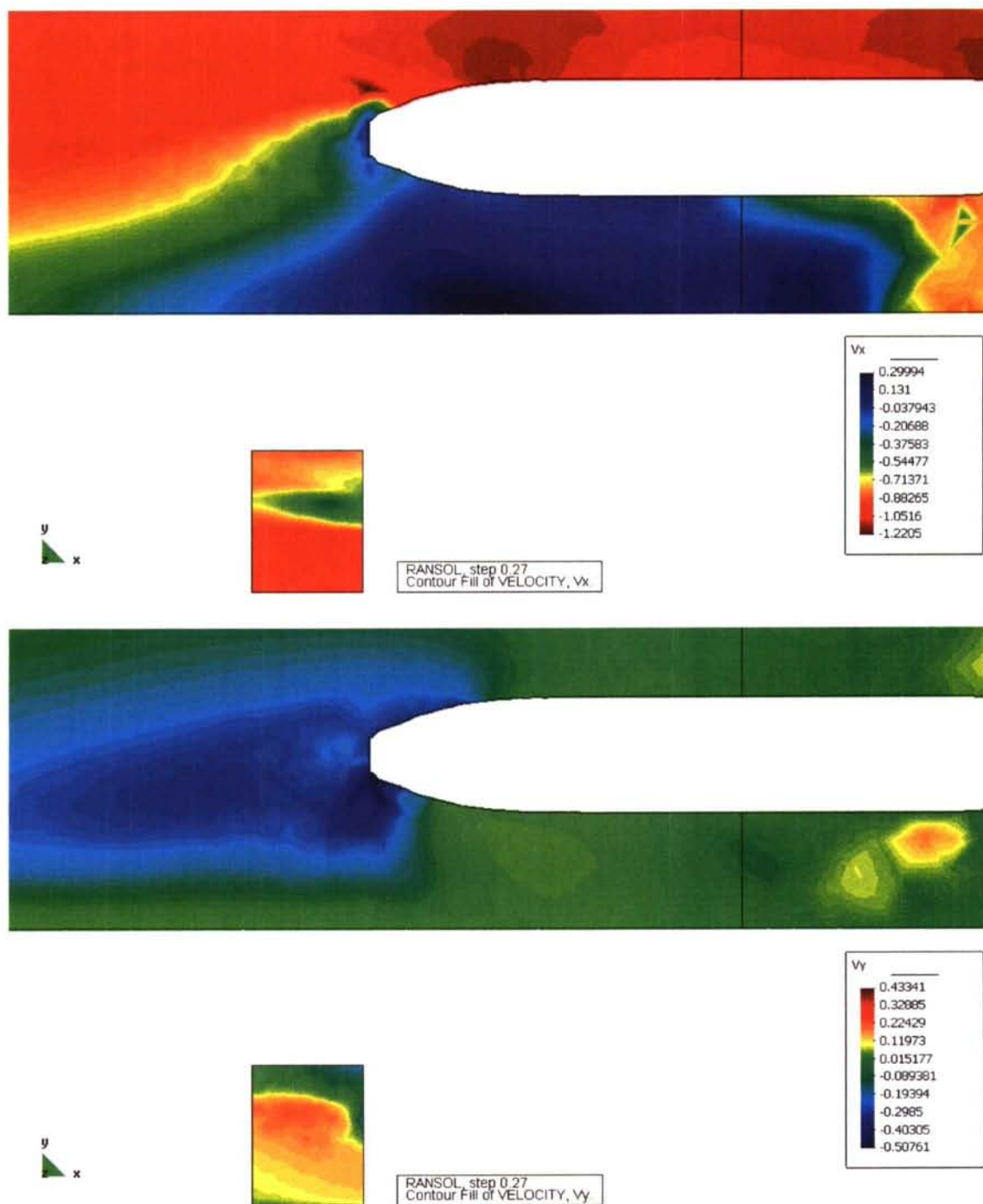
Misma malla que en el caso anterior. La ley de pared seleccionada es la “Delta”. El espesor de capa límite es de 30 mm. y los parámetros de turbulencia fijan en:

$$2.5\text{e-}8 < k < 233.66$$

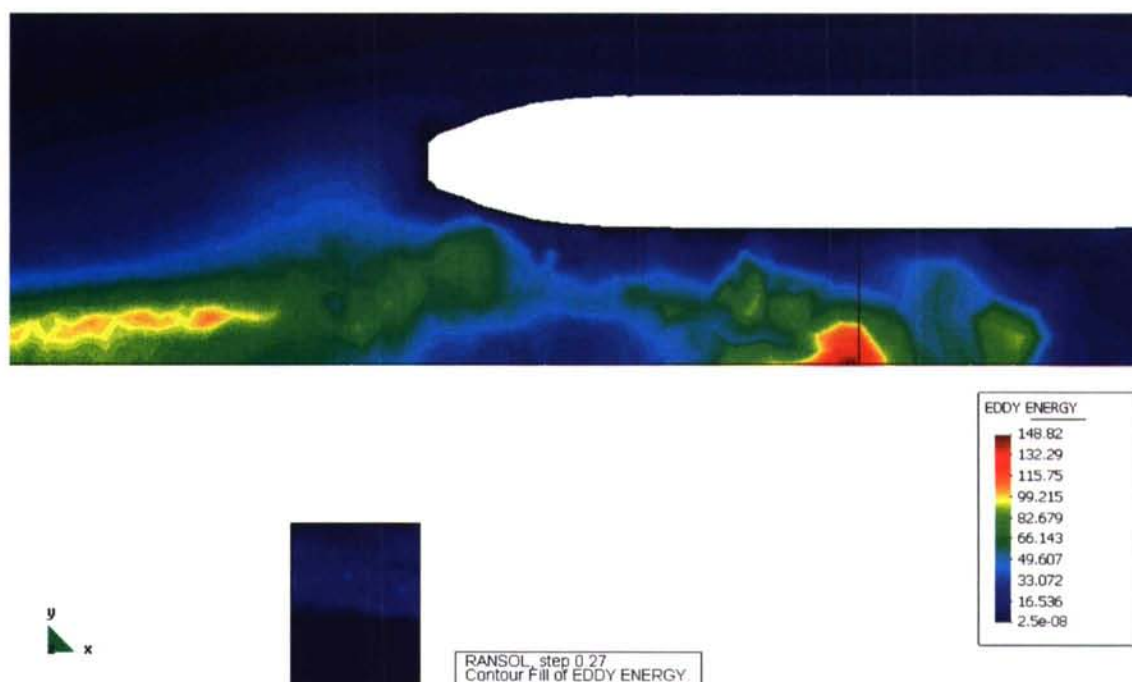
$$4.5\text{e-}7 < \varepsilon < 35561$$

$$1.8\text{e-}8 < \nu_t < 0.16068$$

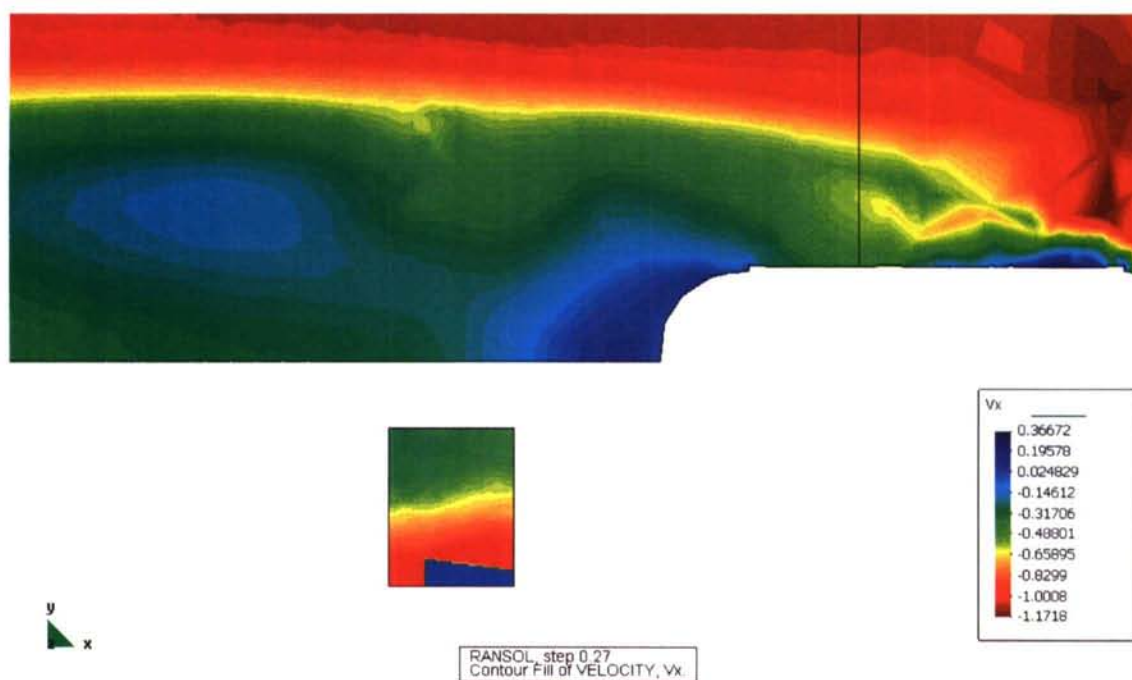
CORTE 1

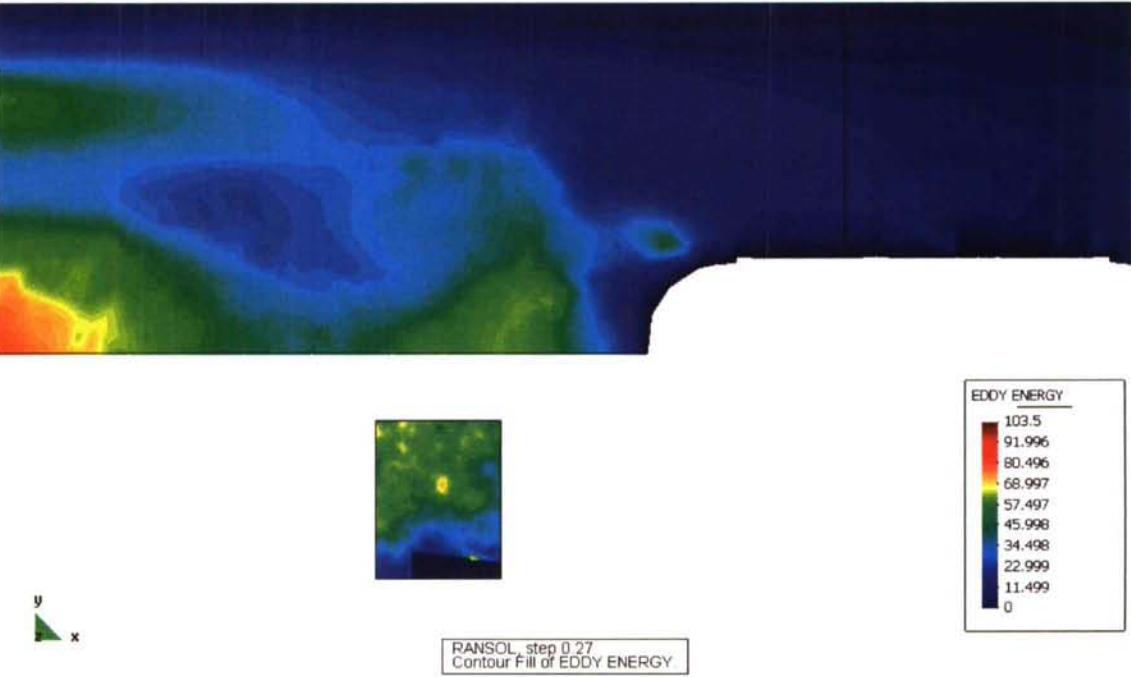
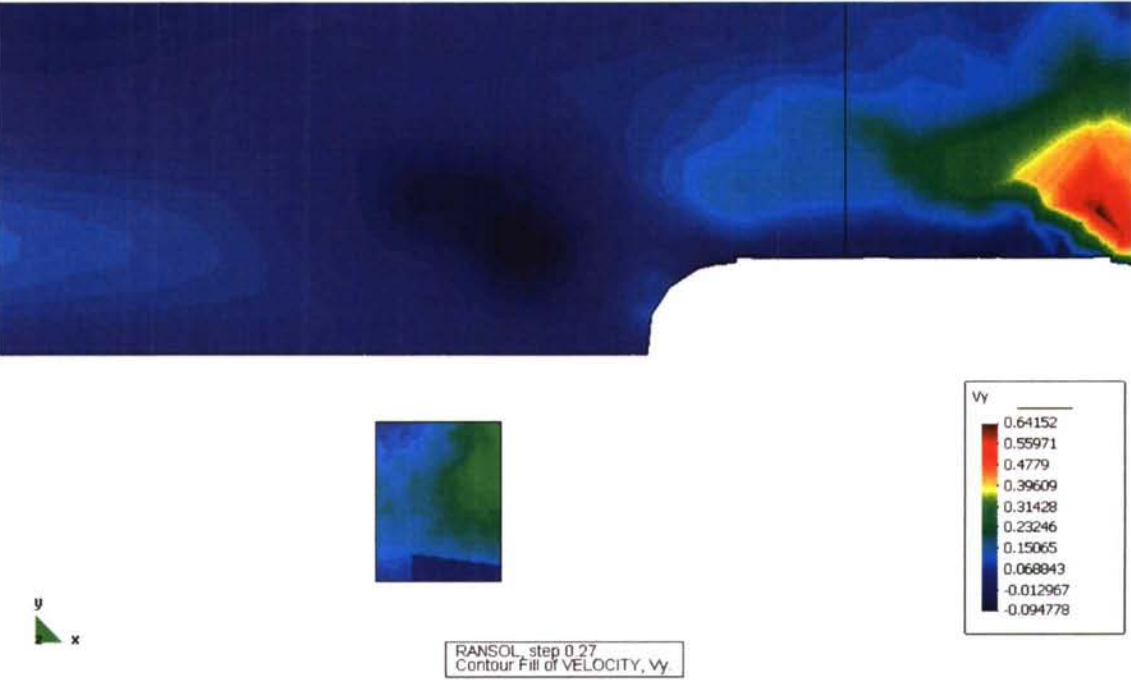




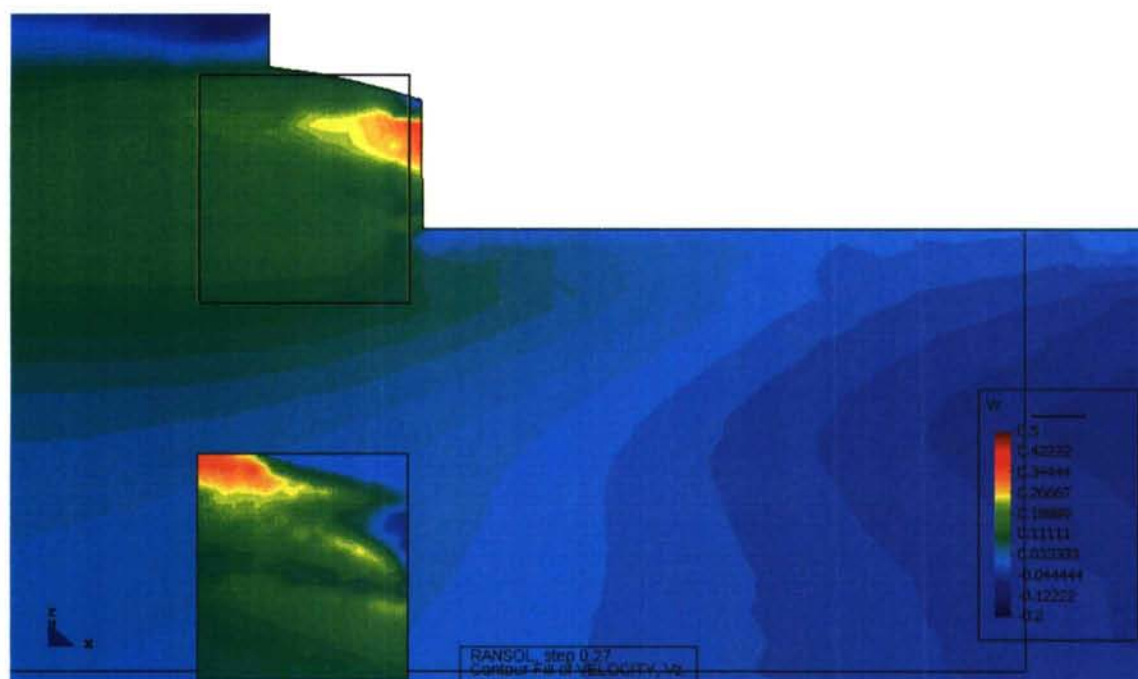
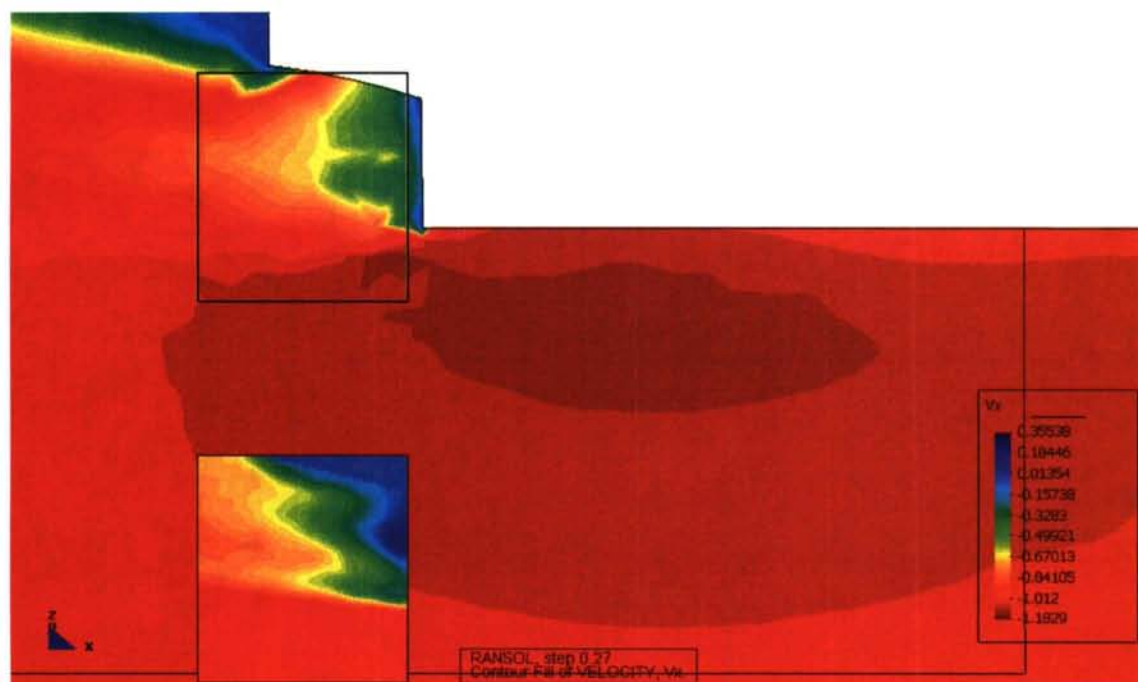


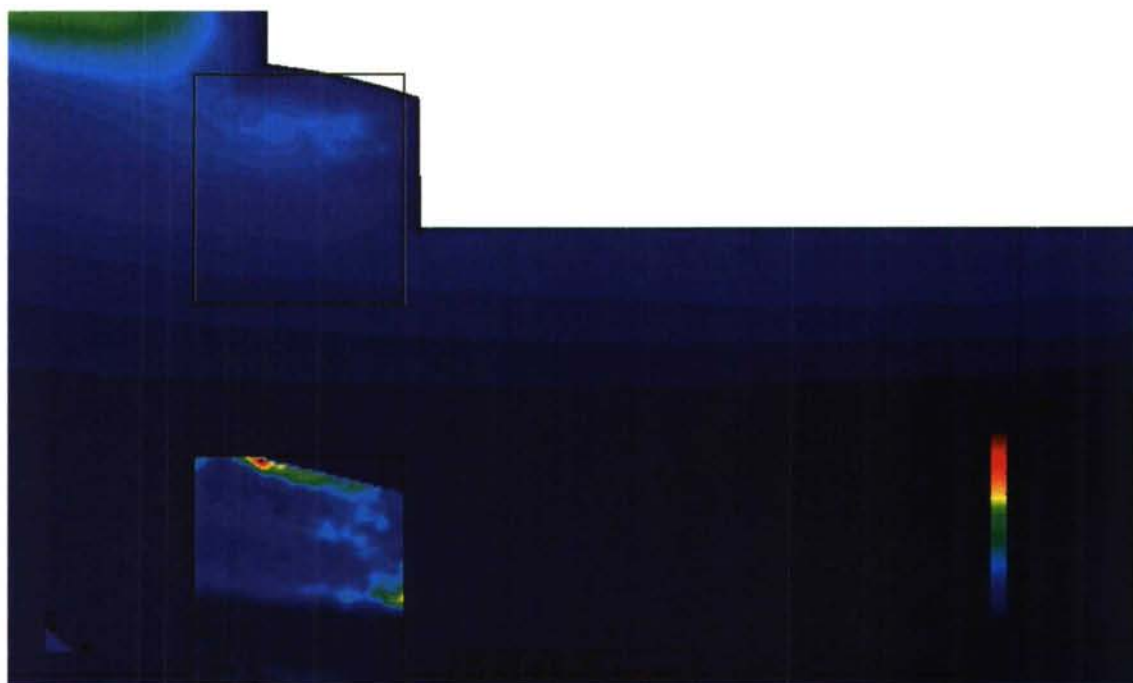
## CORTE 2





## CORTE 3







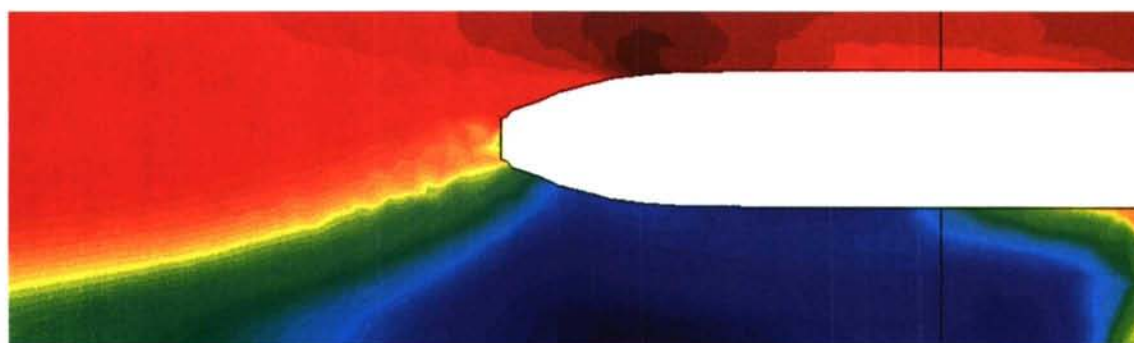
**Caso 2**

Se mantiene la malla, con la misma ley de pared que en el caso anterior. En este caso se liberan las condiciones de contorno de los nodos de las aristas de desprendimiento. Los parámetros de turbulencia fijan en:

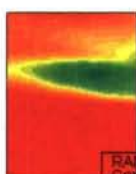
$$2.5e-8 < k < 233.66$$

$$4.5e-5 < \varepsilon < 35561$$

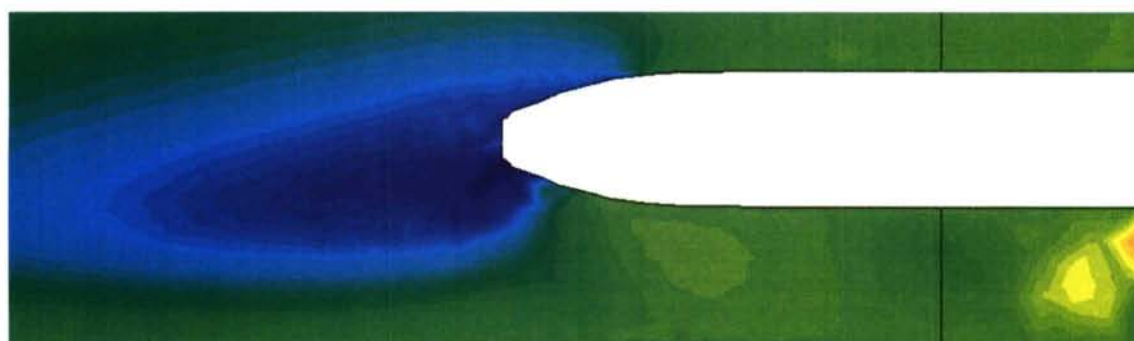
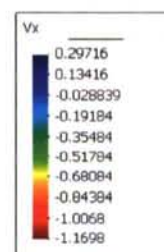
$$1.8e-8 < \nu_T < 0.16068$$

**CORTE 1**

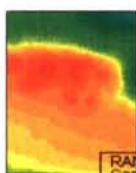
y  
x



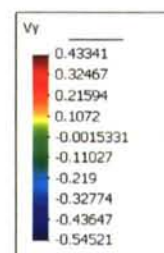
RANSOL, step 0.27  
Contour Fill of VELOCITY, Vx.

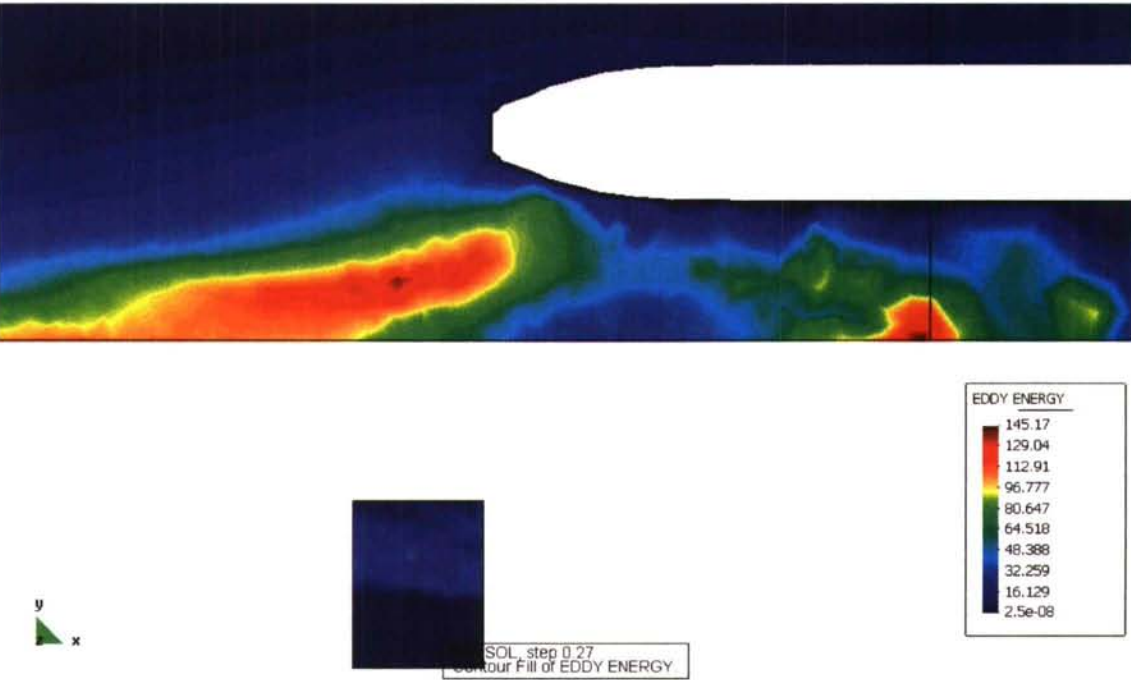


y  
x

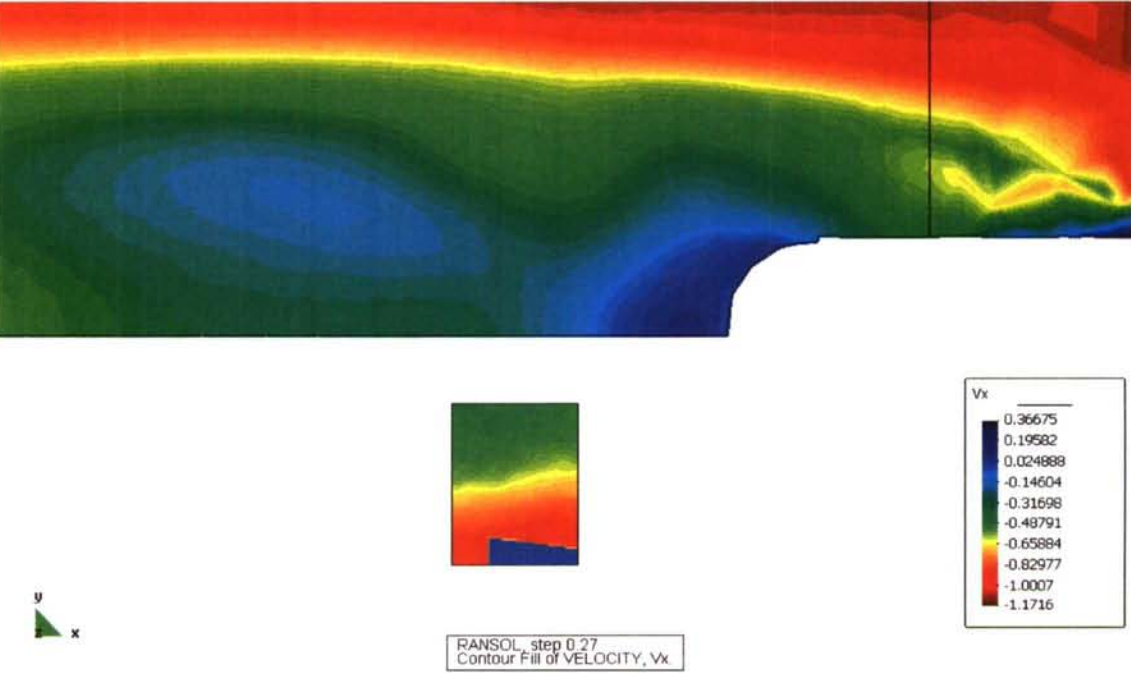


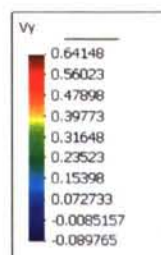
RANSOL, step 0.27  
Contour Fill of VELOCITY, Vy.





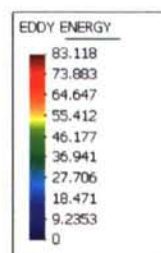
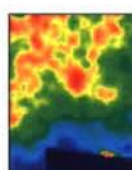
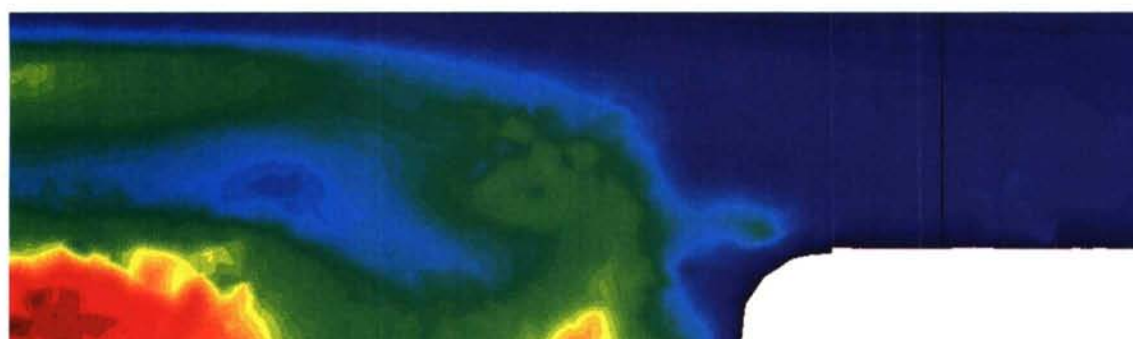
CORTE 2





y  
x

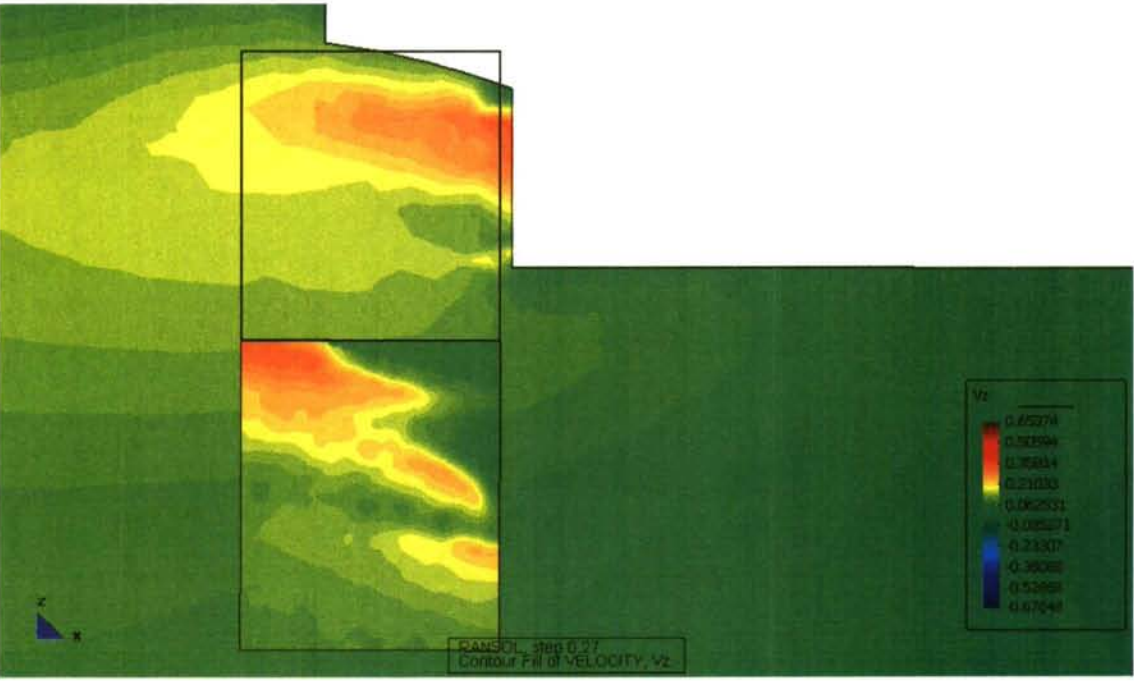
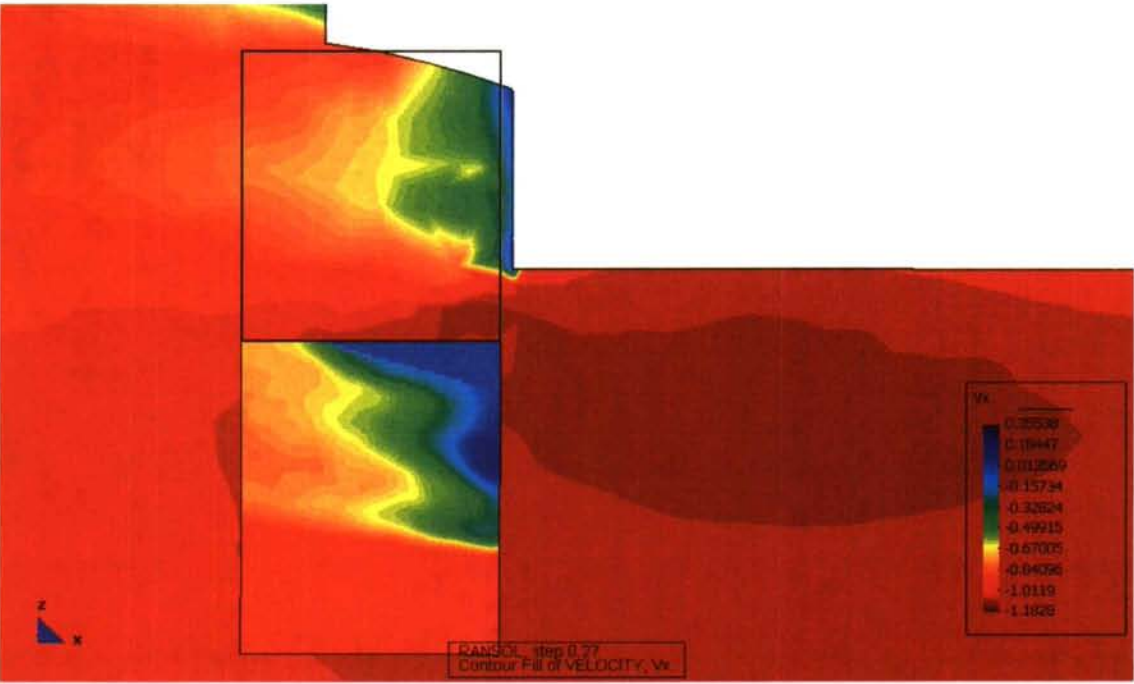
RANSOL, step 0.27  
Contour Fill of VELOCITY, vy



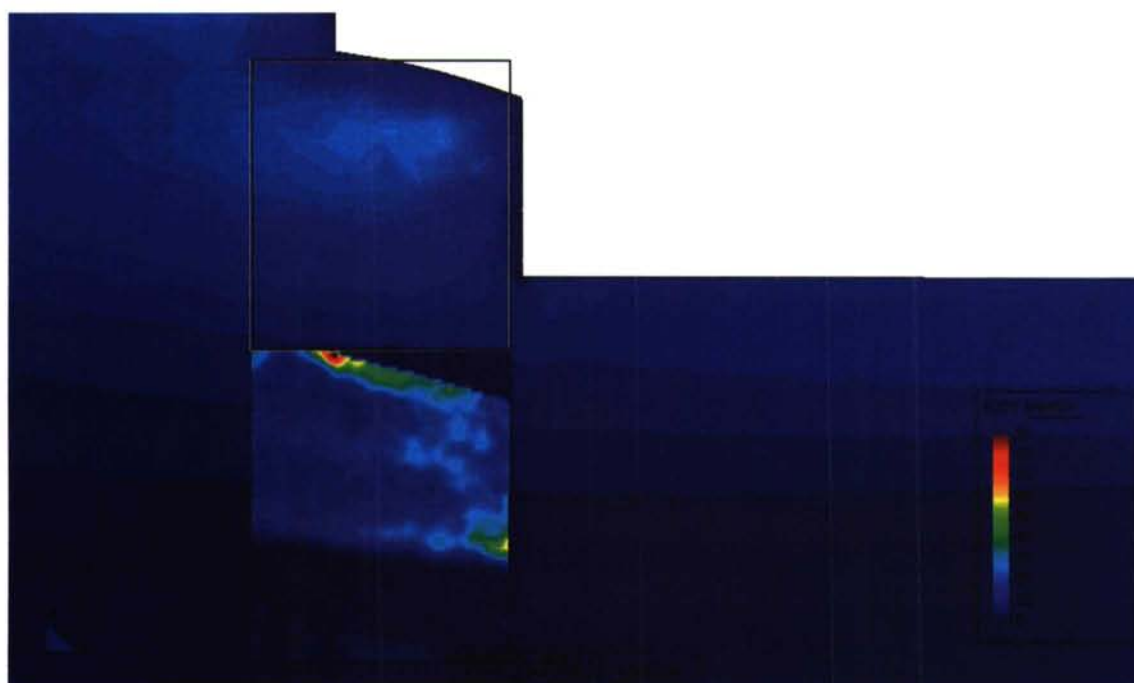
y  
x

RANSOL, step 0.27  
Contour Fill of EDDY ENERGY

CORTE 3







**Caso 3**

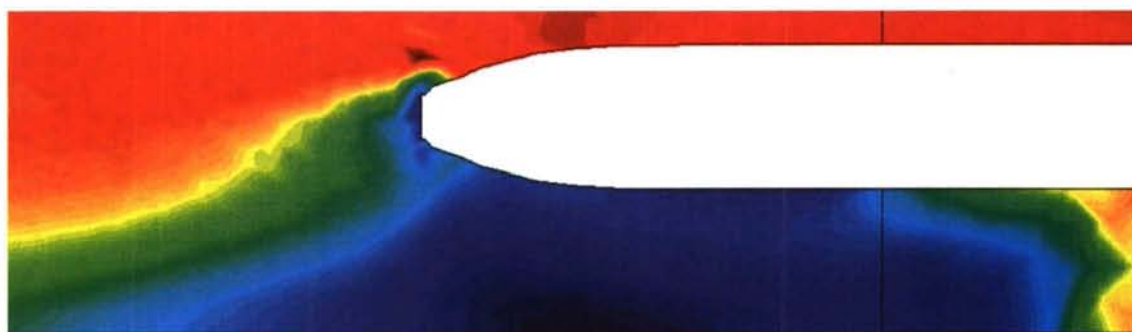
La ley de pared seleccionada es la “Delta”. El espesor de capa límite es de 8 mm. y los parámetros de turbulencia fijan en:

$$2.5e-8 < k < 116.83$$

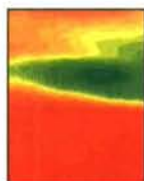
$$4.5e-4 < \varepsilon < 17953$$

$$1.8e-8 < \nu_T < 0.080339$$

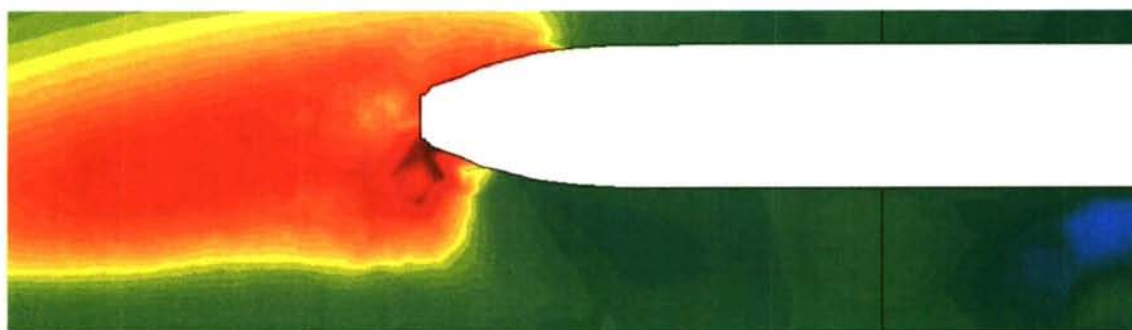
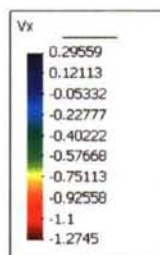
CORTE 1



y  
x



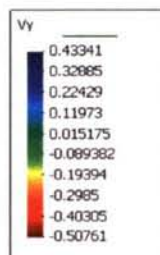
RANSOL, step 0.27  
Contour Fill of VELOCITY, Vx.

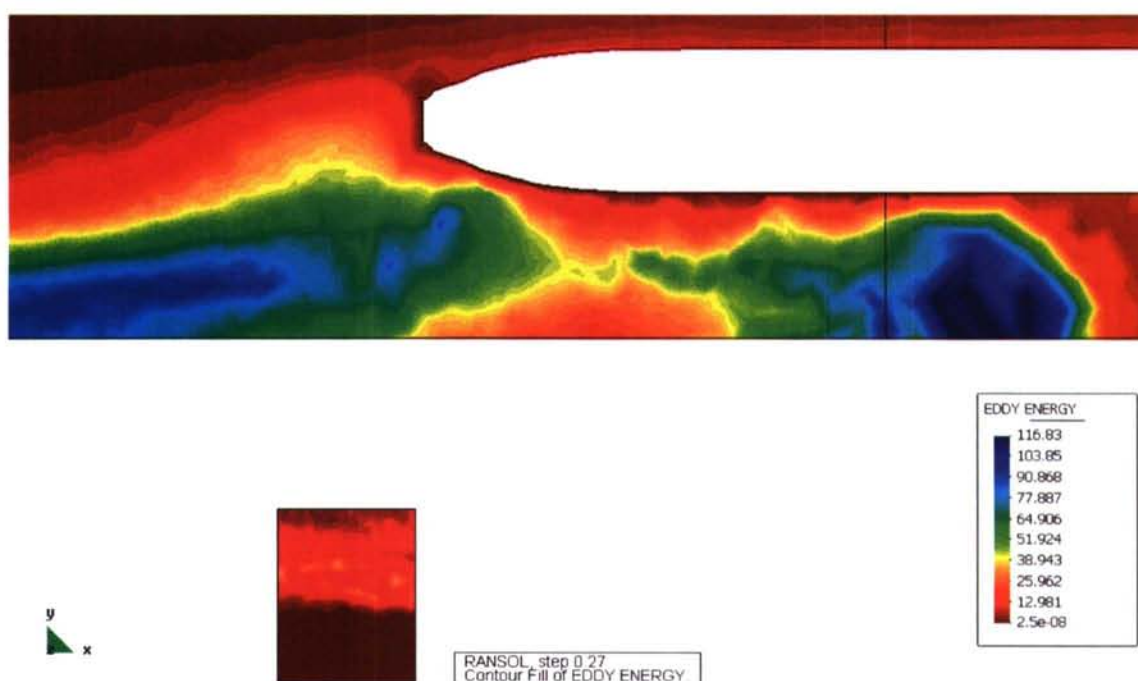


y  
x

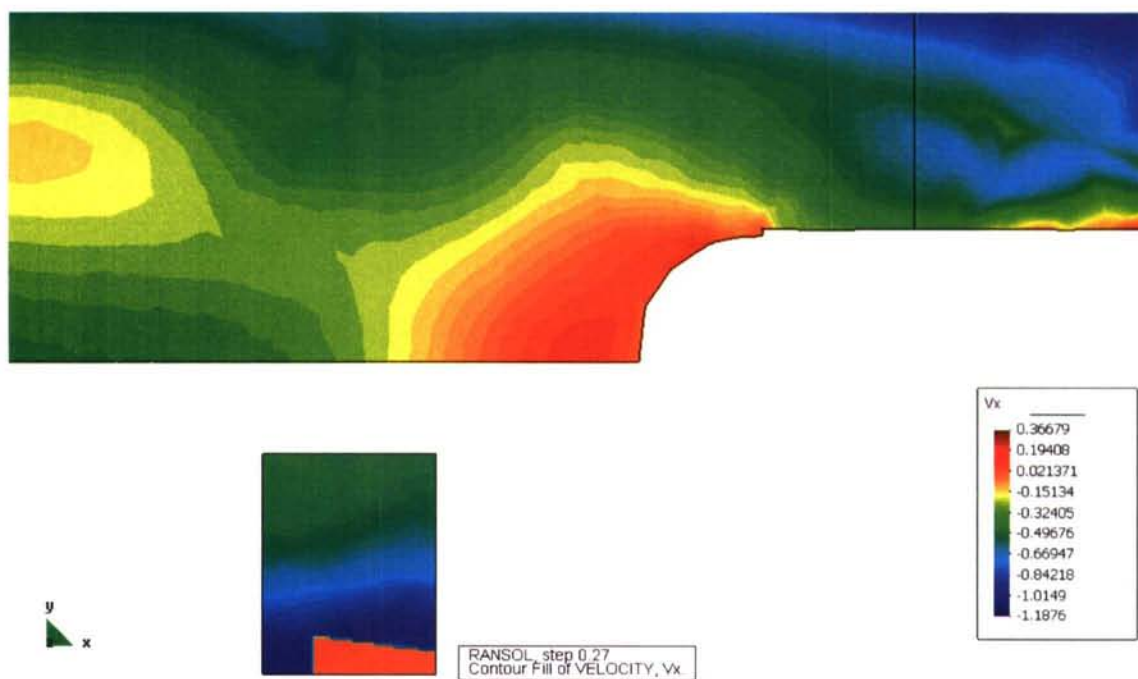


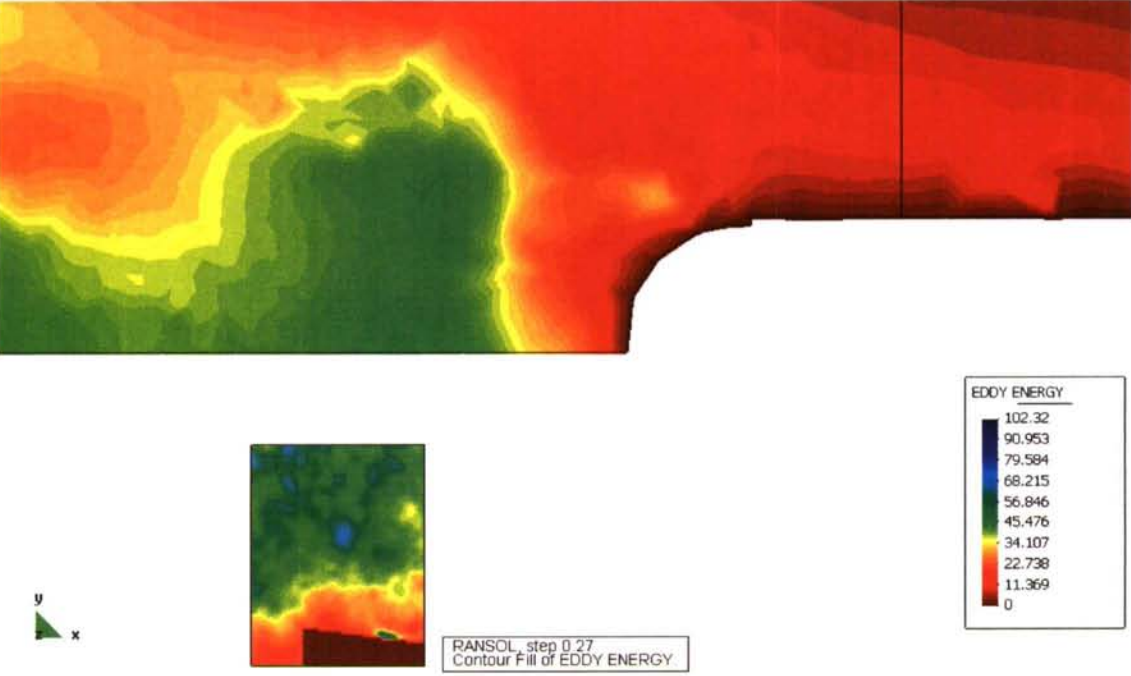
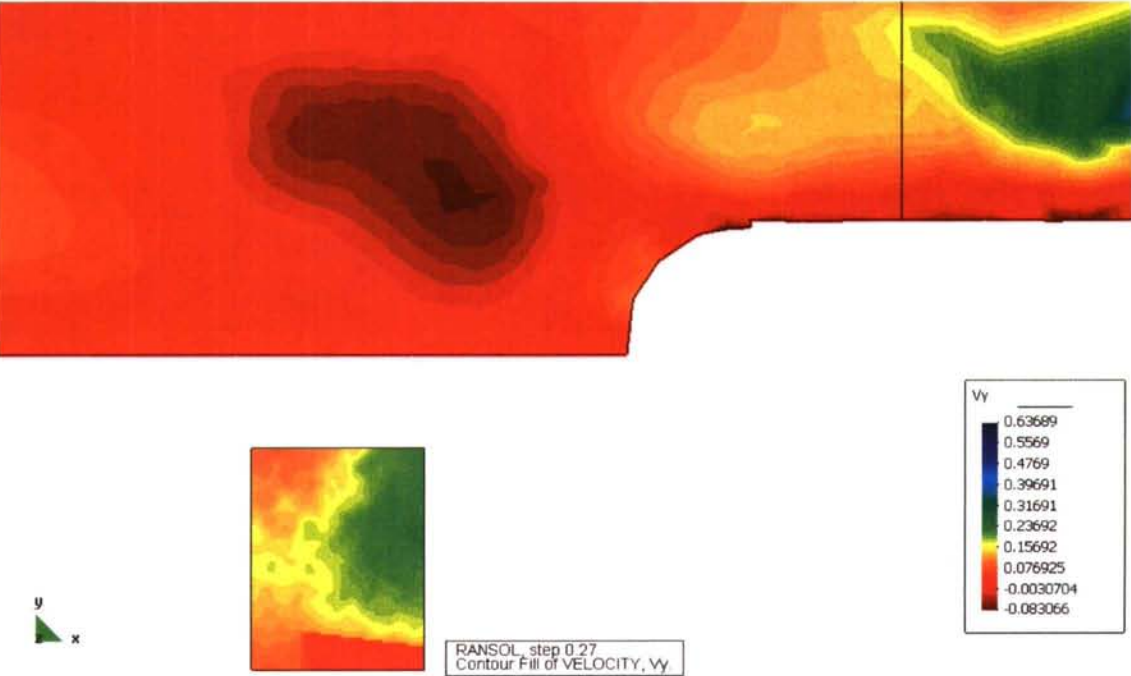
RANSOL, step 0.27  
Contour Fill of VELOCITY, Vy.





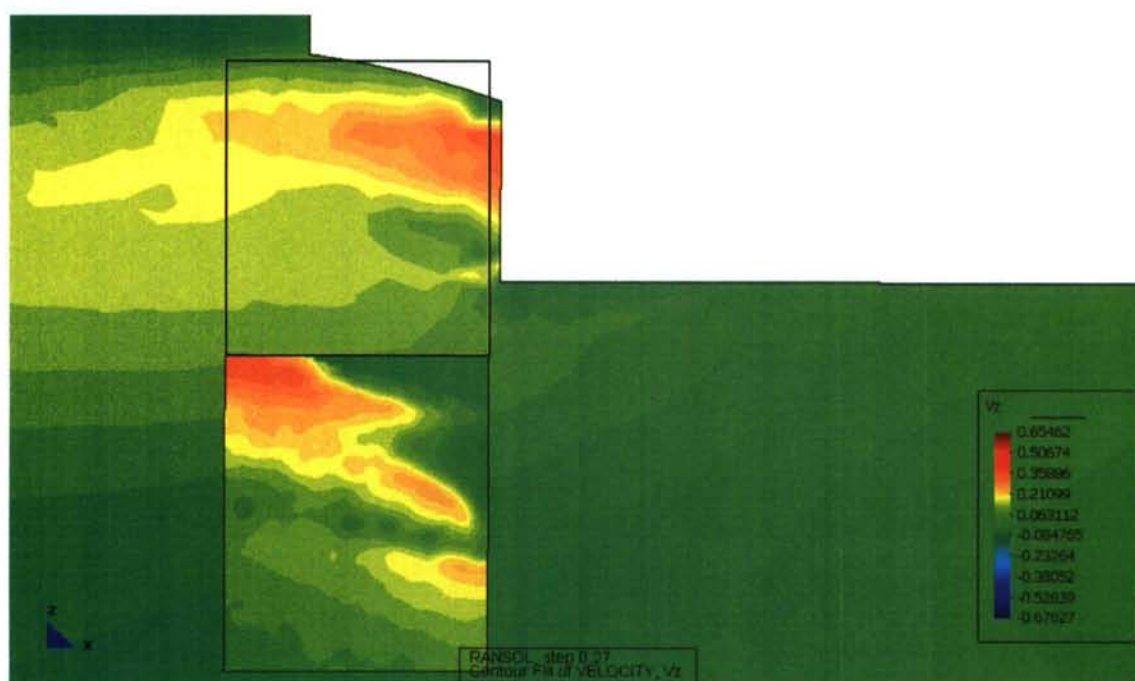
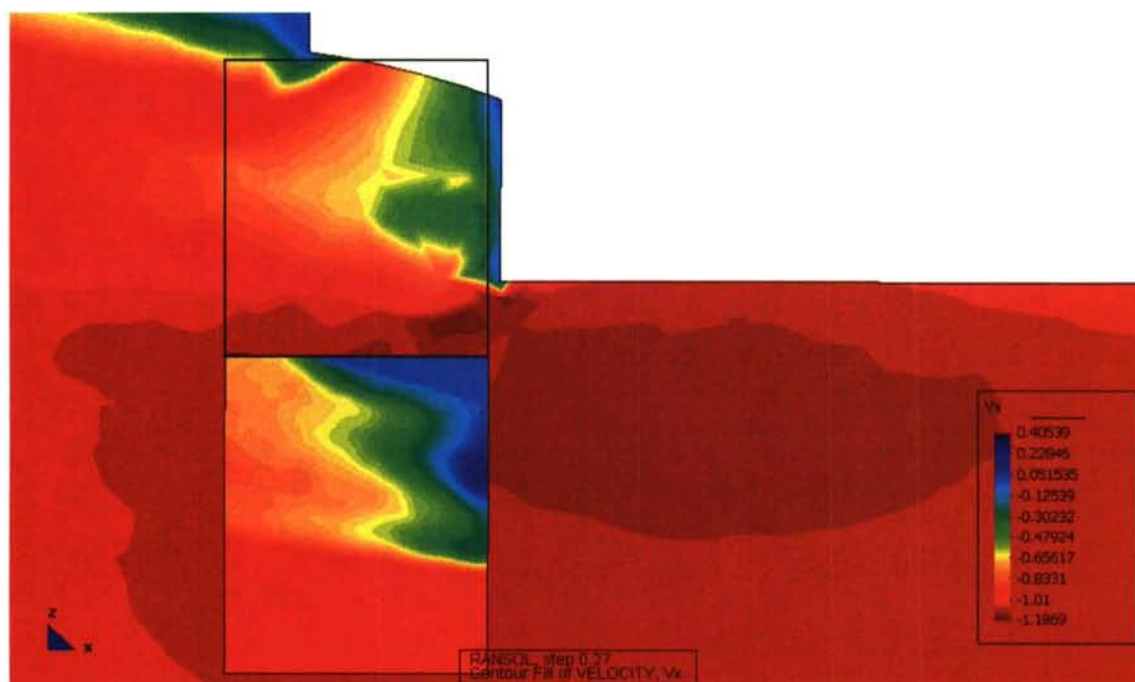
## CORTE 2

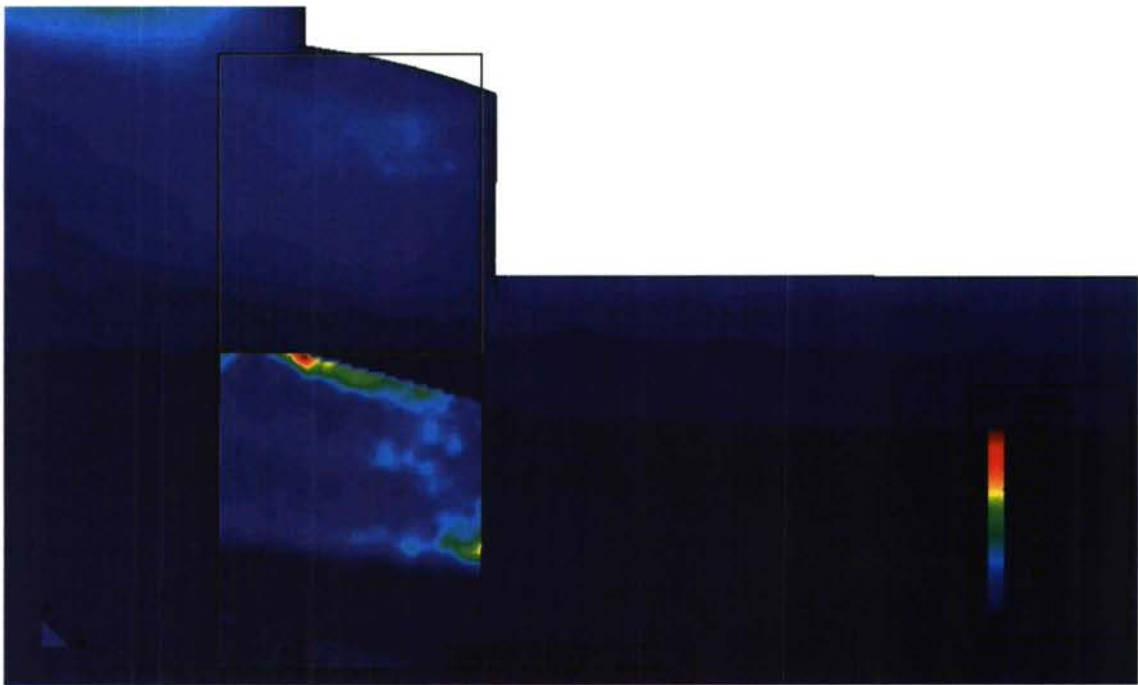






## CORTE 3





**Caso 4**

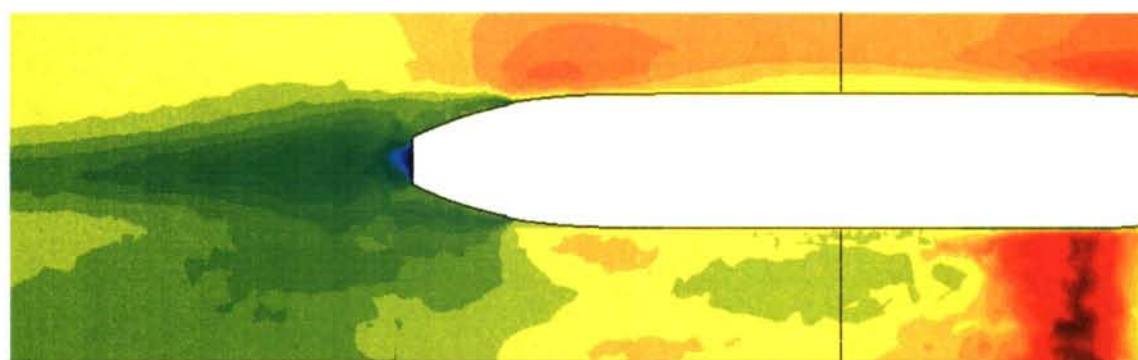
La malla cambia. Pasa a ser de 133624 nodos. El cambio se produce al disminuir el tamaño de malla en el casco hasta 4 mm.

Por el resto, el espesor de capa límite es de 10 mm. Los nodos de aristas de desprendimiento se liberan de las condiciones de contorno y los parámetros de turbulencia fijan en:

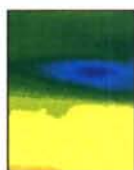
$$2.5e-8 < k < 116.83$$

$$4.5e-7 < \varepsilon < 17953$$

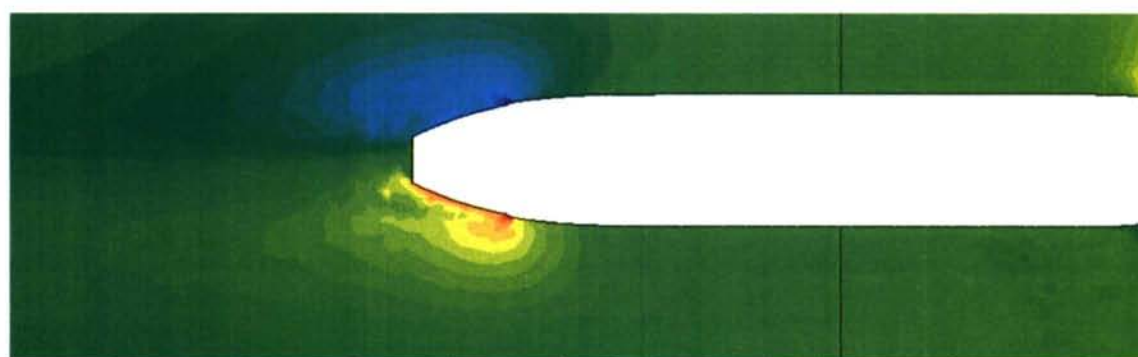
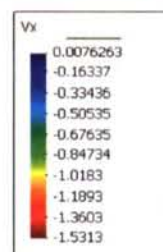
$$1.8e-8 < \nu_t < 0.080472$$

**CORTE 1**

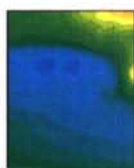
y  
x



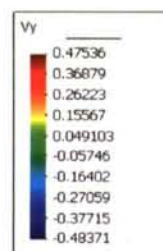
RANSOL, step 0.09  
Contour Fill of VELOCITY, Vx.

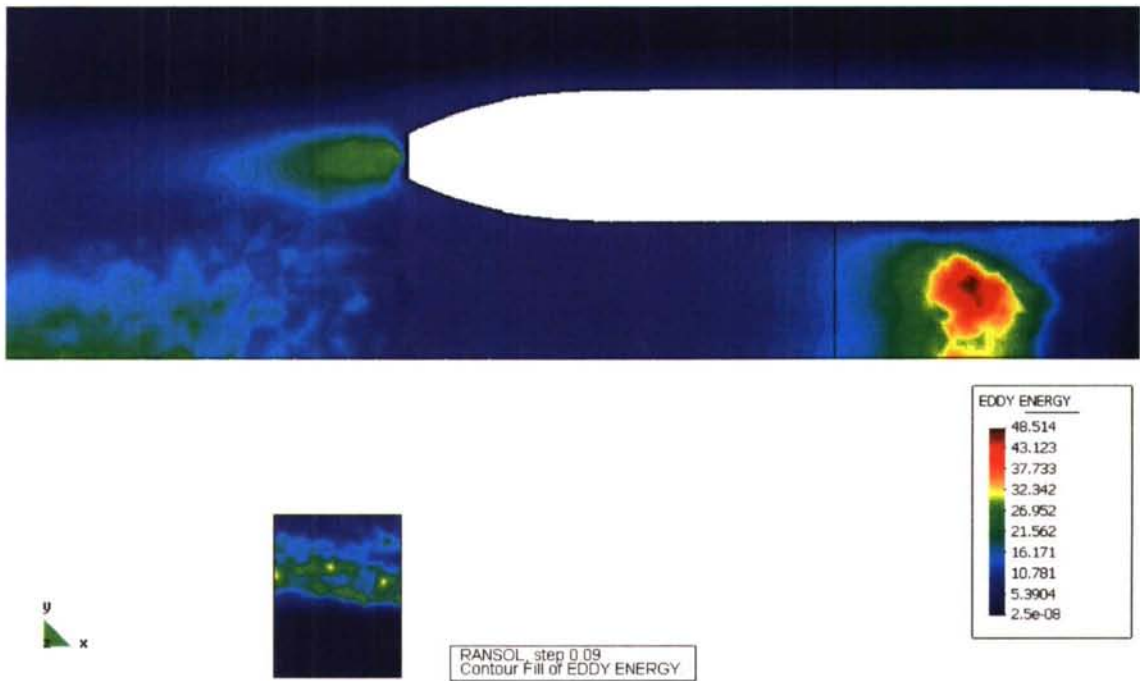


y  
x

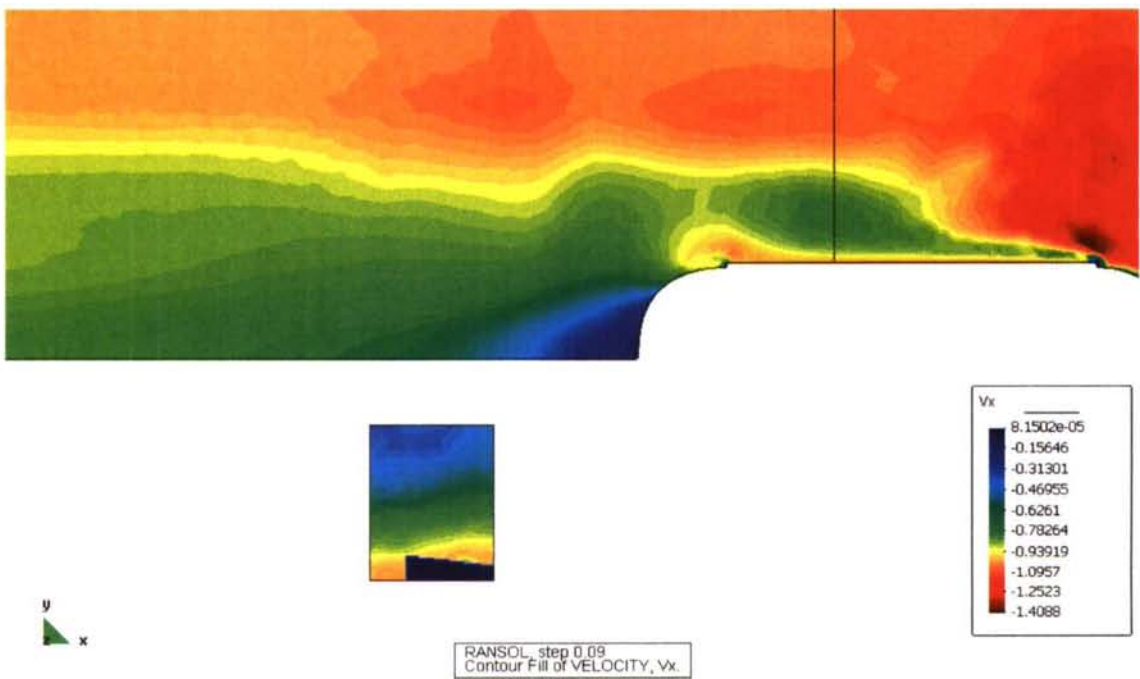


RANSOL, step 0.09  
Contour Fill of VELOCITY, Vy.

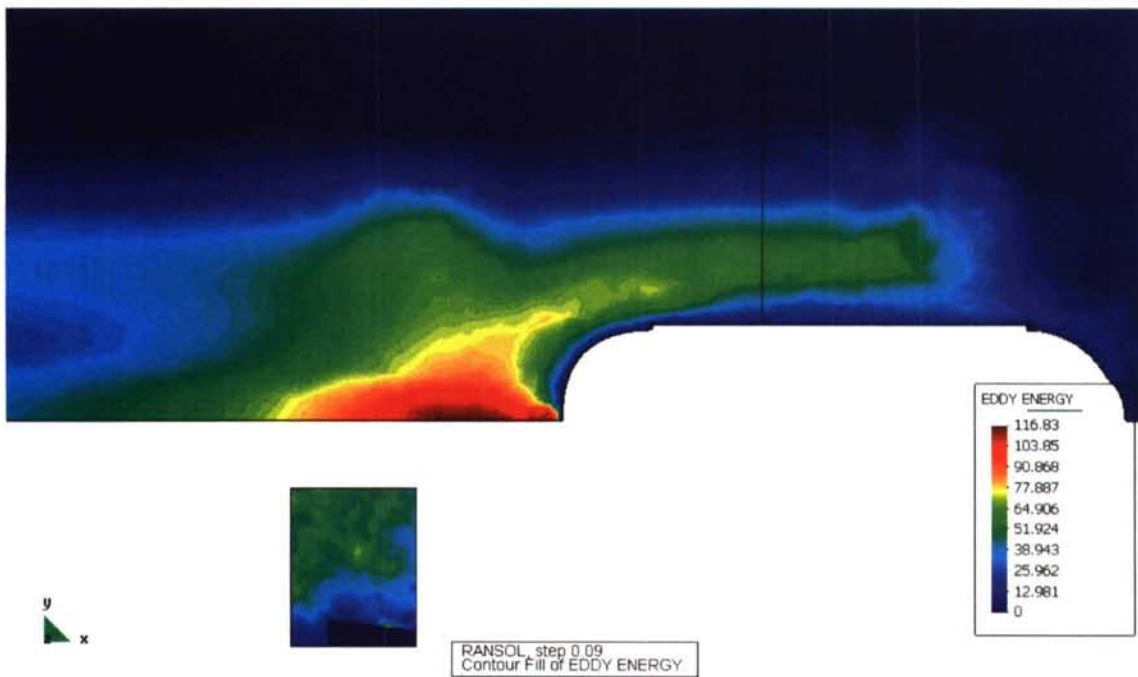
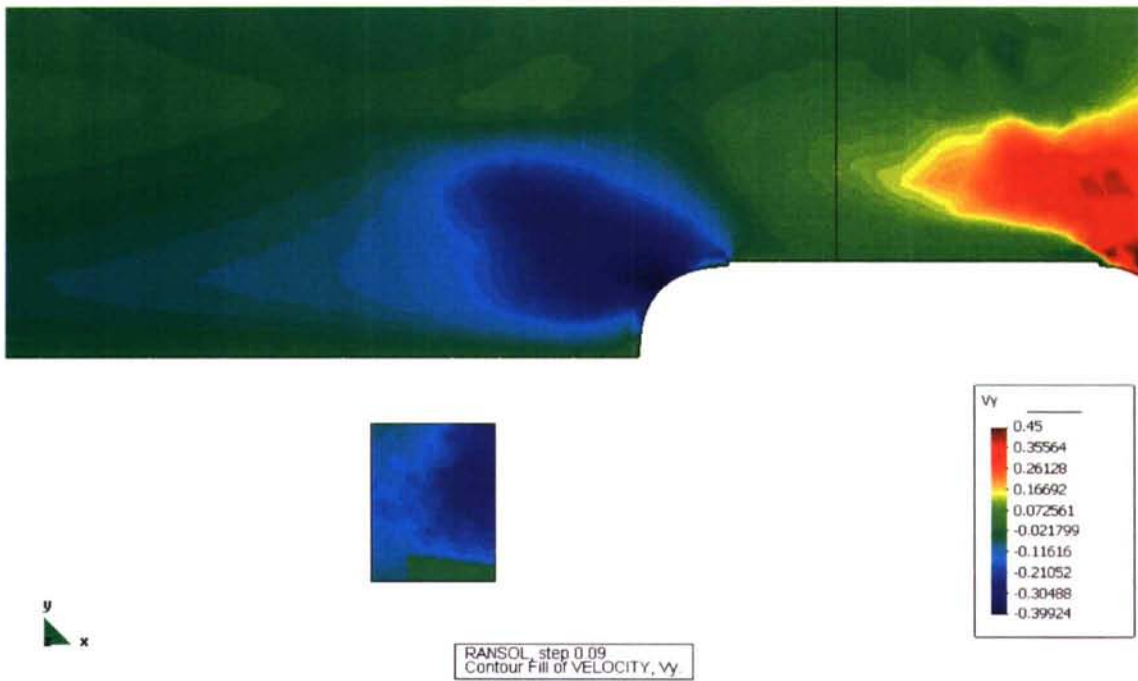




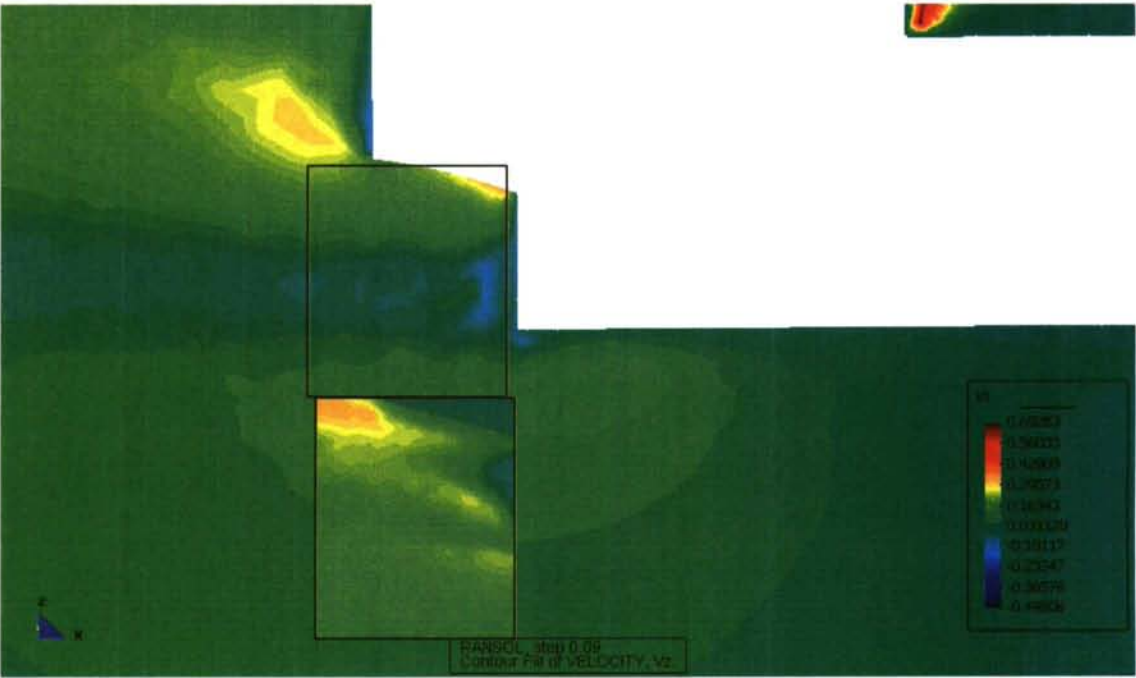
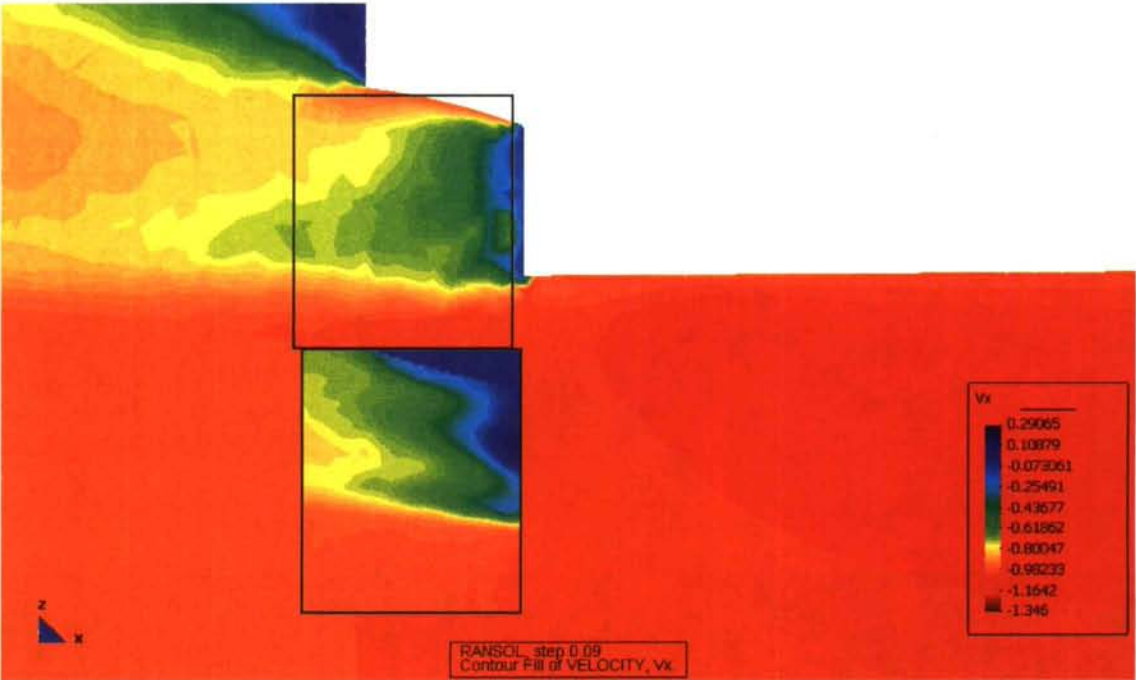
CORTE 2

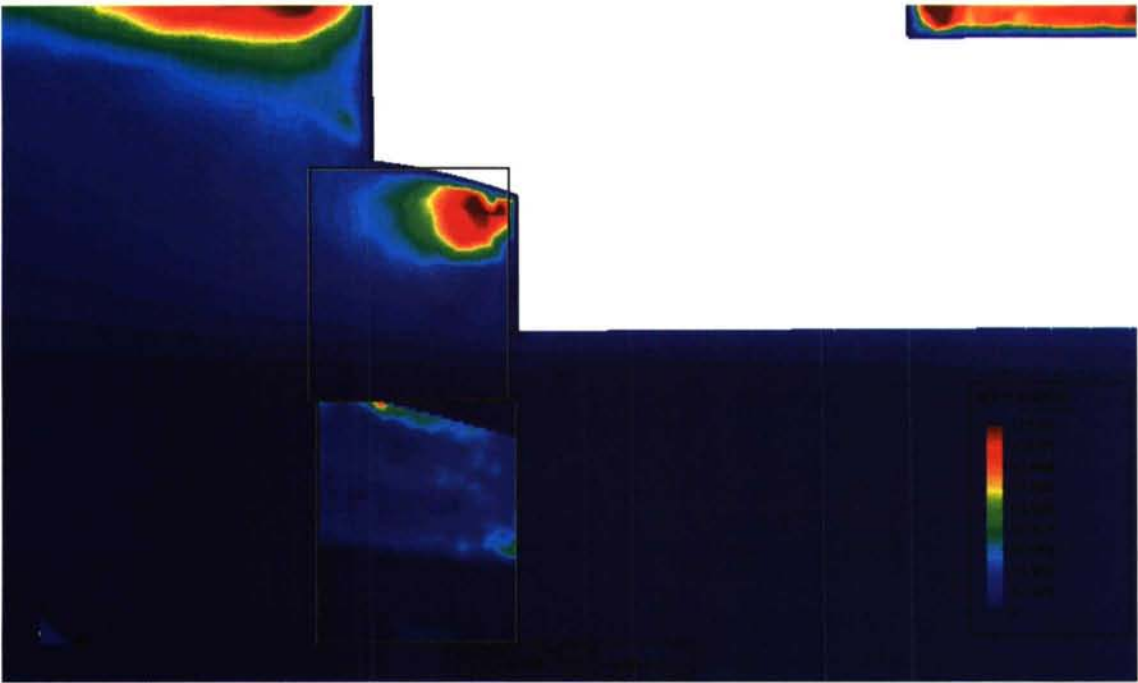






CORTE 3





**Caso 5**

Misma ley de pared que en el caso anterior.

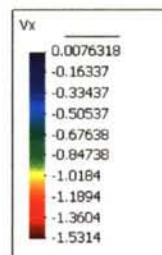
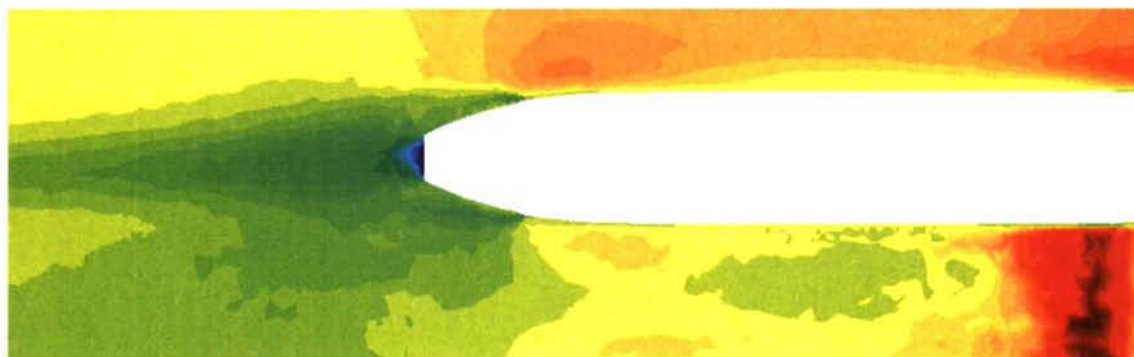
Los parámetros de turbulencia fijan en:

$$2.5e-8 < k < 116.83$$

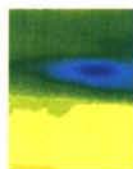
$$4.5e-7 < \varepsilon < 17953$$

$$1.8e-6 < \nu_T < 0.080472$$

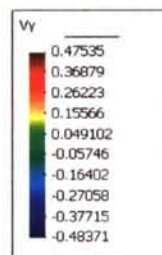
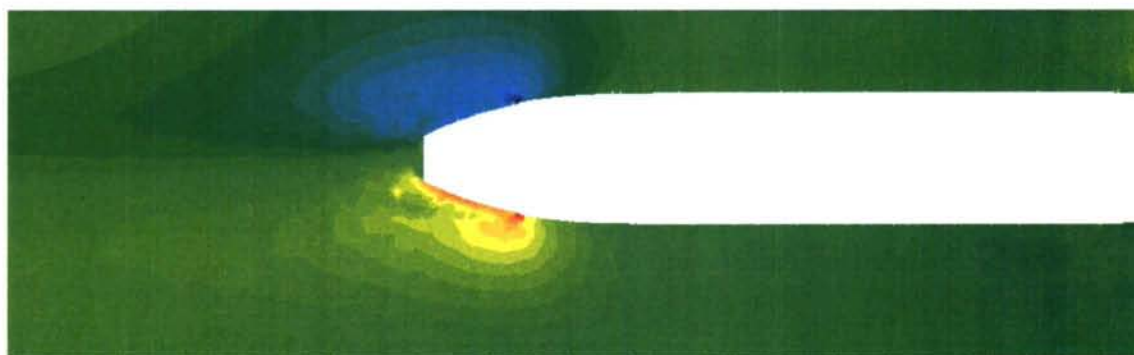
CORTE 1



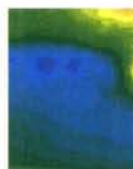
y  
x



RANSOL\_step 0.11  
Contour Fill of VELOCITY, Vx

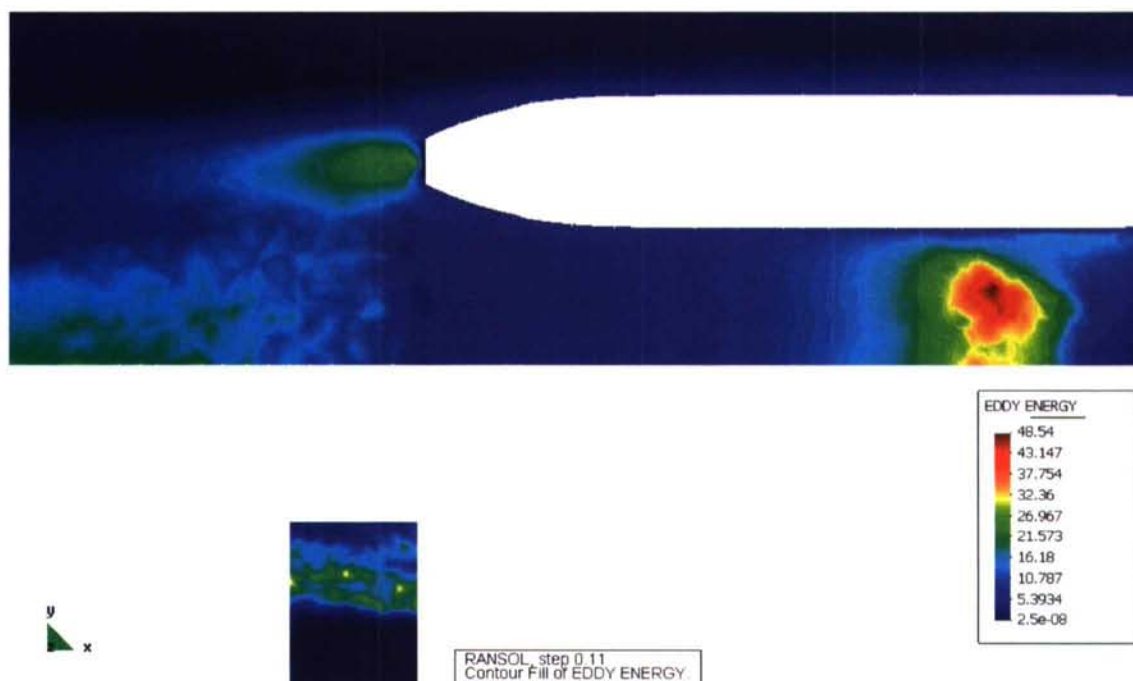


y  
x

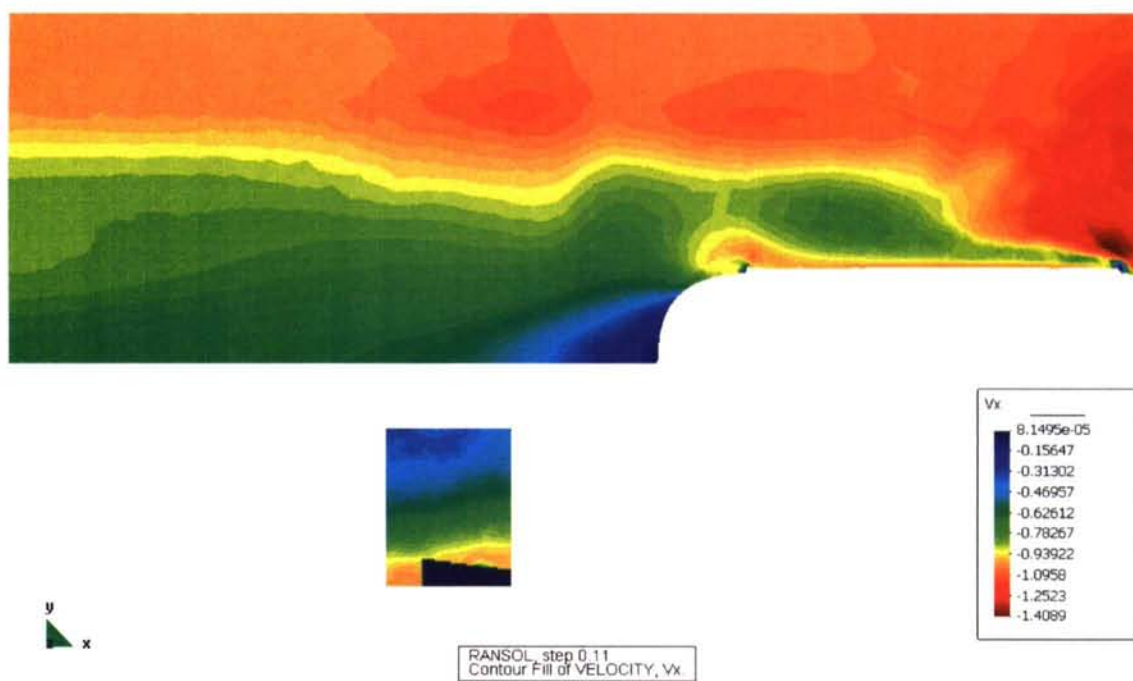


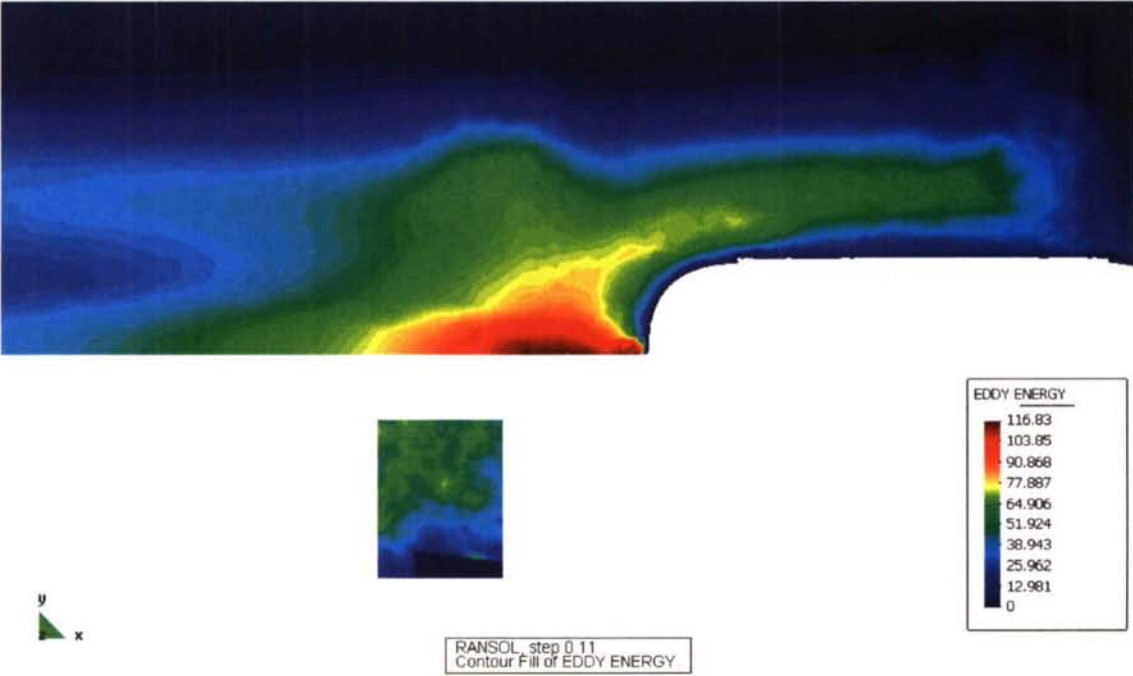
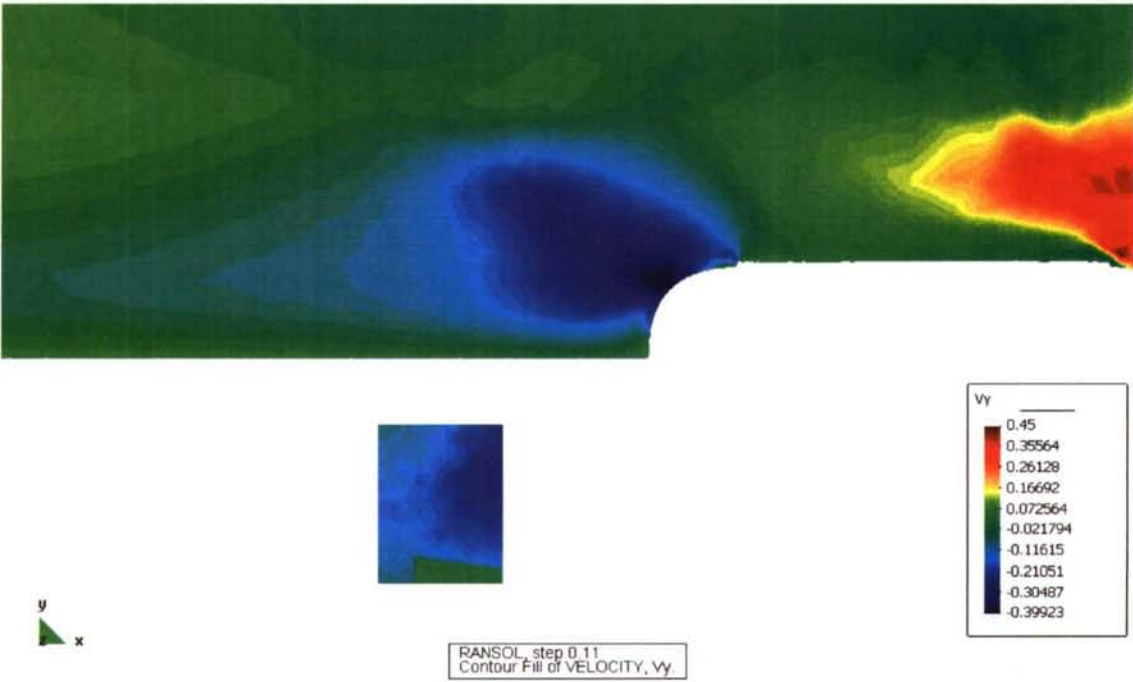
RANSOL\_step 0.11  
Contour Fill of VELOCITY, Vy



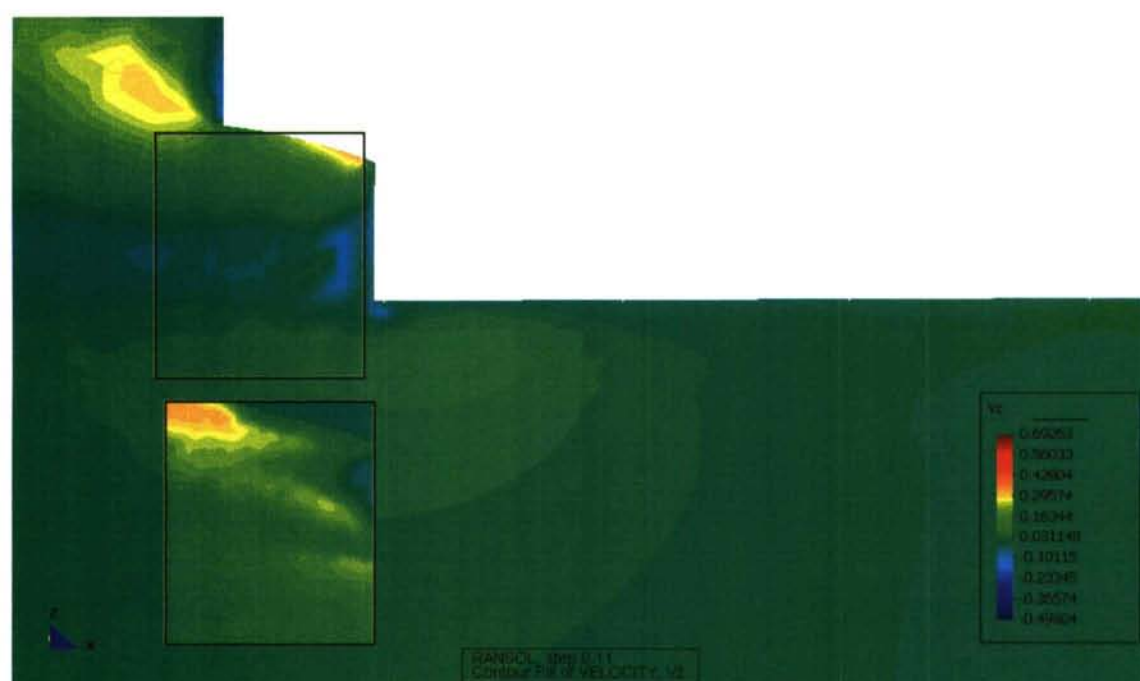
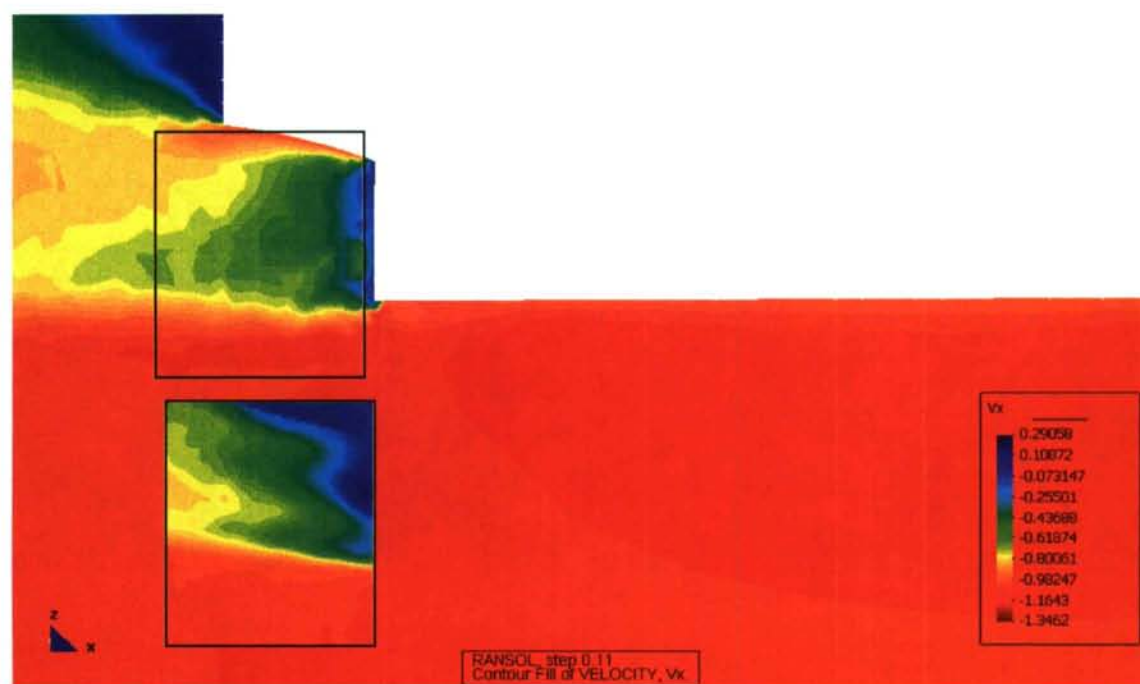


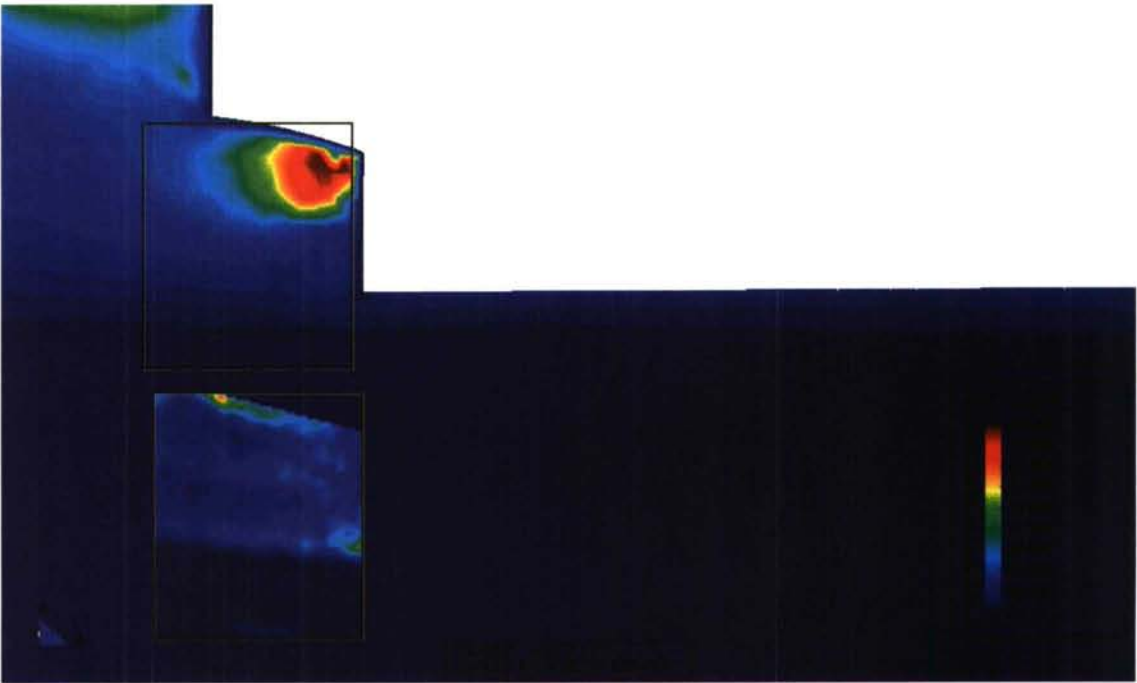
## CORTE 2





## CORTE 3







**Caso 6**

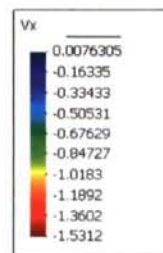
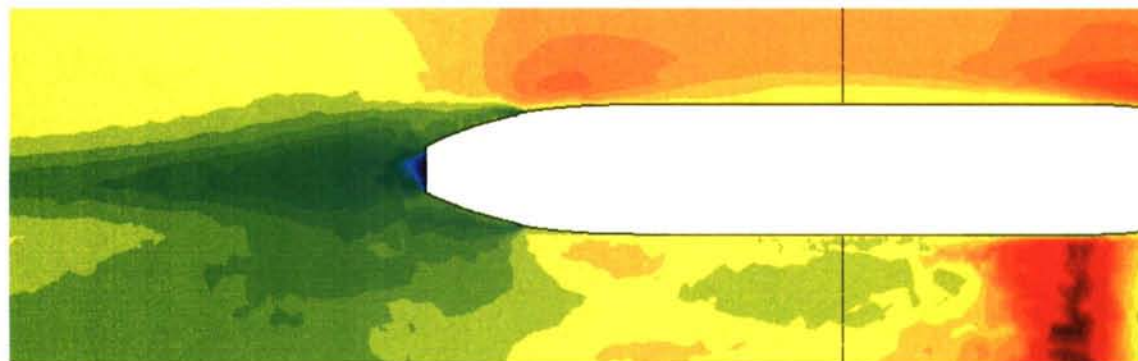
Claramente hay que tratar de cambiar esos picos de turbulencia que salen en la estela en torno al máximo permitido. Se subirá el máximo permitido de la  $\nu_T$ .

Los parámetros de turbulencia fijan en:

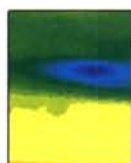
$$2.5e-8 < k < 116.83$$

$$4.5e-7 < \varepsilon < 17953$$

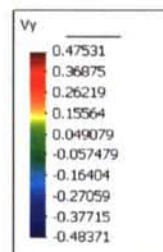
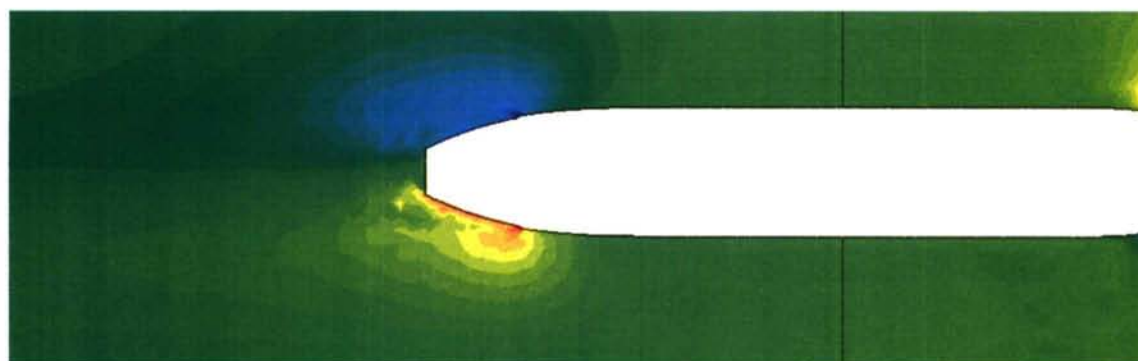
$$1.8e-6 < \nu_T < 0.80472$$

**CORTE 1**

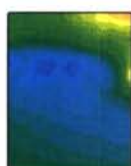
y  
x



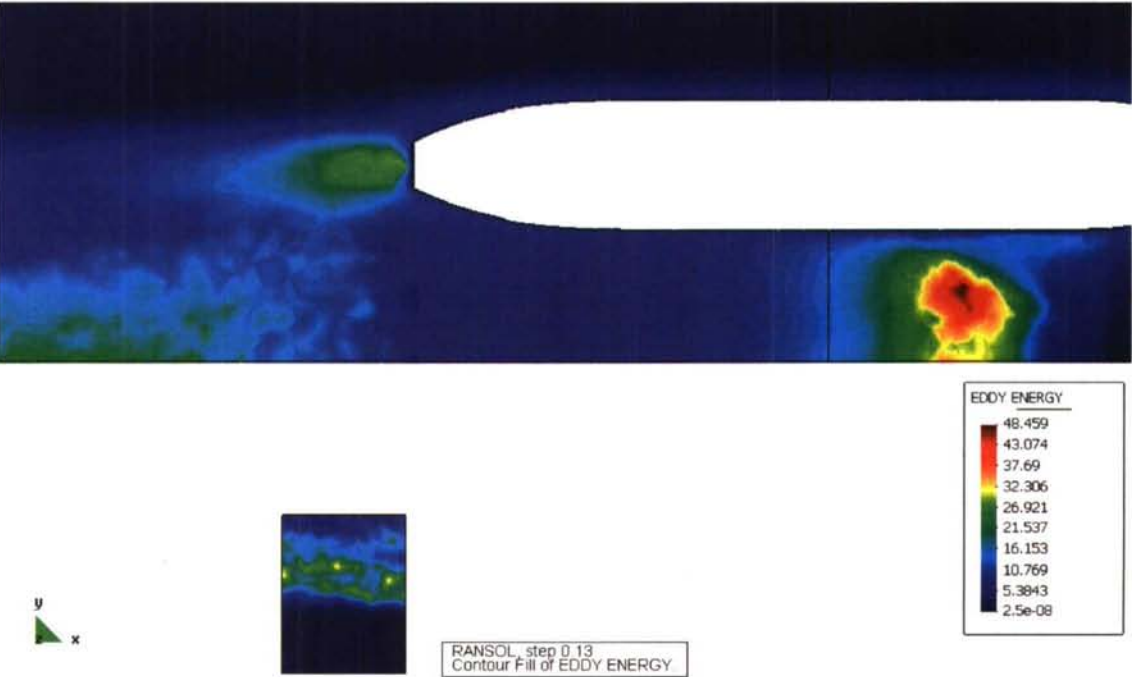
RANSOL, step 0.13  
Contour Fill of VELOCITY, Vx



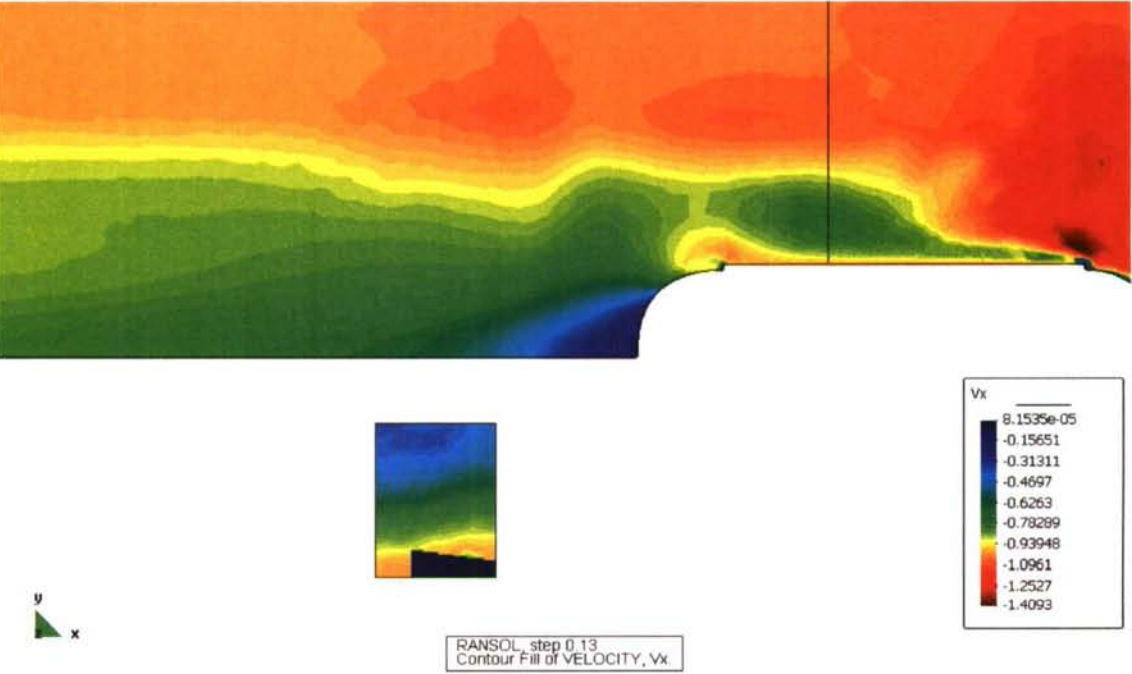
y  
x

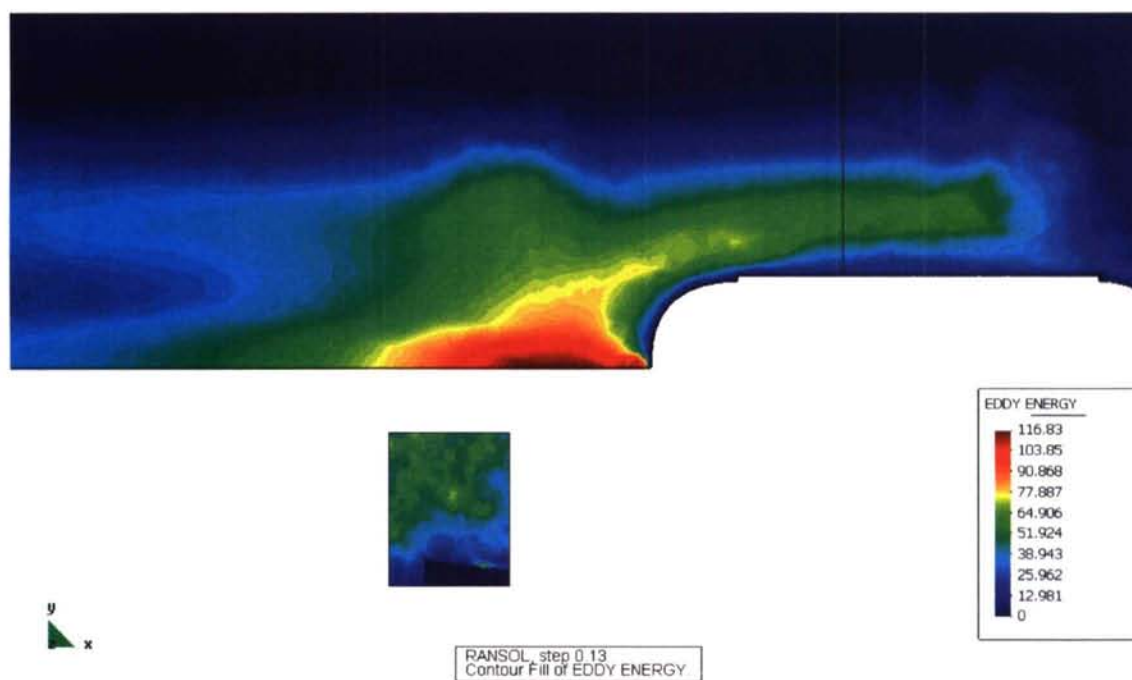
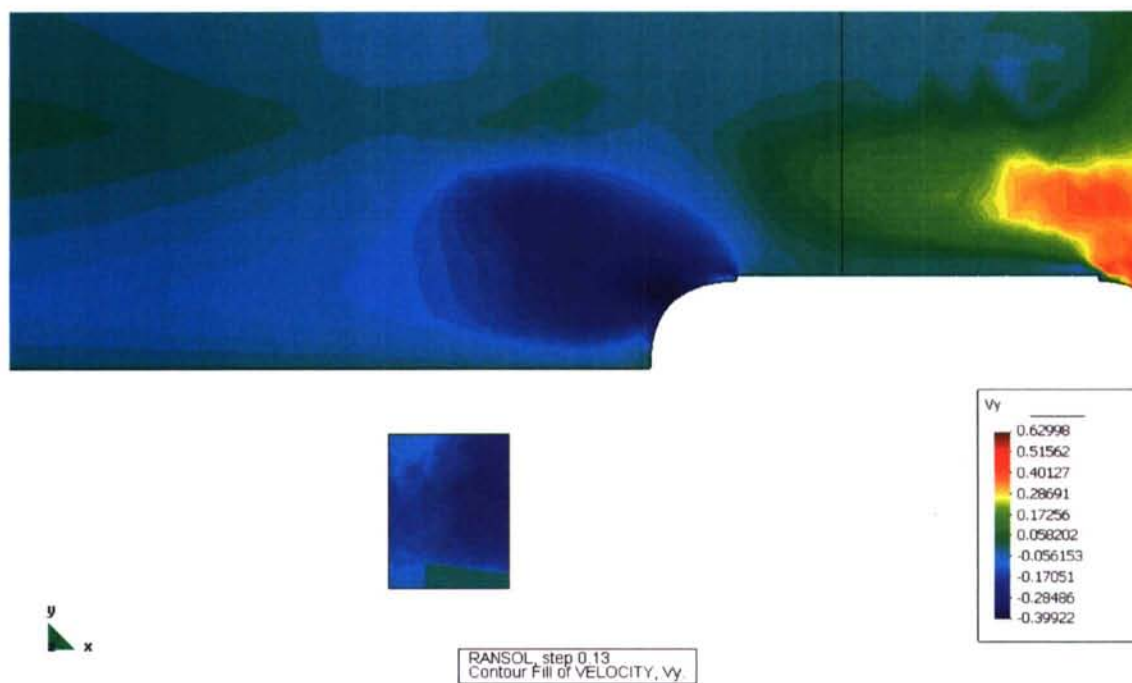


RANSOL, step 0.13  
Contour Fill of VELOCITY, Vy

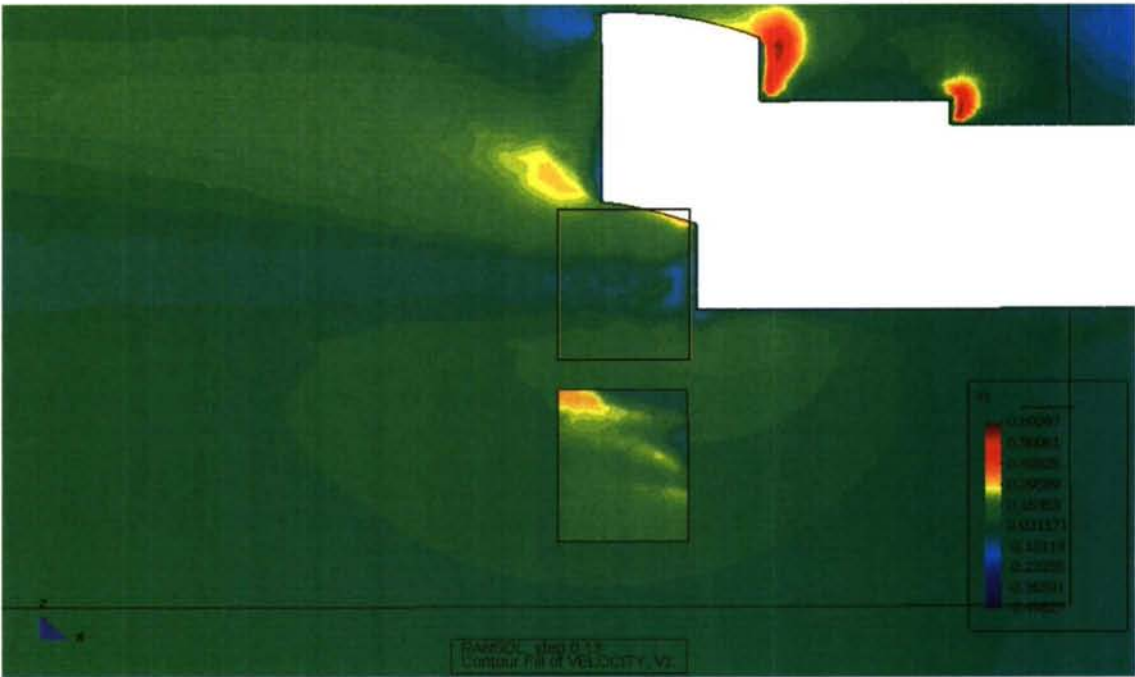
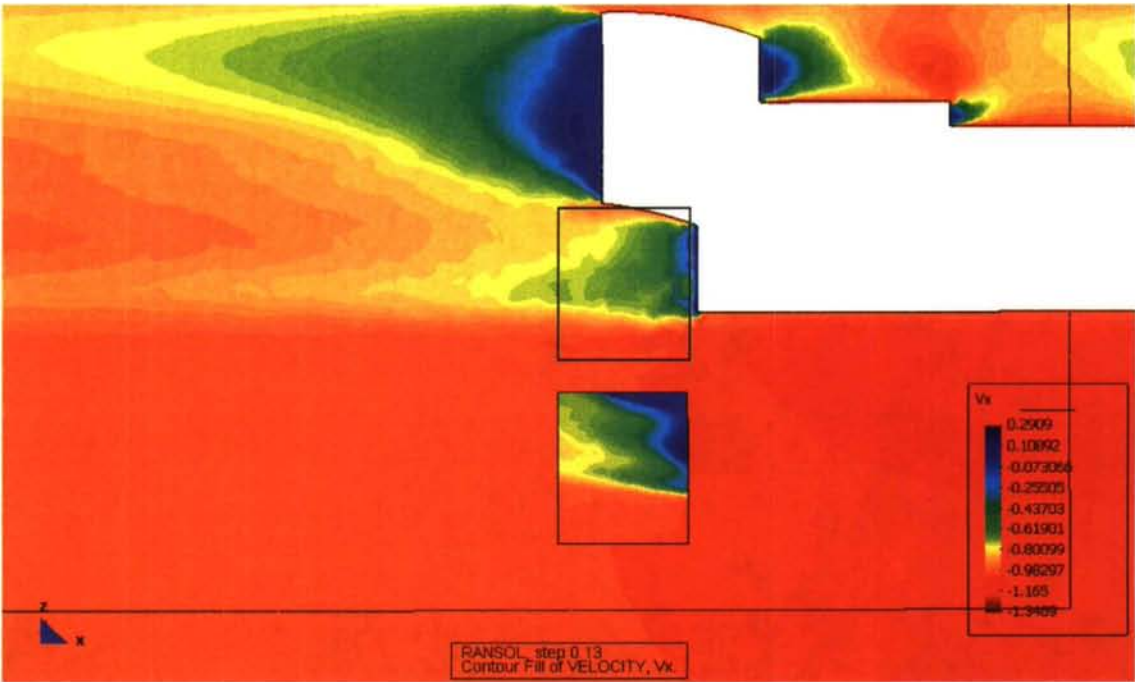


CORTE 2

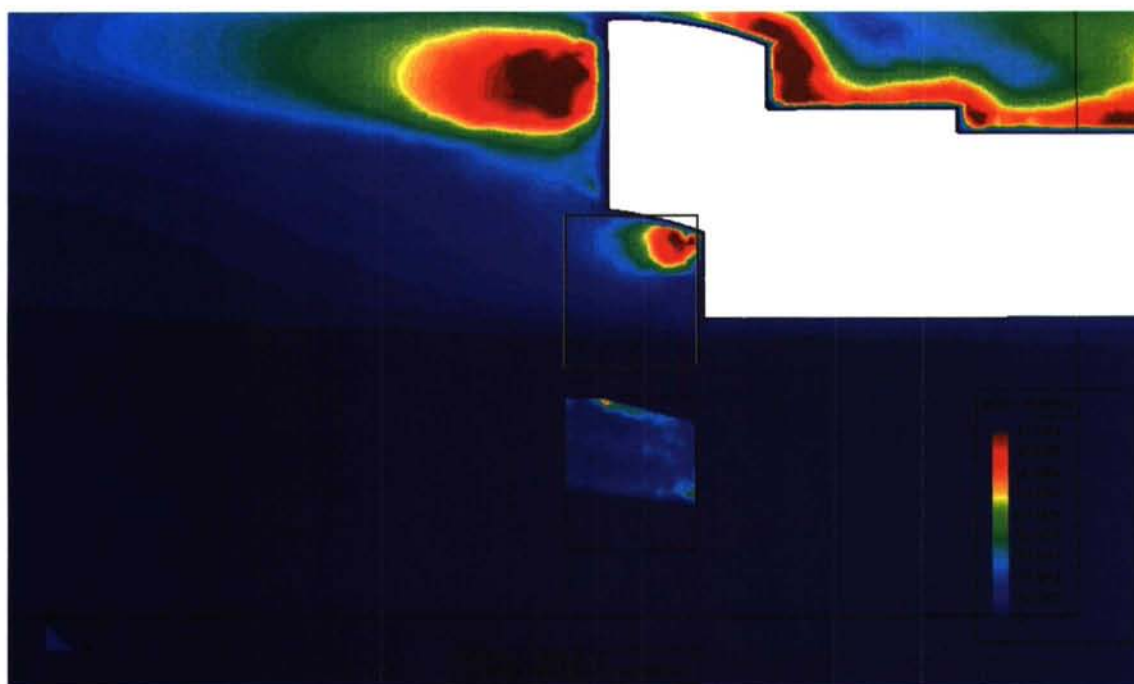




CORTE 3







Caso 7

Perduran los picos de turbulencia que salen en la estela en torno al máximo permitido. Se subirá el máximo permitido de  $\varepsilon$ . Como la  $\nu_T$  no ha tenido un efecto determinante se bajará un poco el máximo permitido de esta variable.

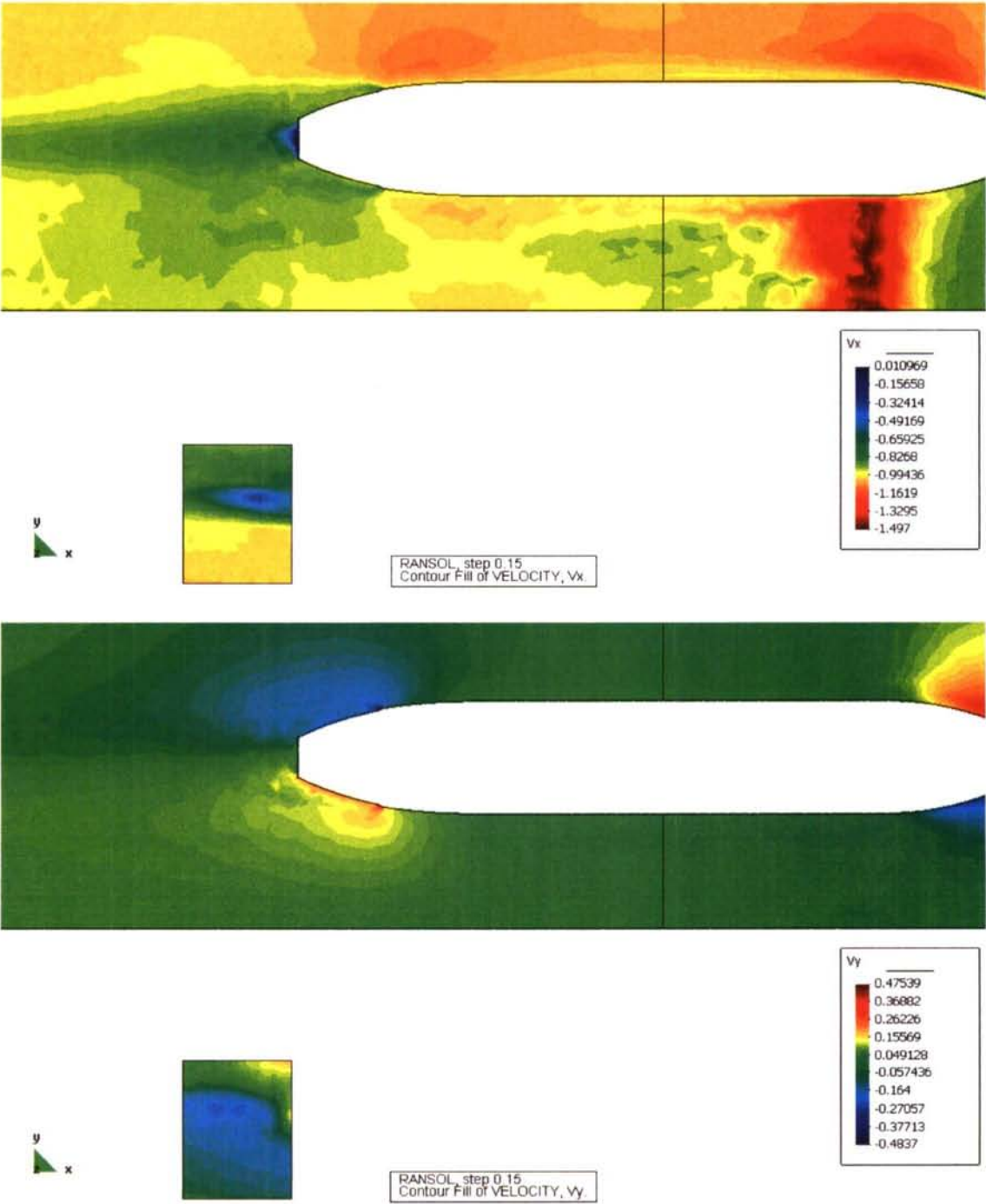
Los parámetros de turbulencia fijan en:

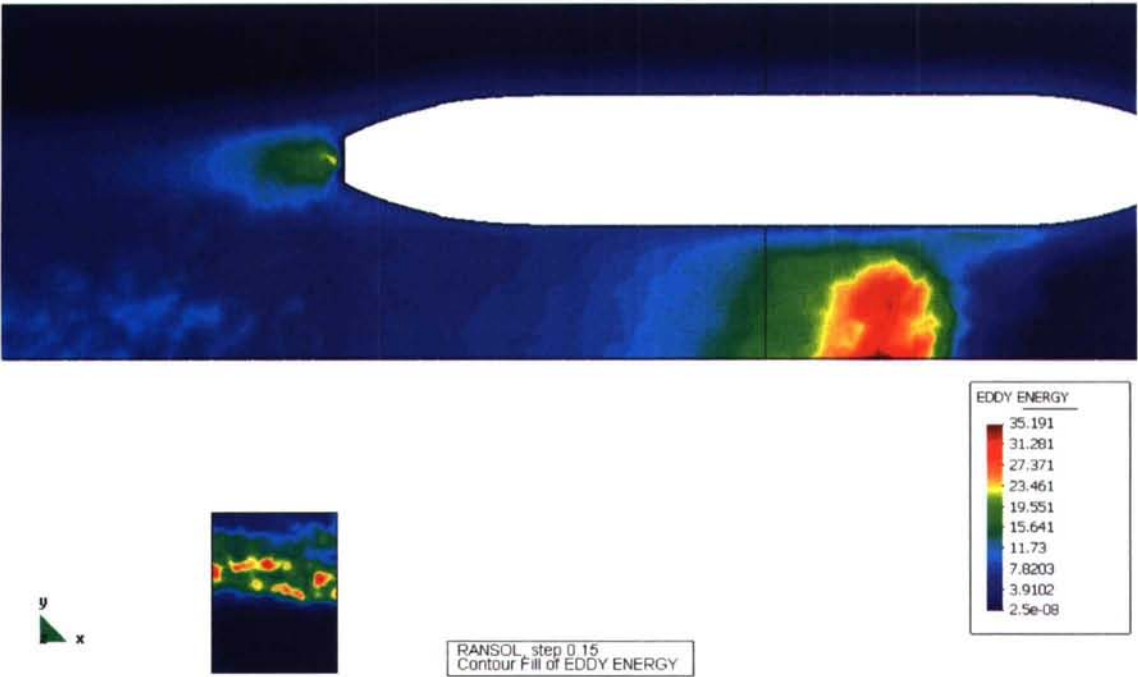
$2.5e-8 < k < 116.83$

$4.5e-7 < \varepsilon < 35906$

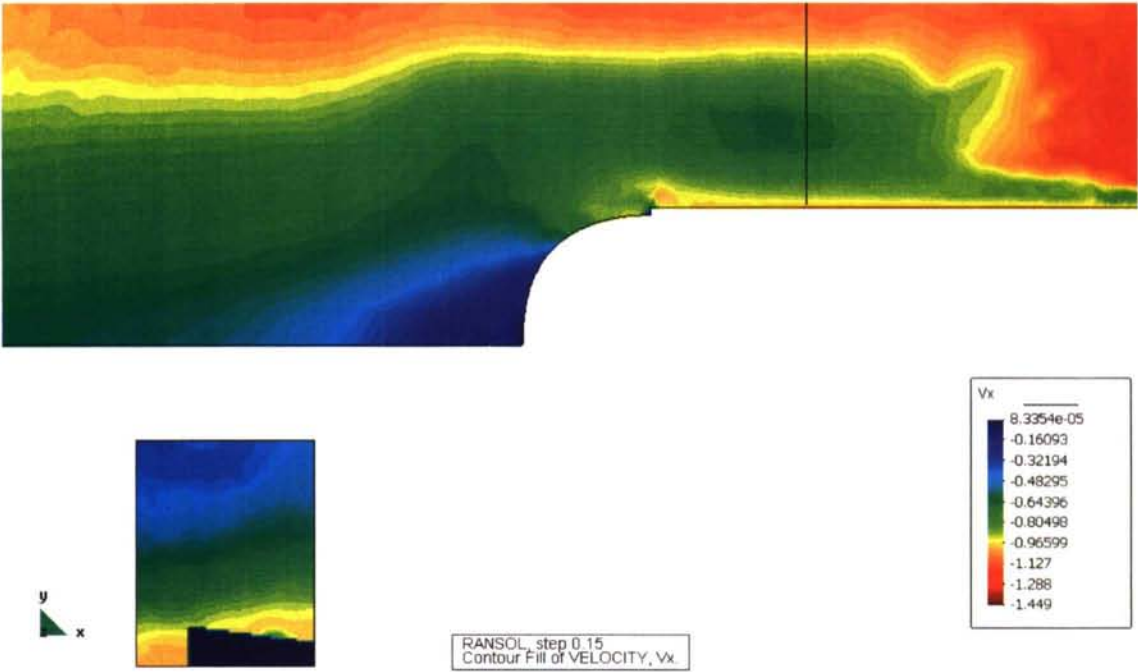
$1.8e-6 < \nu_T < 0.23472$

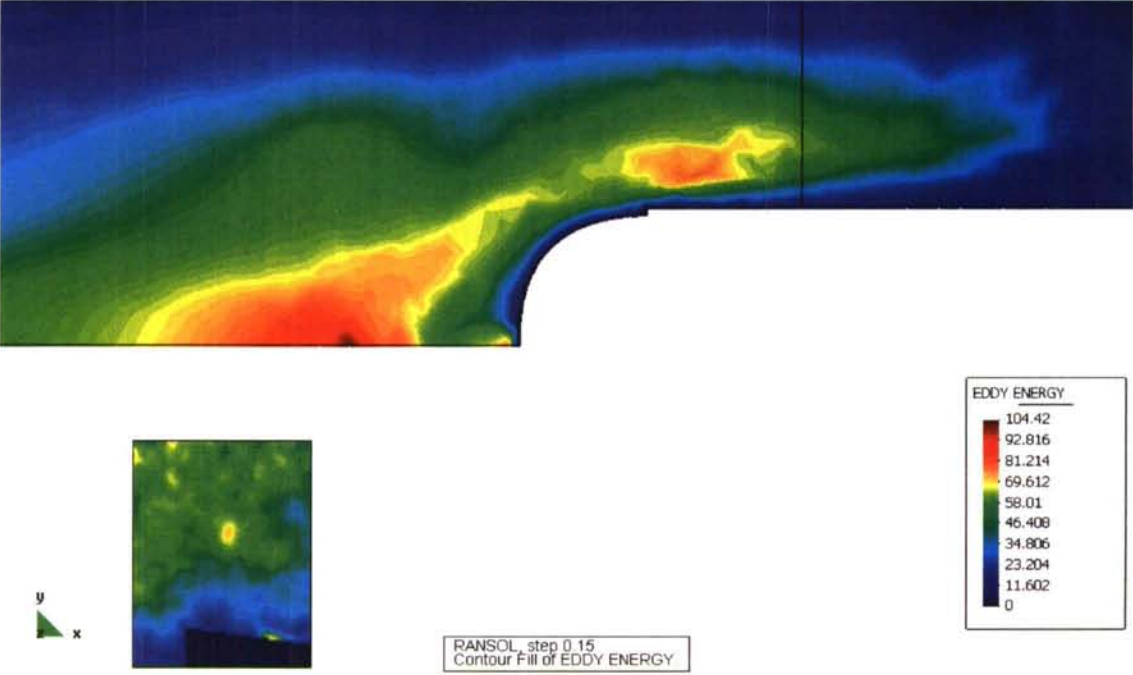
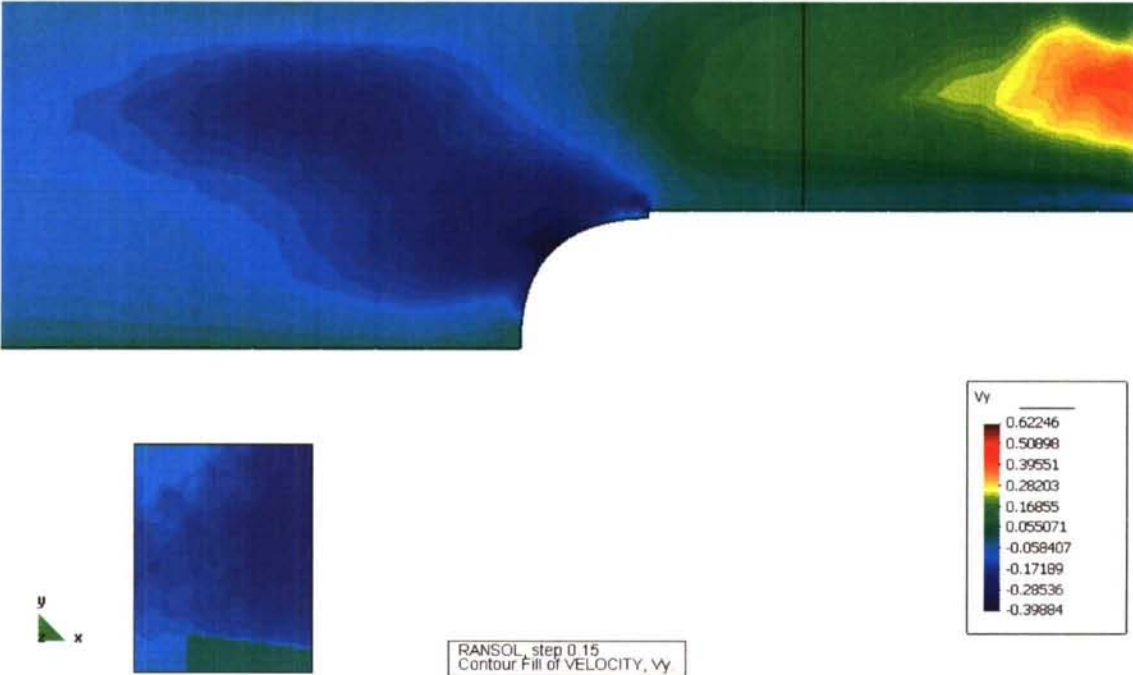
CORTE 1





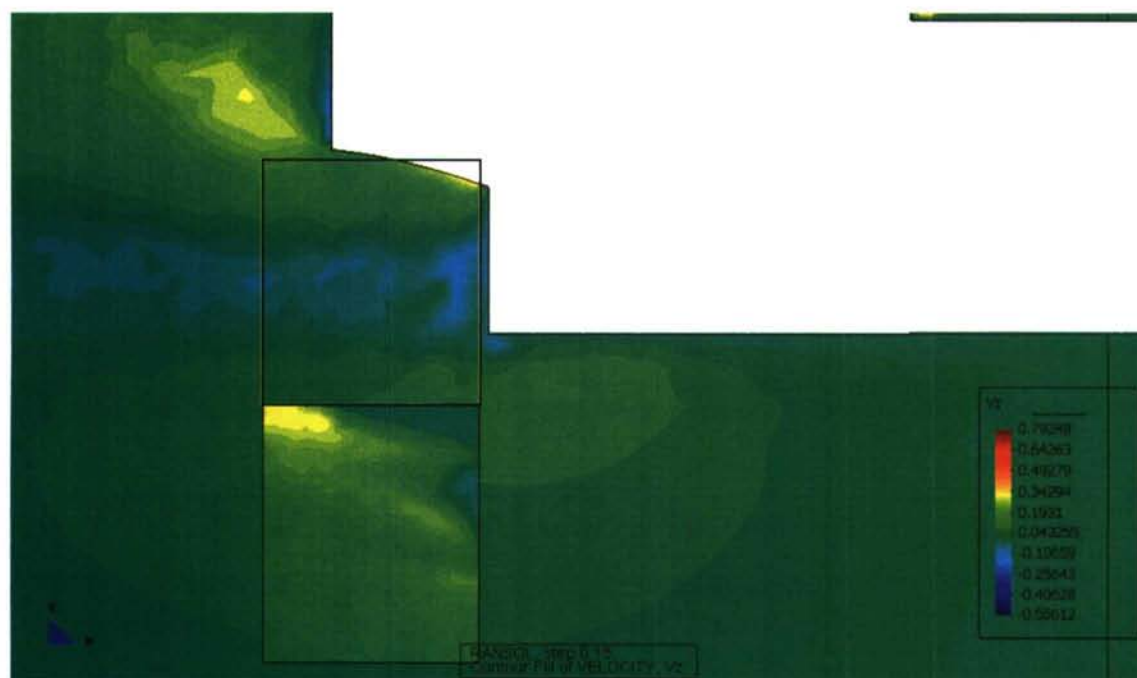
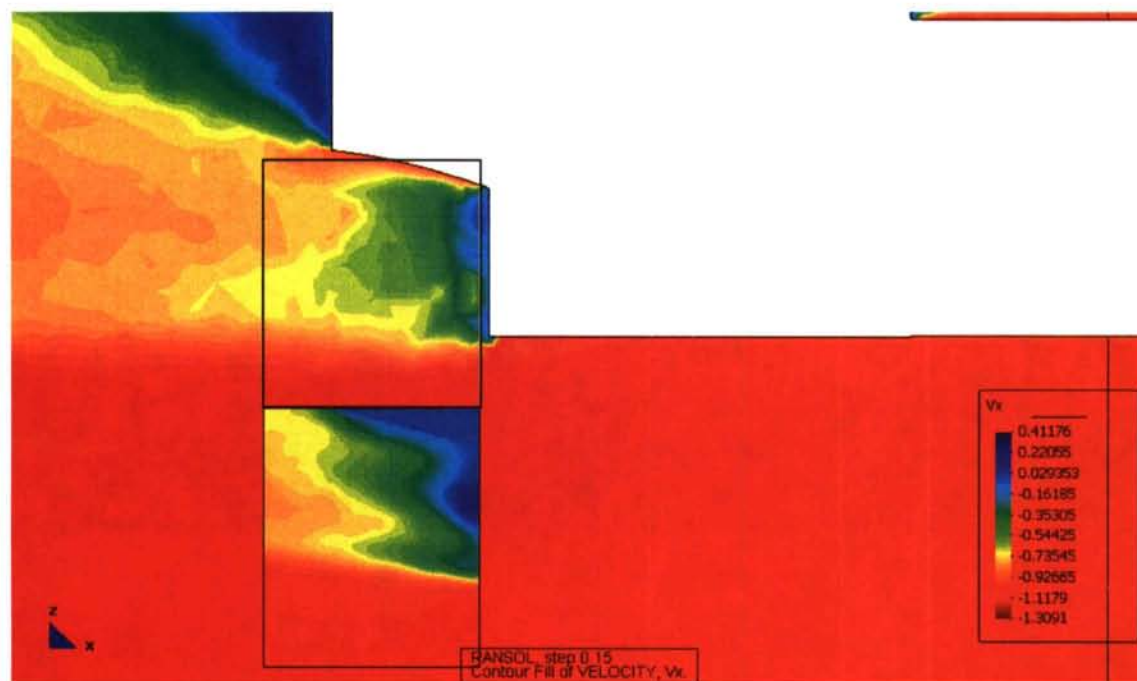
CORTE 2

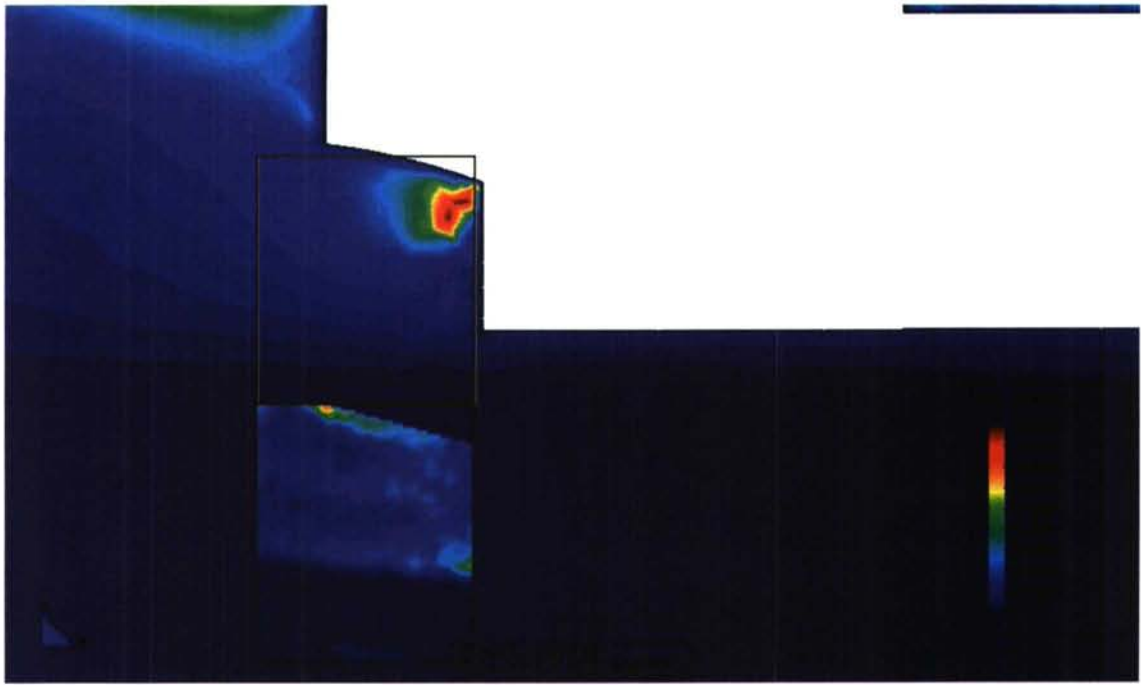






## CORTE 3





**Caso 8**

Claramente conviene dejar subir más  $\varepsilon$ . Se tratará de bajar un poco más la  $\nu_T$ .

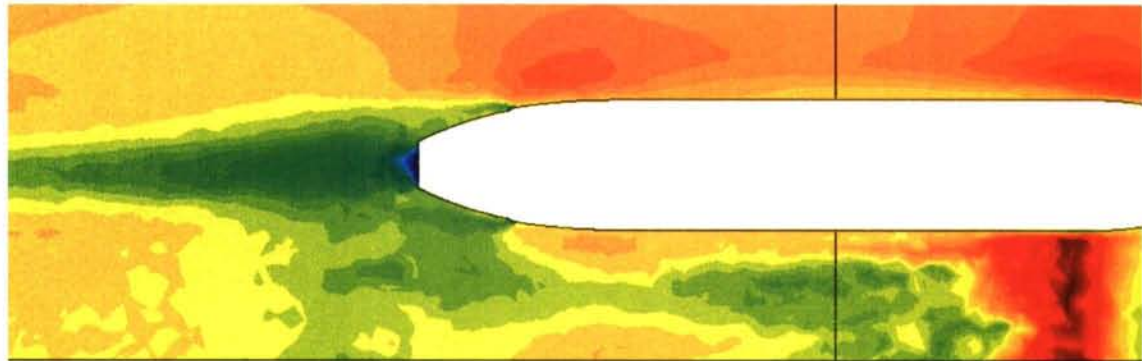
Los parámetros de turbulencia fijan en:

$$2.5\text{e-}8 < k < 116.83$$

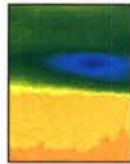
$$4.5\text{e-}7 < \varepsilon < 179530$$

$$1.8\text{e-}5 < \nu_T < 0.18869$$

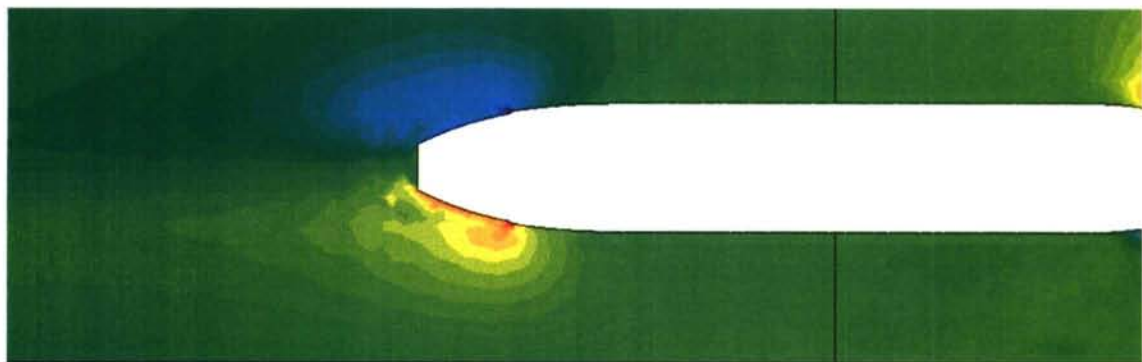
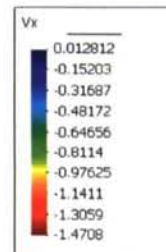
CORTE 1



y  
x



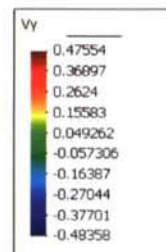
RANSOL, step 0.15  
Contour Fill of VELOCITY, Vx.

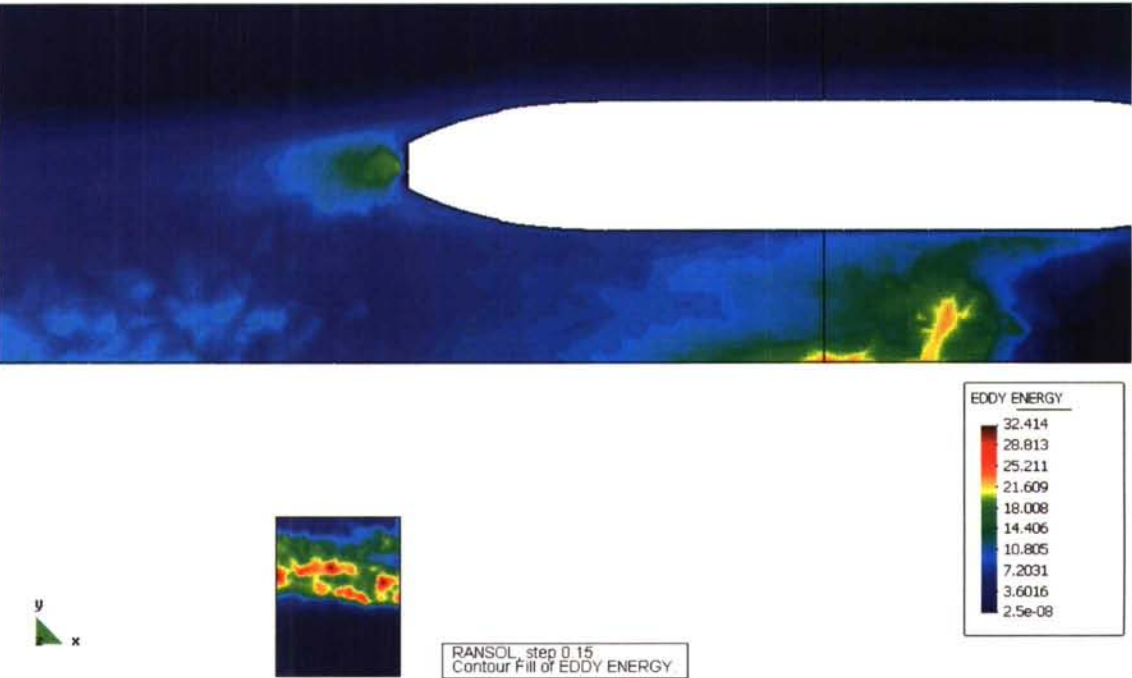


y  
x

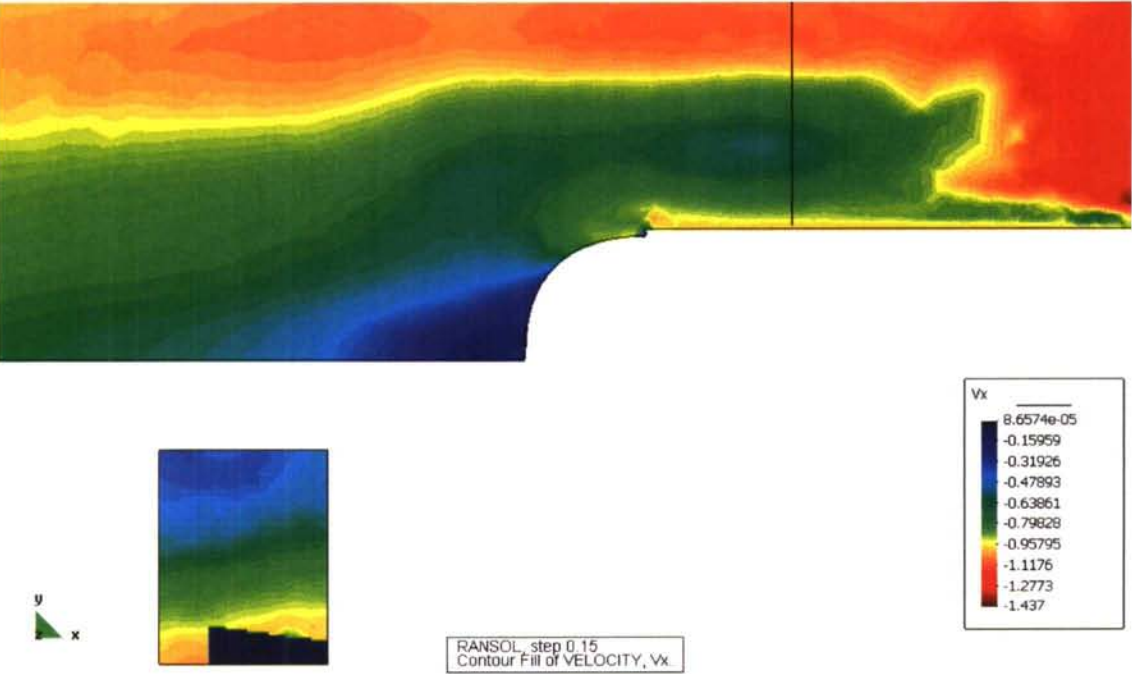


RANSOL, step 0.15  
Contour Fill of VELOCITY, Vy.

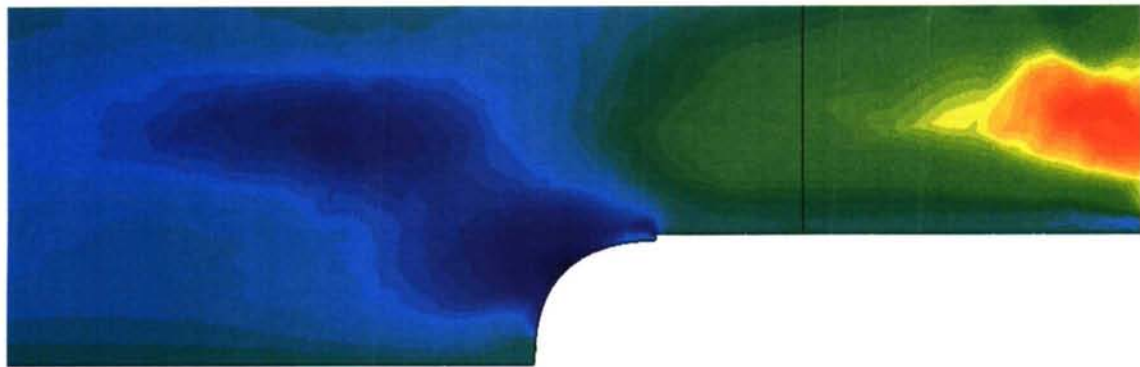




CORTE 2



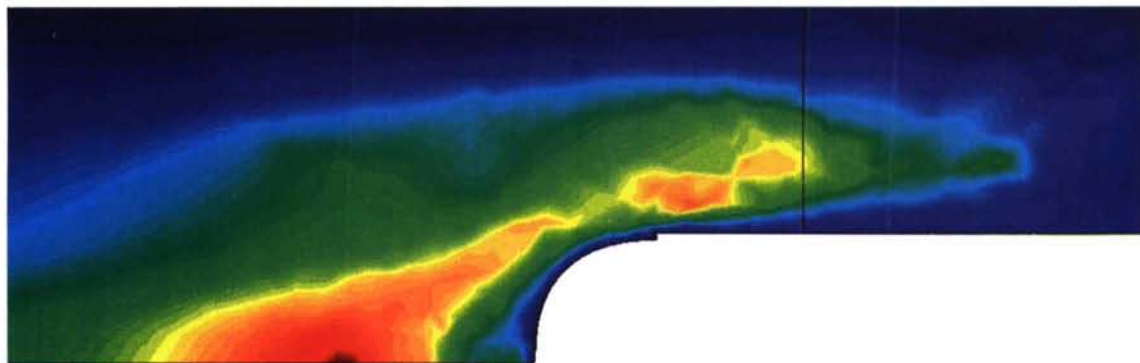
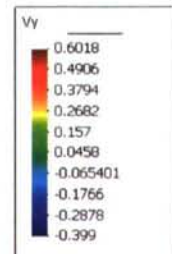




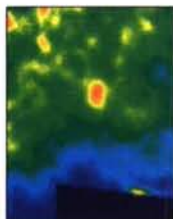
y  
x



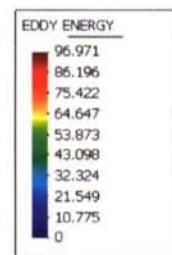
RANSOL, step 0.15  
Contour Fill of VELOCITY,  $V_y$



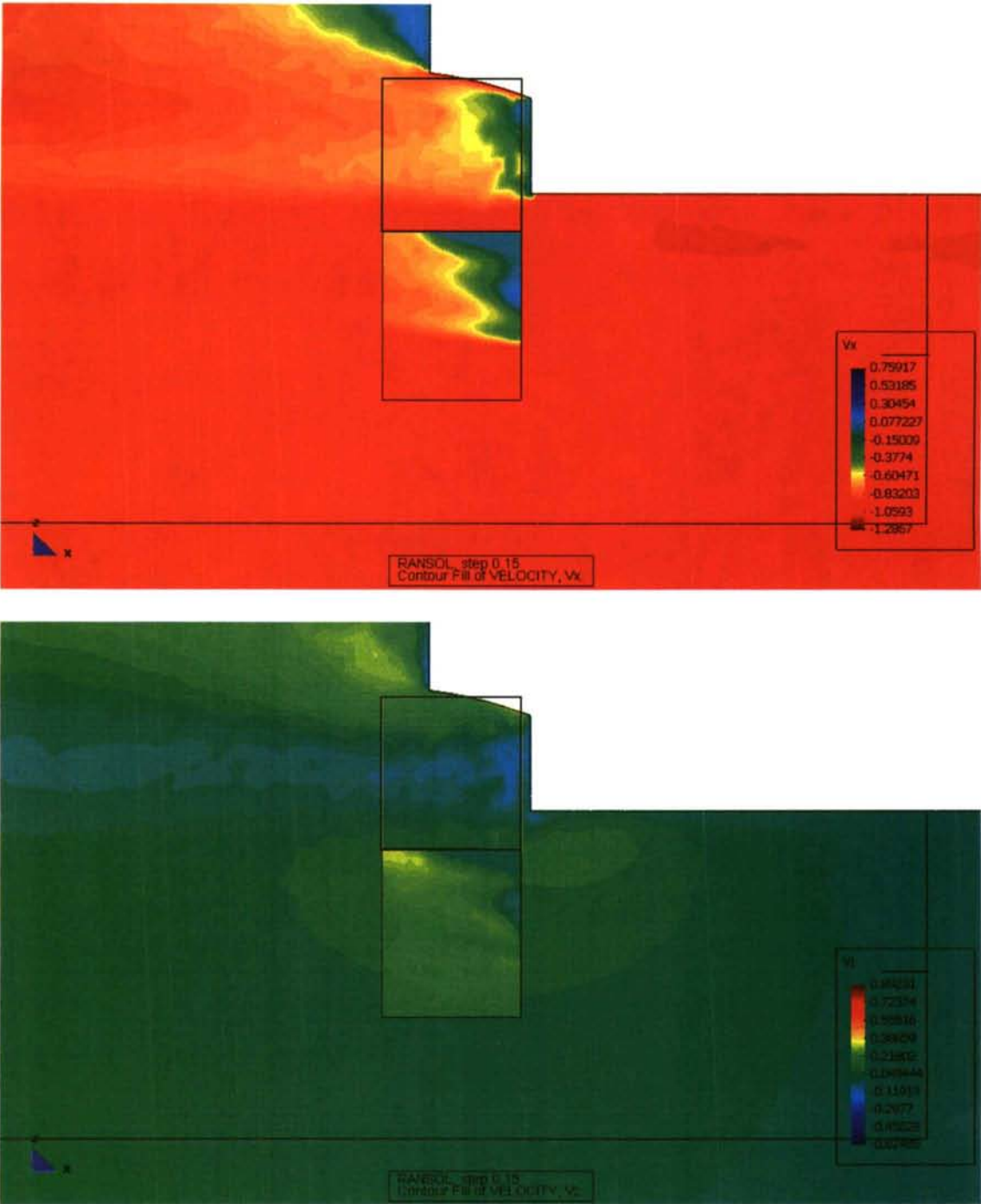
y  
x



RANSOL, step 0.15  
Contour Fill of EDDY ENERGY



CORTE 3





## **BIBLIOGRAFÍA**



## *Bibliografía*

- [1] Estudio numérico y experimental de chorros de pared planos paralelos e inclinados. José Manuel Villafriela Espina. España 2001.
- [2] Turbulence in fluids. Marcel Lesieur. Holanda 1997.
- [3] Fenómenos de transporte. R. B. Bird, W. E. Stewart & E. N. Lightfoot. EE.UU. 1992.
- [4] Analisis of the K-Epsilon turbulence model. B. Mohammadi & O. Pironneau. France 1993.
- [5] Estabilización de la solución por elementos finitos de problemas de flujo incompresible con rotación, turbulencia, superficie libre y temperatura. O. A. Soto Camargo & R. Codina. España. 1997.
- [6] Analysis of turbulent boundary layers. Tuncer Cebeci & A. M. O. Smith. EE.UU. 1974.
- [7] Turbo C C++ iniciación y programación avanzada. Antonio Mata. España 1995.
- [8] An implicit monolithic time accurate finite element scheme for incompressible flow problems. Orlando Soto, Rainald Löhner & Juan Cebal. EE.UU. 2001.
- [9] The autonomous cycle of near-wall turbulence. Javier Jiménez & Alfredo Pinelli. Reino Unido 1998.
- [10] Wall turbulence: how it works and how to damp it. Javier Jiménez & Alfredo Pinelli. EE.UU. 1997.
- [11] Modeling of near wall turbulence. T. H. Shih & N. N. Mansour. Yugoslavia 1990.
- [12] A review of Reynolds stress models for turbulent shear flows. Charles G. Speziale. EE.UU. 1994.
- [13] Turbulent free-surface flows: A comparison between numerical simulations and experimental measurements. D. Dommermuth, M. Gharib, H. Huang, G. Innis, P. Maheo, E. Novikov, J. Talcott & D. Wyatt. EE.UU. 1995.
- [14] Curve and surface constructions using rational B-splines. Leslie Piegl & Wayne Tiller. EE:UU: 1987.
- [15] Creative definition and fairing of ship hulls using a B-spline surface. Nils Gersoe Fog. Denmark 1984.
- [16] Tdyn: Theoretical Background. B. J. Garrood, J. García, G. Dengel. España. 2000.
- [17] A finite element method for fluid structure interaction with surface waves. J. García & E. Oñate. España 2001.
- [18] Pressure stability in fractional sep finite element methods for incompressible flows. R. Codina. España 2000.
- [19] Stabilization techniques for finite element analisis of convection-diffusion problems. E. Oñate & M. Manzan. España 2000.
- [20] El método de los elementos finitos. Formulación básica y problemas lineales. O. C. Zienkiewicz & R. L. Taylor. U. K. 1989.
- [21] El método de los elementos finitos. Mecánica de sólidos y fluidos. Dinámica y no linealidad. O. C. Zienkiewicz & R. L. Taylor. U. K. 1989.
- [22] Un método de Elementos Finitos para Análisis Hidrodinámico de Estructuras Navales. J. García, E. Oñate, H. Sierra. España 2000.
- [23] Mecánica de fluidos. Fernando López Peña. España 2000.

- [24] Turbulence Modeling for CFD. David C. Wilcox. EE.UU. 1998.
- [25] PIV error correction. D. P. Hart. EE.UU. 1999.
- [26] On the accuracy of a MJPEG-based digital image compression PIV-system. C. Freek, J. M. M. Sousa, W. Hentschel, W. Merzkirch. Alemania 1998.
- [27] Low cost, high resolution DPIV for measurements of turbulent fluid flow. A. M. Fincham, G. R. Spedding. EE.UU. 1997.
- [28] Considerations about the phase averaging method with application to ELDV and PIV measurements over pitching airfoils. P. Wernert, D: Favier. Francia 1998.
- [29] Mecánica de Fluidos. Cuaderno de prácticas. M. L. Sánchez, F. López. España 2003.
- [30] Particle Image Velocimetry, a practical guide. M. Rafael, C. Willert, J. Kompenhans. Alemania 1997.
- [31] FlowMaster Manual, de DaVis. Alemania 2001.
- [32] Pressure Probes for Flow Measurements. Von Karman Institute for Fluid Dynamics. Bélgica 1989.
- [33] Modern Numerical Methods for Fluid Flow. P. Colella, E. G. Puckett. EE.UU. 1994.
- [34] Reynolds Stress Transport Modeling of Turbulent Shear Flow Past a Modern VLCC Hull Form. S. Kim. Suecia 2000.
- [35] Detecting Coherent Structure in a Turbulent Wake by Using Delay Base Networks. F. López, R.J. Duro, M. Sánchez. España 2002.
- [36] Modelo de Simulación y Control Dinámico para un Catamarán Submarino con Seis Grados de Libertad. J.F. Ibarz. España 2003.
- [37] Towing Tank PIV Measurement System, Data and Uncertainty Assessment for DTMB Model 5512. L. Gui, J. Longo, F. Stern. Alemania. 2001.
- [38] Mecánica de Fluidos. M.C. Potter, D.C. Wiggert. EE.UU. 2002.
- [39] Experimental and Computacional Investigation of Flow in Gas Turbine Blade Cooling Passages. H. Roelawski, J.D. Jacob, T. Yang, J.M. McDonough. EE.UU. 2001.
- [40] Vector, Tensors, and the Basic Equations of Fluid Mechanics. R. Aris. EE.UU. 1962.
- [41] Series y Transformada de Fourier y Aplicaciones. A. Cañada. España 1994.
- [42] Cálculo Tensorial. D.C. Kay. EE.UU. 1989.
- [43] Mecánica de Fluidos. A. Crespo. España 1989.
- [44] Flow Visualization and Image Análisis. Universidad de Delft. Holanda 1993.
- [45] Mecánica de Fluidos. F.M. White. EE.UU. 1979.
- [46] Programming the Command Language. Davis Software Seminary. Alemania 2002.
- [47] Summary of Experimental Uncertainty Assessment Methodology with Example. F: Stern, M. Muste, M.L. Beninati, W.E. Eichinger. EE.UU. 1999.



